

Maria Ermelinda Guedes Rodrigues

O ensino da Geometria no 10º ano



Universidade Portucalense Infante D. Henrique

Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia

Junho 2012

Maria Ermelinda Guedes Rodrigues

O ensino da Geometria no 10º ano

Dissertação apresentada ao Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia da Universidade Portucalense como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática/Educação

Dissertação realizada sob a orientação da Professora Doutora Ana Júlia Malheiro Viamonte Figueira Sousa.



Universidade Portucalense Infante D. Henrique

Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia

Junho 2012

Agradecimentos

À Doutora Ana Júlia Viamonte Sousa pelo acolhimento, pela disponibilidade e todos os incentivos sempre demonstrados para prosseguir nesta caminhada, os meus sinceros agradecimentos.

Agradeço também o excelente relacionamento criado, as suas sugestões decorrentes de uma inquestionável competência, e a sua sensibilidade evidenciando as suas qualidades humanas, o que contribuiu para um grande enriquecimento profissional e pessoal.

Os meus agradecimentos ao núcleo familiar pelo forte estímulo e incondicional apoio nos momentos mais difíceis.

O ensino da Geometria no 10º ano

Resumo

Entre os múltiplos fatores que influenciam a atividade docente, a preocupação contínua em encontrar as melhores respostas às dificuldades evidenciadas pelos alunos assume um papel fundamental. No que se refere à disciplina de Matemática, a transição do ensino básico para o ensino secundário é um momento da vida dos alunos em que surgem muitas dificuldades.

Duma forma geral, algumas das dificuldades sentidas pelos alunos na disciplina de Matemática, resultam das diferenças metodológicas aplicadas nos dois ciclos de ensino e dos hábitos de trabalho indispensáveis no ensino secundário que muitos alunos não desenvolveram no ensino básico. Sob um ponto de vista mais específico, e no caso particular do ensino da Geometria, as dificuldades dos alunos são muito acentuadas, talvez devido à abstração necessária na visualização no espaço e representação deste no papel (em duas dimensões).

Este trabalho foi desenvolvido com três turmas do 10º ano, tendo em vista a experimentação e rentabilização sob o ponto de vista didático, de diversas ferramentas tecnológicas, tentando aferir a sua influência nas aprendizagens dos alunos. São apresentados exemplos de propostas de tarefas ou explorações de aplicações dinâmicas integradoras de recursos tecnológicos atuais, como por exemplo os quadros interativos, software de geometria dinâmica e calculadora gráfica, que foram utilizados como material de apoio na leção da disciplina de Matemática, nas três turmas referidas. As propostas, intencionalmente diversificadas, procuraram proporcionar conexões da Geometria com outros temas, nomeadamente Funções e modelação matemática. A apresentação das propostas é acompanhada de uma reflexão sobre as mais valias e os constrangimentos sentidos na sala de aula.

Seguindo uma metodologia de investigação-ação, pretendeu-se perspetivar a eficácia da integração de novas tecnologias na prática letiva, através da observação e análise das reações dos alunos face à utilização deste tipo de recursos. Nesta análise estão subjacentes aspetos de natureza motivacional, de interpretação e compreensão, procurando ter uma perceção mais realista dos efeitos facilitadores do uso da tecnologia no ensino da Geometria.

Palavras-chave: Matemática, Tecnologias, Geometria, Quadros interativos, Geometria dinâmica, aplicações dinâmicas, Novas metodologias, Funções, Modelação.

O ensino da Geometria no 10º ano

Abstract

Among the multiple factors that influence the teaching activity, the continuing concern to find the best answers for the difficulties highlighted by the students assumes a fundamental role. With regard to the subject of mathematics, the transition from primary to secondary school is a time in the students' lives when many difficulties arise.

Generally, some of the difficulties experienced by students in Mathematics result from the methodological differences applied in the two school phases and the essential working habits in secondary school, which many students did not develop in primary school. From a more specific point of view and in particular, in the teaching of Geometry, the students' difficulties are very high, perhaps due to the abstraction required in visualizing in space and its representation on paper (in two dimensions).

This study was conducted with three classes of the 10th grade, with the purpose of trying out and making the most of diverse technological tools from the point of view of teaching, trying to assess their influence on student learning. Examples are given of task proposals or dynamic applications that integrate current technological resources, such as interactive whiteboards, dynamic geometry software and graphic calculators, which were used as supporting material in the teaching of Mathematics, in the three above mentioned classes. The proposals, intentionally diverse, sought to provide connections between Geometry and other subjects, including Functions and mathematical modeling. The submission of the proposals is accompanied by a reflection on the gains and constraints felt in the classroom.

Adopting an action research methodology, we sought to put into perspective the effectiveness of the integration of new technologies in the teaching practice, through observation and analysis of the student's reactions on using such resources. In this analysis there are underlying aspects of a motivational nature, of interpretation and understanding, in order to obtain a more realistic perception of the facilitating effects of technology use in teaching Geometry.

Keywords: Mathematics: Technologies, Geometry, Interactive Boards, dynamic Geometry, dynamic applications, new methods, functions, modeling.

Índice

Resumo	3
Abstract.....	4
Índice	5
Índice de Figuras	7
Índice de Gráficos	10
Índice de Quadros.....	10
1. Introdução	11
2. Contextualização do estudo	13
3. O ensino da Geometria	17
3.1 O ensino da Geometria em Portugal.....	17
3.2 A situação atual.....	19
4. A escolha do tema	22
5. Actividades desenvolvidas	28
6. Caracterização dos alunos.....	30
6.1 Dados biográficos	30
6.2 Dados relativos ao percurso escolar ao longo do 3º ciclo.	32
7. As propostas	35
7.1 Módulo inicial	35
7.1.1 Relação de Euler.....	36
7.1.2 A Flor	37
7.2 Geometria no Plano e no Espaço I.....	38

7.2.1 Secções no cubo.....	39
7.2.2 Simetrias	40
7.2.3 Coordenadas de pontos no espaço.....	43
7.3 Noção de função	49
7.4 Função afim	51
7.5 Transformação de funções.....	53
7.6 Função quadrática	55
7.7 Modelação.....	57
7.8 Aplicação /Consolidação	60
8. Resultados	64
8.1 Avaliação realizada pelos alunos	64
8.2 Os resultados dos alunos.....	67
9. Conclusões e trabalhos futuros.....	68
Referências bibliográficas	71
Anexo 1 – Ficha de trabalho individual	73
Anexo 2 – Questionário	74

Índice de Figuras

Figura 1-Que metodologia?	19
Figura 2- Mapa contextualizador do trabalho.....	22
Figura 3 - Relação de Euler	36
Figura 4 – Relação de Euler em quadro interativo.....	35
Figura 5 – Aplicação “A Flor” em quadro interativo.....	36
Figura 6 – Aplicação “A Flor”	37
Figura 7 – Secções no cubo em quadro interativo.....	398
Figura 8 - Aplicação “Secções no cubo” em quadro interativo.....	38
Figura 9 - Construção de uma secção num cubo	39
Figura 10- Uma secção num cubo	409
Figura 11 - Jogo das simetrias	40
Figura 12 - Jogo das simetrias – opção I	421
Figura 13 - Jogo das simetrias – opção II.....	421
Figura 14– Coordenadas de pontos no espaço	432
Figura 15 – Resposta certa.....	44
Figura 16 – Jogo das coordenadas em quadro interativo	43
Figura 17 – Ficha de trabalho	454
Figura 18 - Ficha de trabalho em quadro interativo – questão 1.....	45
Figura 19 - Ficha de trabalho em quadro interativo – questão 2.....	465
Figura 20 – Cubos	4648

Figura 21 – Cubos e referencial móvel em quadro interativo 1	487
Figura 22– Cubos e referencial móvel em quadro interativo 2.....	487
Figura 23 - Cubos e referencial móvel em quadro interativo 3.....	498
Figura 24 – Máquina das funções.....	509
Figura 25 - Máquina das funções (três tipos de estudo).....	509
Figura 26– Ponte móvel em retângulo	52
Figura 27– Ponte móvel (geogebra)	521
Figura 28– Áreas (representação gráfica)	51
Figura 29 - Transformação do tipo $y = f(x + a)$	532
Figura 30 - Transformação do tipo $y = c f(x)$	532
Figura 31 - Transformação do tipo $y = - f(x)$	533
Figura 32 - Transformação do tipo $y = f(x)$	533
Figura 33 – Ponto móvel em triângulo 1	56
Figura 34 – Ponto móvel em triângulo 2	56
Figura 35 – Ponto móvel em triângulo 1 (Geometria dinâmica).....	565
Figura 36 – Ponto móvel em triângulo 2 (Geometria dinâmica).....	565
Figura 37 – Reservatório cilíndrico	58
Figura 38 – Recolha de dados.....	58
Figura 39 – Enchimento do depósito	587
Figura 40 – Reservatório cônico	588
Figura 41 – À procura de um modelo.....	588

Figura 42 – Rolo de chapa.....	589
Figura 43 – Ecrã da calculadora 1	60
Figura 44 – Ecrã da calculadora 2	60
Figura 45 – Ecrã da calculadora 3	60
Figura 46 – Pirâmide dentro de pirâmide.....	63
Figura 47 – Corte das pirâmides.....	63
Figura 48 – Pirâmides e corte (geometria dinâmica)	632
Figura 49 – Pirâmides e representação gráfica do volume	632

Índice de Gráficos

Gráfico 1 – Distribuição quanto ao género.....	311
Gráfico 2 – Distribuição quanto à idade	311
Gráfico 3 – Distribuição quanto ao local de residência	311
Gráfico 4– Habilitações literárias dos pais	322
Gráfico 5– Aproveitamento no ensino básico.....	333
Gráfico 6 – Preferências dos recursos.....	655
Gráfico 7- Envolvimento/participação	666
Gráfico 8 – Recursos facilitadores das aprendizagens	666
Gráfico 9 – Resultados em Matemática	677

Índice de Quadros

Quadro 1 – Distribuição dos alunos por turma.....	30
Quadro 2 – Distribuição quanto ao género	31
Quadro 3 - Aproveitamento (freq. absolutas).....	32
Quadro 4 - Aproveitamento (freq. relativas).....	32
Quadro 5 – Classificação de frequência vs Classificação de exame	34
Quadro 6 – Resultados dos grupos	640
Quadro 7 – Resultados das opiniões dos alunos.....	64

1. Introdução

As dificuldades que os alunos sentem na aprendizagem da matemática, levam a que os professores procurem novas estratégias e novas metodologias para os ajudar a superar as dificuldades encontradas. Como professora de Matemática desde 1984, ano de conclusão da licenciatura no curso de Matemática - Ramo Educacional, desde essa época se manifestou em mim um gosto especial pela seleção e elaboração de materiais que auxiliassem a transmitir de forma clara os conhecimentos matemáticos aos alunos de modo a facilitar a sua compreensão.

Este interesse pelos aspetos didáticos, aliado a uma particular empatia pela tecnologia (na época, para além de calculadoras programáveis começava a aparecer o *Sinclair Spectrum*), criaram uma motivação pela procura de formação nesta área, que foi crescendo à medida que se ia assistindo ao desenvolvimento tecnológico. Paralelamente sentia-se o fervilhar de mudanças que a renovação curricular viria a trazer.

A resposta a questões como: “*O que pode motivar os alunos de hoje?*” é certamente diferente da que era dada há vinte anos atrás. Reconhece-se por isso a pertinência de estudos e reflexões sobre novas estratégias e novos recursos que se revelem didaticamente eficazes.

Este trabalho procura contribuir para a resposta a esta questão no que respeita ao ensino da Geometria no 10º ano, tema com o qual se inicia o programa de Matemática A e, portanto, faz o acolhimento aos alunos provenientes do ensino básico. Acresce também o facto de o programa de Matemática A do 10º ano ter uma grande componente de Geometria e ser um ano tipicamente difícil em que se regista habitualmente altos índices de insucesso.

A experiência como docente adquirida ao longo dos anos permite afirmar que o tema Geometria é particularmente delicado para os alunos do 10º ano numa fase em que enfrentam uma adaptação a um nível de ensino com um diferente grau de exigência do que o experimentado no 3º ciclo. A visualização no espaço apresenta-se, para muitos alunos como uma dificuldade que interfere na interpretação de enunciados de problemas e conseqüentemente na sua resolução. Estes factores poderão justificar, em parte, os altos índices de insucesso que se registam no 10º ano.

Os objectivos gerais deste trabalho são:

- Identificar elementos fundamentais que interferem nos modelos didáticos;

- Identificar potenciais recursos e desenvolver processos de exploração;
- Melhorar a capacidade de incorporar a tecnologia nas práticas de leccionação de modo a usufruir da apetência natural dos alunos por esse tipo de material;
- Empregar recursos em suporte tecnológico actuais para obter e processar informação, facilitar a compreensão de fenómenos dinâmicos, e promover a construção de conhecimento;
- Estabelecer articulações relevantes entre o conhecimento e a realidade actual.

O trabalho foi desenvolvido em contexto escolar, aplicando um método qualitativo, baseado na investigação-acção, e foi implementado em três turmas do 10º ano do ensino secundário. Seguiu-se uma metodologia de ensino alicerçada no desenvolvimento de atividades potenciadoras do envolvimento dos alunos e integrando recursos tecnológicos diversificados, tais como:

- Aplicações dinâmicas disponíveis (applets);
- Software de Geometria dinâmica ¹;
- Planificação e elaboração de recursos específicos para Quadros Interactivos;

Da aplicação destes recursos, foi analisado o *feed-back* dos alunos por observação do seu envolvimento no trabalho desenvolvido em sala de aula e através de um pequeno inquérito de opinião.

Neste trabalho começamos por apresentar a contextualização deste estudo e um enquadramento do ensino da geometria num passado mais recente e focado na realidade portuguesa. De seguida apresenta-se o que motivou a escolha do tema, as actividades desenvolvidas e a caracterização dos alunos envolvidos neste estudo. Por fim apresentam-se propostas de trabalhos a realizar em sala de aula e as conclusões que são apresentadas com a inclusão das limitações e as considerações mais pertinentes.

¹ Este software de Geometria Dinâmica refere-se a programas amplamente divulgados entre os professores de Matemática tais como [GSP- Geometer's Sketchpad](#), [Cabri](#), ou [Geogebra](#).

2. Contextualização do estudo

O ensino da matemática tem sofrido várias reformas. Na década de 80 imperavam ainda metodologias tradicionais que subsistiam ainda sob a perspectiva “estruturalista” da reforma da designada Matemática Moderna.

“ Imaginada vinte anos antes na comunidade matemática internacional com o propósito de atualizar um ensino “mecanicista” baseado na memorização e na repetição de regras e técnicas de cálculo, esta reforma acabou por traduzir-se na sobrevalorização das questões formais de linguagem e das estruturas matemáticas, e por dar aos alunos a visão de uma ciência abstrata e totalmente desligada da realidade, ...” (Abrantes et al, 1997:9)

Longe ainda do aparecimento generalizado dos computadores pessoais e das calculadoras gráficas, procurava-se nessa altura criar materiais de forma artesanal para dar resposta às necessidades de clarificar conceitos, motivar e envolver os alunos.

Segundo o relatório do projeto MAT 789 (Abrantes et al, 1997)², a partir do início dos anos 80, os programas foram evoluindo à custa de retirar ou desvalorizar alguns tópicos considerados menos essenciais. Desta forma, em meados dos anos 80 os programas de Matemática eram desatualizados relativamente aos programas de outros países e careciam de meios decorrentes da evolução tecnológica (calculadoras e computadores). Após o nascimento da Associação de Professores de Matemática (APM) em 1986 e a organização do seminário sobre a “Renovação do Currículo de Matemática”, realizado em Milfontes, desenvolveu-se um processo renovador tendo por base documentos internacionais dos quais se destacam as “Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar”(Standards)³.

“Apresentam como pressuposto essencial a perspetiva de que “saber” Matemática é “fazer” Matemática. Destacam a ideia das conexões matemáticas, [...]. De acordo com uma visão construtiva e activa do processo de aprendizagem, os Standards reclamam o uso de uma variedade de métodos de ensino: trabalho de projecto; tarefas individuais e de grupo; discussão entre os alunos e entre estes e o professor; pratica de métodos específicos da Matemática; e exposição pelo professor. Quanto à tecnologia, propõem que calculadoras estejam sempre

² MAT789 – Inovação Curricular em Matemática – Documento que constitui o relatório final do Projeto MAT789, coordenado por Paulo Abrantes, que consistiu na elaboração e desenvolvimento de um programa experimental de Matemática para os 7º, 8º e 9º anos.

³ Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics.

disponíveis e que os alunos tenham acesso ao computador para trabalho quer individual quer de grupo. (Abrantes et al, 1997:10,11)

Face à divulgação destas ideias de mudança, surgiu, ao longo da carreira profissional, o interesse em formação no âmbito do Projeto Minerva e a participação e dinamização de sessões de trabalho com calculadoras gráficas nos tempos que precederam a sua utilização em exames nacionais e, posteriormente, na utilização de programas de geometria dinâmica (*Geometer's Sketchpad, Cabri, Cinderella*) que iam sendo divulgados, anunciando as mudanças metodológicas que começaram a ser oficialmente recomendadas. Segundo *Eduardo Veloso (1998:22)*, apesar de o importante matemático português do século XX, José Sebastião e Silva já defender a importância da visualização e do desenvolvimento da intuição geométrica dos alunos, após a sua morte o ensino da Matemática atravessou, uma fase de *"degradação profunda"*. No caso da geometria, houve vários fatores que agravaram a situação, nomeadamente o excesso de formalismo nas abordagens, a transferência para a disciplina de Educação Visual das atividades ligadas a construções geométricas e o sentimento negativo de muitos professores em relação à geometria resultante do ensino axiomático.

"Este processo de redução do papel da geometria no ensino da Matemática, em Portugal, decorreu fundamentalmente ao longo dos anos 70 e 80. Entretanto, noutras paragens, algumas experiências e reflexões sobre o ensino da geometria iam preparando o seu regresso [...] A publicação em 1989 das Normas para o Currículo do NCTM constitui um marco essencial no movimento de recuperação da geometria como tema relevante da matemática escolar.[...] Sendo assim, naturalmente, este documento reflete o crescendo de interesse e de experiências de ensino da geometria que caracterizou a parte final dos anos 80, e propõe nas normas dedicadas à geometria uma visão renovada do ensino deste tema" (Veloso, 1998:23)⁴.

Assistia-se nesta época a um forte apelo à implementação de práticas letivas que favorecessem a descoberta por parte dos alunos e a construção do seu próprio saber. Note-se que a necessidade destas mudanças já tinha sido enunciada por José Sebastião e Silva (1964, *Guia para a utilização do compêndio de Matemática*):

"A modernização do ensino da matemática terá de ser feita não só quanto a programas mas também quanto a métodos de ensino. O professor deve abandonar, tanto quanto possível, o método expositivo tradicional, em que o papel dos alunos é quase cem por cento passivo, e

⁴ Geometria – Temas Actuais: materiais para professores – Desenvolvimento Curricular no Ensino Secundário

procurar, pelo contrário, seguir o método activo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta.” (Ponte et al, 1997:50)⁵

Em 1997/98 foi criado um programa de Acompanhamento, inicialmente do programa ajustado e posteriormente dos novos programas de Matemática do ensino secundário, que incluiu um projecto de acompanhamento local com base na criação de uma bolsa de professores acompanhantes que atuavam regionalmente junto das escolas em trabalho colaborativo com os professores dessas escolas na implementação das orientações dos programas emanadas pela tutela.

Tendo integrado este grupo de professores acompanhantes dos novos programas de Matemática do ensino secundário em 1998, surgiram oportunidades de formação muito interessantes em que os desafios assentaram sempre em procurar desenvolver novas práticas que se adequassem às novas metodologias preconizadas nos programas. Este processo foi particularmente enriquecedor na medida em que criou ambientes de partilha de experiências e ideias fundamentais para o trabalho cooperativo que as mudanças metodológicas pretendidas exigiam.

O tema Geometria assumia, no novo programa, um maior protagonismo e, atendendo às dificuldades evidenciadas pelos alunos nesta área, e também sentidas pelos professores no seu desenvolvimento, tornava-se imperativo recorrer a materiais apelativos e inovadores que favorecessem a construção do conhecimento dos alunos. No âmbito do ensino da geometria faziam-se referências à utilização de software de geometria dinâmica, o que aguçou o interesse pela formação nesta área. Por outro lado, surgiam os temas transversais e as conexões entre os diversos temas levando ao abandono do tratamento de temas de forma compartimentada. Estas preocupações aparecem de forma explícita no próprio programa da disciplina.

“Foi dada uma posição de destaque à Geometria e são dadas indicações que permitem que seja retomada em praticamente todos os outros temas do Programa.” (Silva et al, 2001:7)⁶

⁵ Didáctica da Matemática – brochura editada pelo Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário

⁶ Programa de Matemática A do Ensino Secundário:

<http://www.dgidec.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

Estas sucessivas mudanças nortearam a atuação profissional, reconhecendo-se a necessidade de uma atualização contínua, igualmente fundamental para dar resposta à massificação do ensino e às características atuais dos próprios alunos, cujos interesses e solicitações têm também acompanhado o modo como a sociedade se tem desenvolvido.

Entende-se que estas mudanças sociais implicam outras mudanças e, no ensino, apelam à procura de novas estratégias, novas pedagogias e, necessariamente, novos recursos.

Atualmente assiste-se ao apetrechamento das escolas com equipamentos tecnológicos cada vez mais sofisticados como, por exemplo, os quadros interativos que, muitas vezes não são rentabilizados da melhor forma. Por outro lado, a extensão do ensino obrigatório ao 12º ano, traz uma nova massificação, agora no ensino secundário, renovando-se a necessidade de reformular estratégias que se tornem mais abrangentes, procurando acolher *todos* os alunos e com eles enfrentar toda a diversidade de dificuldades que arrastam.

3. O ensino da Geometria

Pretender fazer um estudo da Geometria desde a sua origem, segundo Boyer seria impossível pois nada se pode afirmar a esse respeito:

“Afirmções sobre a origem da matemática, seja da aritmética, seja da geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever.[...]. O desenvolvimento da geometria pode também ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem. Podemos fazer conjeturas sobre o que levou os homens da Idade da Pedra a contar, medir e desenhar. Que os começos da matemática são mais antigos que as mais antigas civilizações é claro.”(Boyer, 1996:4 e 5)⁷

Este trabalho partiu, por isso de um enquadramento num passado mais recente e focado na realidade portuguesa.

3.1 O ensino da Geometria em Portugal

Recuando aos anos 60, segundo Ponte e outros (1997:50-53)⁸, viveu-se nesta altura a fase experimental da Matemática Moderna, sob orientação de José Sebastião e Silva sendo generalizada, a partir dos anos 70, aos diversos níveis de ensino, tendo sido elaborados novos programas que viriam a vigorar até 1991. A contestação ao Movimento da Matemática Moderna, iniciada noutros países nos anos 70, só chega a Portugal nos anos 80 e com menor expressividade. As críticas eram dirigidas ao excessivo formalismo, gerador de exercícios estéreis e irrelevantes, não contribuindo para o desenvolvimento de competências no domínio do raciocínio e da resolução de problemas.

Neste processo, o ensino da Geometria empobreceu. Segundo Veloso, (1998:23)⁹, “...a geometria foi na prática desaparecendo do currículo implementado pelos professores. Esse desaparecimento não se tornava notado, pois nos estudos subsequentes, e em particular no secundário, ou mesmo no superior, “a geometria não fazia falta para nada”. Em consequência, gerações de alunos – muitos deles atuais professores de Matemática – atravessaram o ensino

⁷ História da Matemática – Carl B. Boyer - (2ª edição traduzida por Elza Gomide)

⁸ Didáctica da Matemática – brochura editada pelo Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário

⁹ Geometria – Temas Actuais: materiais para professores – Desenvolvimento Curricular no Ensino Secundário

da Matemática tendo como únicos contactos com a geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes. (Veloso, 1998:23)⁹

Nos anos 80 surgem publicações que vêm apoiar o movimento de reforma do ensino da Matemática:

“ O início desse movimento é marcado pelo surgimento de duas publicações. Uma é a Agenda for action do NCTM (1980), um manifesto onde se proclama que a resolução de problemas deve ser o foco da Matemática escolar. [...] Posteriormente surgiram muitos outros documentos, relatórios, conferências e projetos em que a resolução de problemas ocupa, invariavelmente, um lugar de relevo. De entre todos, é de destacar o influente documento Normas para o Currículo e avaliação da matemática escolar, também do NCTM (1989/1991). [...] As novas orientações curriculares que se afirmam na década de 80 e 90 no panorama internacional. (Ponte et al, 1997:53)⁸.

A publicação destes documentos constitui uma referencia para o renascer do ensino da Geometria como tema relevante da disciplina de Matemática, transmitindo recomendações claras quer a nível metodológico quer a nível de conteúdos.

Paralelamente, começam a ser divulgados materiais de apoio ao ensino da Geometria, e surge o Projeto Minerva¹⁰ , dirigido à formação de professores no âmbito das tecnologias de informação, e algum software específico, o que poderia contribuir para um ensino da Geometria mais intuitivo. Surgiram, em 1991, os novos programas do ensino secundário, que, no entanto, ainda não correspondiam às recomendações das normas (NCTM), o que levou, passado pouco tempo ao aparecimento do Ajustamento do programa. Contudo, um simples ajustamento não permitia alterações de fundo no programa, o que, na perspetiva de Eduardo Veloso, apesar de ser uma iniciativa positiva, ainda não era portadora de alterações relevantes quanto ao ensino da Geometria.

“ Assim, mantêm-se deficiências graves no programa de geometria do ensino secundário: - Apesar dos esforços feitos no ajustamento para procurar um “equilíbrio entre a Geometria por via intuitiva com a Geometria Analítica” o peso desta no programa continua avassalador. [...] No

¹⁰ Projeto Minerva – desenvolvido de 1985 até 1994 , permitiu introduzir as tecnologias de informação e comunicação (tic) nas escolas básicas e secundárias.

entanto, apesar destas deficiências, a equipa do ajustamento envidou claramente todos os esforços para compensar esta situação.” . (Velo, 1998:36)⁹

Esta perspectiva de Eduardo Velo integrava-se no espírito do trabalho que estava a ser desenvolvido pela equipa do acompanhamento do programa ajustado, entretanto formada (1997). Este trabalho culminou, em 2001 com a homologação dos Novos Pprogramas atualmente em vigor.

3.2 A situação atual

As mudanças que agora se vivem no ensino, decorrentes das necessidades de uma sociedade cada vez mais exigente quer a nível social quer no plano tecnológico, impõem uma atualização permanente que facilite a tarefa de colocar os alunos perante experiências de aprendizagem interessantes e motivadoras.

Estes dois aspetos, social e tecnológico, fazem com que a mediação da acção educativa desempenhe um papel relevante na formação dos cidadãos, quer como elementos constituintes da sociedade, quer como motores da sua evolução. Contudo, o dinamismo e complexidade que as novas tecnologias imprimem à sociedade actual, obrigam a um esforço e abertura de mentalidades que permitam acompanhar essa evolução. A educação tem necessariamente que assumir-se como propulsionadora de uma escola moderna e capaz de dar continuidade à evolução da sociedade tecnologicamente desenvolvida em que se insere.

Os professores, agentes educativos que mantêm uma proximidade estreita com os jovens que absorvem avidamente o desenvolvimento tecnológico, têm todo o interesse em rentabilizar positivamente a tecnologia quer como recurso didático, quer como meio facilitador a nível motivacional ou ainda como simples apoio ao trabalho docente.

Assim, o relacionamento dos professores com a tecnologia surge para dar resposta às solicitações da própria sociedade:

- É necessário formar cidadãos tecnologicamente alfabetizados tornando-os aptos ao desempenho de múltiplas funções no mundo do trabalho;
- A evolução da sociedade implica novas orientações metodológicas que incluem o uso da tecnologia na sala de aula;

- As boas práticas são apoiadas em modelos de ensino, que incluem recursos didáticos variados, que influenciam fortemente o processo de aprendizagem.

Conjugando todas estas vertentes, as novas metodologias de ensino têm que abrir portas à tecnologia na construção de uma didática dinâmica e apelativa.

Nesse sentido, impõe-se uma reflexão sobre o processo que cria o conhecimento no aluno.

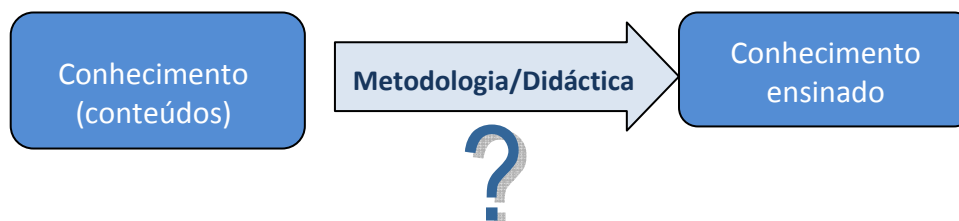


Figura 1-Que metodologia?

No âmbito do ensino da Matemática, tem particular interesse a identificação, construção e/ou exploração de recursos que permitam melhorar a motivação e dar significado aos conteúdos articulando-os com problemas reais, evidenciando a aplicabilidade das ferramentas matemáticas para a sua resolução, potenciando assim o envolvimento dos alunos na sua própria aprendizagem e na compreensão do mundo que os rodeia.

Os programas de Matemática do ensino básico e do ensino secundário preconizam isso mesmo na definição das finalidades do ensino desta disciplina:

“...Na sua história, como em todas as ciências, a Matemática sofreu uma grande evolução nos seus métodos, processos e técnicas, na sua organização, na sua relação com outras áreas da actividade humana e no alcance e importância das suas aplicações e, naturalmente, na quantidade e diversidade das áreas que a constituem. A Matemática, podemos dizer, sempre permeou a actividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento e são hoje múltiplos e variados os seus domínios internos, como são múltiplos e variados os domínios externos em que é aplicada. Hoje, mais do que nunca, está presente em todos os ramos da ciência e tecnologia, em diversos campos da arte, em muitas profissões e sectores da actividade de todos os dias...”
(Ponte et al, 2007)¹¹

¹¹ Programa de Matemática do Ensino Básico:
<http://www.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>

“ ... Assim, podemos apresentar como finalidades da disciplina no ensino secundário:

Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;...” (Silva et al, 2001)¹²

A tecnologia desempenha um papel importante quer na construção quer na exploração desses recursos. A rentabilização dos recursos tecnológicos que atualmente chegam às escolas, nomeadamente computadores e quadros interativos, é desejável. Entende-se que essa rentabilização deve ser feita nas vertentes pedagógica e didática.

Os recursos e o modo como são explorados, constituem elementos fundamentais na sala de aula. Há áreas do ensino da Matemática particularmente sensíveis em que os alunos manifestam especiais dificuldades, nomeadamente no estudo da Geometria. Estas dificuldades decorrem, em grande parte, da capacidade de abstração que é exigida, principalmente na visualização espacial e sua representação. Daí considerar-se importante refletir sobre estratégias mais adequadas para tratar este tema pois, concordando com *Abrantes (1998:29)*¹³, a Geometria desempenha um papel formativo como instrumento na interpretação e intervenção sobre a realidade.

Não é menos importante transmitir e incentivar os alunos a terem uma visão da Matemática como um todo, em que há conexões entre os diversos temas e uma mobilização articulada de conhecimentos nas suas diversas aplicações.

Surge assim o desafio de contribuir para uma nova didáctica que recorra à tecnologia, nas suas mais diversas formas e que se integre numa metodologia construtiva do conhecimento e facilitadora da aprendizagem, de modo a ultrapassar a dificuldade da abstracção dando aos alunos uma perspectiva mais concreta dos conceitos, em particular dos conceitos geométricos.

¹² Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgdc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

¹³ Matemática 2001 – Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática (Relatório preliminar) – editado por Associação de Professores de Matemática

4. A escolha do tema

Atendendo às características da escola actual, às mudanças que a conduziram ao que ela é hoje e às características sociais que a envolvem, pretendeu-se desenvolver um trabalho de implementação e análise de novas metodologias no ensino da Matemática, integradoras de elementos tecnológicos disponíveis, numa perspetiva de exploração e rentabilização desses elementos transformando-os em recursos dinamizadores da construção do conhecimento nos alunos.

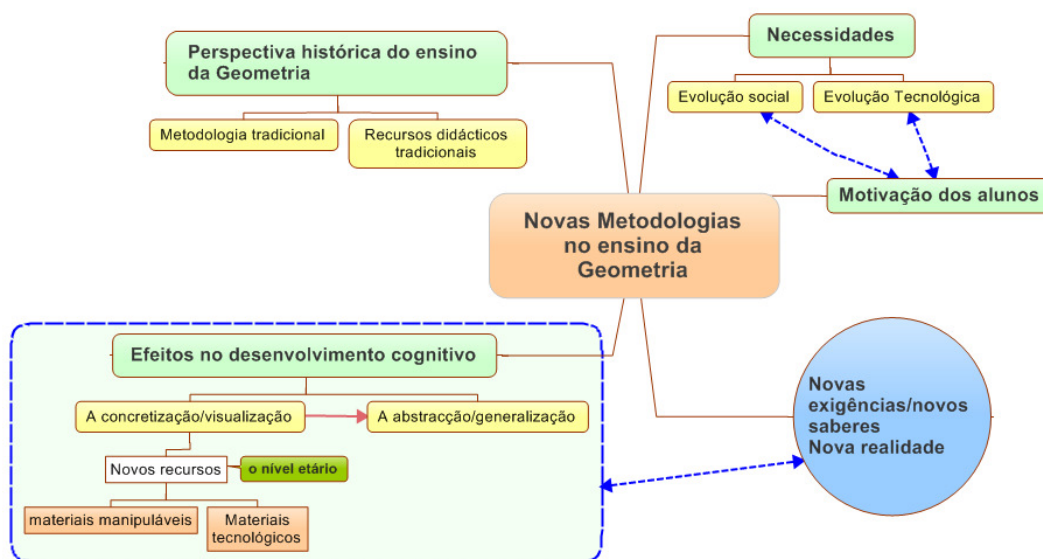


Figura 2- Mapa contextualizador do trabalho

O processo de ensinar e aprender é dinâmico por múltiplas razões sendo a principal a adaptação às características dos alunos e estas acompanham a evolução da sociedade em todas as suas vertentes. Os alunos de hoje são diferentes dos alunos de ontem. As metodologias de hoje têm que estar adaptadas aos alunos de hoje, às mudanças que se vivem e às necessidades da realidade que os rodeia.

Encontramo-nos num momento particularmente delicado, uma vez que se assiste à implementação do novo programa do ensino básico. Por iniciativa da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), organismo do Ministério da Educação, foi criado um plano de acompanhamento do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB), que incluiu a criação de uma bolsa de professores acompanhantes com a função de promoverem sessões de trabalho regionais com professores representantes das diversas escolas. O trabalho

desenvolvido no âmbito deste acompanhamento tem sido um meio de reflexão sobre as alterações mais relevantes do programa e também tem permitido apoiar os professores no desenvolvimento de metodologias assentes na dinamização de actividades que conduzem à descoberta por parte do aluno.

O ensino secundário deve estar preparado para dar continuidade a estas novas práticas sendo pertinente proceder a adaptações metodológicas que permitam minimizar as dificuldades que os alunos que já trabalharam com o NPMEB possam sentir na transição entre os dois ciclos de ensino (básico e secundário).

Nesse sentido, entende-se que é pertinente procurar definir estratégias que harmonizem o trabalho que o programa de Matemática do ensino secundário exige com as metodologias aplicadas na implementação do NPMEB. As metodologias utilizadas no ensino secundário devem, de certa forma, retomar o tipo de trabalho realizado no 3º ciclo do ensino básico, permitindo que os alunos se situem, identificando pontos de partida que lhes sejam familiares, para assim adquirirem a confiança e o estímulo necessários para a realização, com empenho, do trabalho que o ensino secundário exige. Esta ponte entre os dois ciclos de ensino deve proporcionar uma transição suave de modo a esbater as dificuldades que habitualmente alguns alunos sentem no início do ensino secundário, ora por lhes ter sido sucessivamente admitida a transição de ano com défice de competências essenciais, ora por sentirem profundas diferenças nas abordagens dos assuntos iniciais que, supostamente, já deveriam ser do seu conhecimento. O Módulo Inicial do programa de Matemática do ensino secundário pretende constituir um espaço para estabelecer essa ponte.

“...considera-se um módulo inicial no qual se incluem conceitos prévios considerados verdadeiramente essenciais e estruturantes que deverão ser especialmente trabalhados com os estudantes nas primeiras duas ou três semanas de aulas do 10º ano e sempre que se venha a revelar necessário. O programa de Matemática contempla este módulo inicial. Pretende-se que os estudantes sejam colocados perante a resolução de problemas escolhidos que permitirão despistar dificuldades e deficiências na formação básica e acertar estratégias de remediação. A estratégia assente na resolução de problemas evita ainda que os estudantes sem dificuldades

sejam desgastados em revisitações expositivas de assuntos que já dominam.” (Silva et al, 2001)¹⁴.

Este tema possibilita a mobilização de conhecimentos do ensino básico fundamentais para a compreensão do novo conhecimento que se espera que o aluno vá construindo. É neste momento que o próprio aluno começa a sentir a sua capacidade de corresponder positivamente ao trabalho proposto, identificando e mobilizando conhecimentos anteriores para resolver novos problemas ou, por outro lado, não identifica qualquer ligação entre os conhecimentos adquiridos no ensino básico e as propostas iniciais do 10º ano começando a criar resistências para com a disciplina, o que se refletirá negativamente no seu desempenho.

Cabe ao professor desenvolver uma metodologia de trabalho que inclua atividades de “acolhimento” dos saberes dos alunos de modo a que estes não criem essas resistências. Daí ser importante a definição de estratégias que sejam interessantes e motivadoras.

A Geometria é uma área da Matemática de particular importância na formação dos alunos pelo seu carácter estruturante, sendo preocupante as grandes dificuldades que evidenciam nesta temática.

Este aspeto estruturante é realçado no programa de Matemática do ensino secundário onde pode ler-se:

“... a Geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática, ...”. (Silva et al, 2001)¹⁴

É importante que os alunos desenvolvam competências no âmbito da visualização espacial, da representação e do raciocínio, uma vez que estas áreas se relacionam com o modo como cada indivíduo interpreta o mundo que o rodeia, agindo necessariamente na sua atuação e no seu modo de pensar.

“O desenvolvimento da capacidade de visualização, em particular no espaço, é considerado modernamente como um dos objetivos primeiros do ensino da geometria. E essa capacidade

¹⁴ Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgicd.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

necessita ser apoiada no domínio da representação. Na verdade, as dificuldades maiores neste campo, comumente expressas na frase “não sou capaz de ver no espaço”, talvez residam sobretudo na fase de representação a duas dimensões das imagens tridimensionais que formamos na nossa mente.” (Veloso, 1998: 120)¹⁵

Os recursos didáticos podem ajudar a desbloquear essas dificuldades que são frequentes neste domínio. Por outro lado, a diversidade de recursos existentes pode contribuir para a construção de uma metodologia que se torne mais atual e eficaz junto do estudante. Esta eficácia passa por favorecer o envolvimento do aluno e, de forma específica, clarificar a interpretação dos enunciados dos problemas, em particular daqueles que envolvem representações no plano de figuras do espaço.

“ A ausência, carencial ou intencionada, de materiais didáticos específicos para a construção dos conceitos geométricos, transforma-se numa fonte inesgotável de obstáculos didáticos que convertem a aprendizagem deste tema (Geometria) em algo que carece de consistência e rigor.” (Chamorro et al, 2003:303)¹⁶

Um outro aspeto que se procurou desenvolver neste trabalho foi o de analisar o tipo de contributo que a tecnologia pode dar na compreensão de situações que articulam a geometria com o estudo de funções. De uma forma mais específica, pretendeu-se identificar as mais valias significativas em termos motivacionais dos alunos, que despertem a sua curiosidade, concentração e envolvimento no trabalho matemático, bem como o estabelecimento de conexões entre conteúdos de forma a mobilizar conhecimentos entre temas, dando assim sentido ao conhecimento que o estudante vai adquirindo.

Na introdução do Programa de Matemática do ensino secundário, esta disciplina é referida como:

“... uma disciplina muito rica que, num mundo em mudança, abrange ideias tão díspares como as que são utilizadas na vida de todos os dias, na generalidade das profissões, em inúmeras áreas científicas e tecnológicas mais matematizadas e, ao mesmo tempo, é uma disciplina que

¹⁵ *Geometria – Temas Actuais* – editado por Instituto de Investigação Educacional

¹⁶ *Didática de las Matemáticas* – editado por Pearson Prentice Hall

tem gerado contribuições significativas para o conhecimento humano ao longo da história....”(Silva et al, 2001: 1)¹⁷

Esta riqueza e diversidade surgem das articulações que necessariamente se produzem no pensamento matemático. Daí poder inferir-se a grande importância que o estabelecimento de conexões entre os diversos conteúdos tem no ensino da Matemática.

No que se refere aos objectivos gerais, no mesmo programa encontram-se definidos os seguintes:

*“... - Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
(...)
- Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico....”(Silva et al, 2001: 4)¹⁷*

O cumprimento destes objectivos passa necessariamente pelas conexões entre os diversos conteúdos e pela modelação matemática.

O tema “Funções” é, por excelência, um tema de fácil articulação com qualquer outro, podendo ser aplicado em muitas situações reais e em contextos geométricos.

Por outro lado, o carácter estruturante da Geometria no desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio assume grande importância neste nível de ensino, facto que é enfatizado pelo próprio programa da disciplina onde se lê:

“...As Conexões entre os diversos temas são consideradas fundamentais neste programa, para que os estudantes possam ver que os temas são aspectos complementares de uma mesma realidade.

Foi dada uma posição de destaque à Geometria e são dadas indicações que permitem que seja retomada em praticamente todos os outros temas do Programa.(...)

Inicia-se o 10º ano com o estudo da Geometria no Plano e no Espaço, porque a Geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática, da Álgebra à Análise e à Estatística. (...) O professor deve aproveitar todas as

¹⁷ Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

ligações entre os temas em cada ano e de cada ano com os anos anteriores, por forma que o estudante encare a Matemática como um todo integrado e não como um conjunto fragmentado em temas, ao mesmo tempo que possibilita a ampliação e consolidação de cada conceito, sempre que ele é retomado. Em particular o professor deve estabelecer conexões entre os temas de cada ano; o facto de se recomendar que sejam tratados em momentos separados não pode significar que, dado o primeiro ele seja esquecido e meramente substituído pelo segundo...”(Silva et al, 2001: 7)¹⁸

Verifica-se desta forma que o cumprimento do programa passa pelo desenvolvimento de actividades que favoreçam as conexões.

Assim, o estabelecimento de conexões entre Geometria e Funções surge naturalmente como um tema de interesse a desenvolver no âmbito das novas metodologias, procurando potenciar a utilização de recursos tecnológicos actuais.

¹⁸ Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgidec.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

5. Actividades desenvolvidas

Numa fase inicial deste trabalho, procedeu-se a uma identificação de fontes de informação relevantes, desde os programas da disciplina de Matemática do ensino básico e do ensino secundário, até bibliografia de referência em diversos domínios: científico, pedagógico, didáctico e tecnológico.

Assume particular importância a análise dos diversos programas oficiais pois possibilitam uma articulação vertical adequada, base essencial para o trabalho que se pretendia desenvolver. O conhecimento a montante permite ao professor identificar bons pontos de partida para conduzir o aluno na aquisição do seu próprio saber. Paralelamente, o conhecimento a jusante é fundamental para prever dificuldades e definir estratégias que previnam o aparecimento dessas dificuldades e/ou que ajudem os alunos a ultrapassá-las. Conhecer para onde se vai ajuda a escolher um caminho melhor.

O corpo principal do trabalho prende-se com a seleção de materiais diversificados que constituem suporte essencial para apoio à construção do conhecimento dos alunos. Trata-se de um trabalho de campo em que a tecnologia surge naturalmente ligada à exploração dessas propostas de trabalho, em particular aplicações relacionadas com geometria dinâmica.

Algumas propostas aqui apresentadas inserem-se no desenvolvimento do estudo de funções ao nível do 10º ano, integrando contextos geométricos, dando sentido ao estabelecimento de conexões.

Também são apresentadas sugestões para o tratamento da modelação matemática, tema transversal do programa, incontornável na aplicação de funções a situações reais, permitindo assim, evidenciar a ligação da Matemática à realidade. Estes aspetos tornam-se fundamentos válidos para um estudo reflexivo sobre a definição de estratégias conducentes ao envolvimento dos alunos em trabalho matemático que seja significativo na sua aprendizagem.

É de sublinhar que o uso da tecnologia não deve ser encarado como um objectivo em si, mas sim como um meio para realizar aquilo que deve assumir o papel principal na prática letiva que é fazer trabalho matemático. Contudo, a tecnologia pode dar um grande contributo na compreensão do conhecimento através da concretização dinâmica de alguns processos, bem

como no que respeita a aspectos motivacionais, facilitando o envolvimento dos alunos nas tarefas propostas em sala de aula.

De acordo com Rivilla e outros (2005:193 e194)¹⁹, “ o processo educativo deve ser dinâmico e em permanente atualização, rentabilizando as enormes vantagens que os materiais tecnológicos podem proporcionar uma vez que são um bem desejável em educação, mas podem perder eficácia se faltar a orientação do professor que é quem lhe confere todo o seu valor ao integrá-las devidamente no processo educativo de modo a aproximar o tecnológico mundo exterior e a escola atual. Uma importante dimensão da utilização das novas tecnologias é a de dotar os profissionais da educação da capacidade de conhecer, analisar e utilizar os meios tecnológicos com o objetivo de aproximar conhecimentos, motivar, avaliar ou melhorar qualquer outra função docente”.

O trabalho directo com os alunos será sempre acompanhado de uma análise crítica quanto aos aspectos fortes e menos fortes da sua implementação. Esta avaliação deve incidir na apreciação dos efeitos produzidos nos alunos no que diz respeito às competências por estes adquiridas em relação à resolução de problemas. Considera-se igualmente importante a perspectiva dos alunos face às metodologias aplicadas bem como o tipo de eficácia que identificam existir quando é utilizada a tecnologia em sala de aula. Nesse sentido, foi aplicado aos alunos um questionário com o objetivo de integrar o seu ponto de vista na apreciação dos resultados obtidos.

¹⁹ Didáctica General – editado por Pearson Prentice Hall

6. Caracterização dos alunos

As referências metodológicas apresentadas ao longo deste trabalho baseiam-se na reflexão crítica e avaliativa de experiências resultantes de práticas metodológicas implementadas em diversos contextos em ambiente de sala de aula.

Para um melhor enquadramento do contexto em que o trabalho foi desenvolvido, segue-se uma breve caracterização dos alunos envolvidos.

O trabalho foi realizado com três turmas do 10º ano, aqui designadas por A, B e C, sendo duas do Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias e uma do Curso Científico-Humanístico de Ciências Socioeconómicas, perfazendo um total de 71 alunos.

Área de estudo	Turmas	Nº de alunos
Ciências e Tecnologias	A	26
Ciências e Tecnologias	B	25
Ciências Socioeconómicas	C	20

Quadro 1 – Distribuição dos alunos por turma

6.1 Dados biográficos

Segue-se a apresentação resumida de alguns dados biográficos dos alunos das turmas envolvidas neste trabalho, obtidos a partir das designadas fichas biográficas por estes preenchidas no início do ano letivo.

Feita a análise conjunta dos dados das três turmas referidas, pode observar-se que o grupo alvo era constituído por um total de 71 alunos, tendo-se analisado os seguintes itens:

- Distribuição quanto ao género;
- Idade dos alunos;
- Residência dos alunos;

- Habilitações literárias dos pais.

O grupo é constituído maioritariamente por alunos do sexo masculino, como se pode verificar nos dados representados no quadro 2 e gráfico 1

Sexo	Nº de alunos	
Feminino	28	39,4%
Masculino	43	60,6%

Quadro 2 – Distribuição quanto ao género

No que diz respeito à distribuição quanto à idade (Gráfico 2), verifica-se que a esmagadora maioria se encontra no nível etário característico do nível de ensino em que se inserem (10º ano de escolaridade).

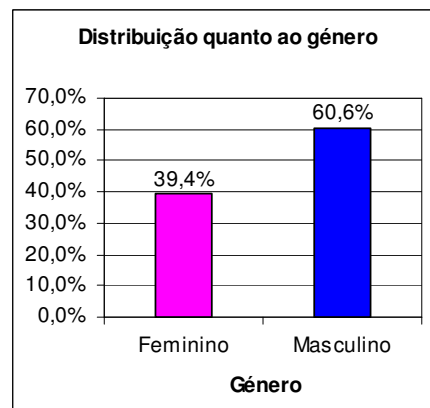


Gráfico 1 - Distribuição quanto ao género

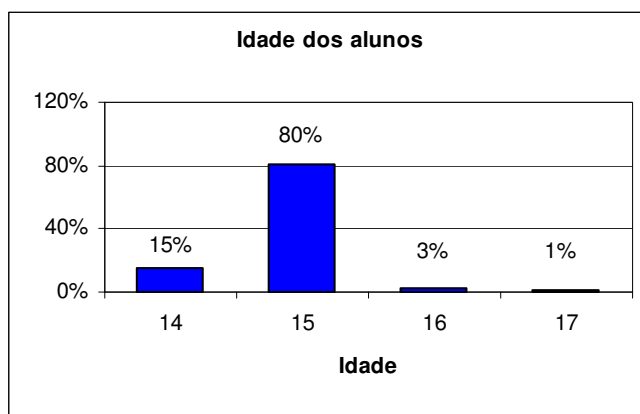


Gráfico 2 – Distribuição quanto à idade

Pode observar-se que muitos alunos são oriundos de fora da Cidade, o que é compreensível no 10º ano, uma vez que esta escola acolhe alunos de diversas escolas básicas dos concelhos vizinhos (gráfico 3).

Este poderá ser um indicador de eventuais dificuldades quer a nível de socialização dos alunos, quer a nível de implementação de metodologias de trabalho.

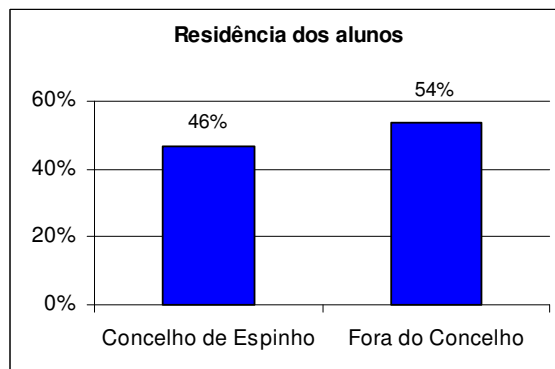


Gráfico 3 – Distribuição quanto ao local de residência

No que respeita às habilitações literárias dos progenitores, o gráfico 4 apresenta a respetiva distribuição, na qual se pode observar alguma heterogeneidade, embora a maioria dos encarregados de educação tenham habilitações de nível superior ao 9º ano de escolaridade.

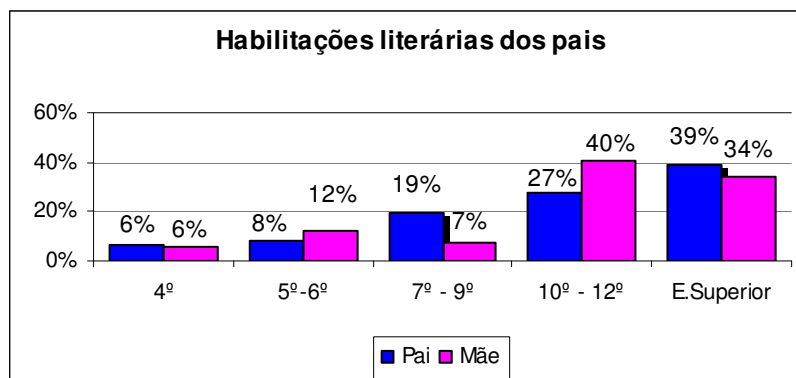


Gráfico 4– Habilitações literárias dos pais

6.2 Dados relativos ao percurso escolar ao longo do 3º ciclo.

Procedeu-se à recolha dos dados relativos ao aproveitamento dos alunos ao longo do 3º ciclo do ensino básico. Os dados recolhidos²⁰ foram retirados das fichas individuais dos alunos, arquivadas nos Serviços Administrativos da Escola. Foram registados todos os níveis de classificação final obtidos por cada um dos alunos nos 7º, 8º e 9º anos.

Relativamente ao 9º ano, entendeu-se que a especificação das classificações interna, de exame e final da disciplina, seria particularmente interessante para tornar possível uma análise do desvio verificado entre as classificações de frequência e as de exame. Os dados foram organizados de forma absoluta e relativa nos quadros seguintes:

	1	2	3	4	5	total
7º ano	0	2	24	25	18	69
8º ano	0	4	24	26	15	69
9ºano	0	2	29	17	21	69
Exame	0	7	25	27	7	66
Final	0	1	29	16	20	66

níveis	1	2	3	4	5
7º ano	0,0%	2,9%	34,8%	36,2%	26,1%
8º ano	0,0%	5,8%	34,8%	37,7%	21,7%
9ºano	0,0%	2,9%	42,0%	24,6%	30,4%
Exame	0,0%	10,6%	37,9%	40,9%	10,6%
Final	0,0%	1,5%	43,9%	24,2%	30,3%

■ - Níveis negativos

Quadro 3 – Aproveitamento (freq. absolutas)

Quadro 4 - Aproveitamento (freq. relativas)

²⁰ [Dados em ficheiro Excel](#)

Nota : A diferença entre o número total de classificações registadas no 7º, 8º e 9º anos e o número total de classificações de exame e finais deve-se ao facto de nos processos individuais de alguns dos alunos oriundos de outras escolas, não serem referidas as classificações obtidas em exame e, conseqüentemente, as finais. Por outro lado, as informações enviadas em dois processos de alunos transferidos não tinham informação detalhada acerca do histórico das classificações dos alunos nos anos anteriores.

Os dados foram também organizados graficamente de modo a facilitar a sua análise.

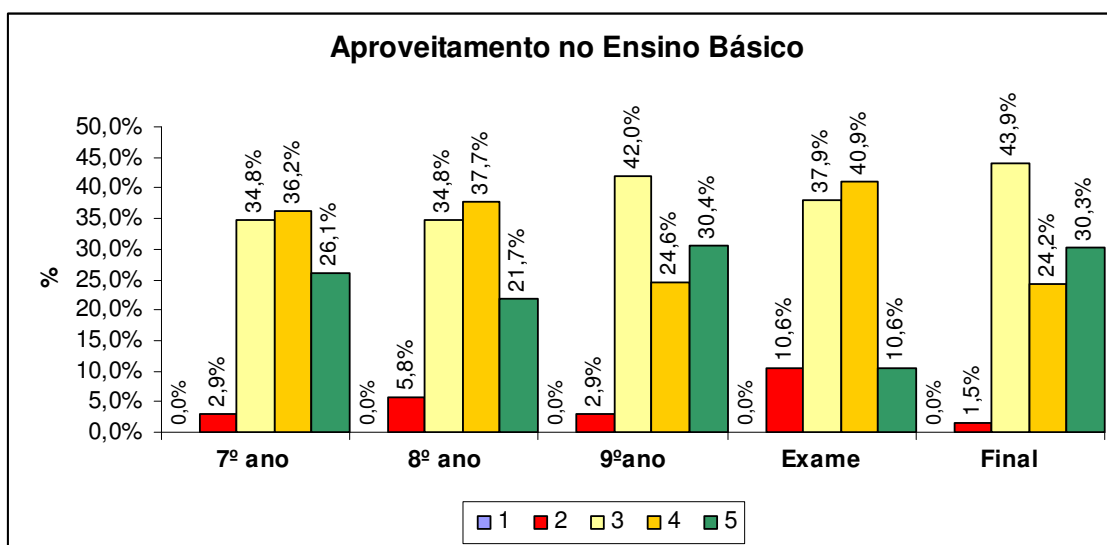


Gráfico 5- Aproveitamento no ensino básico

É notório o aumento de classificações negativas obtidas no exame nacional do 9º ano, relativamente às classificações de frequência atribuídas. Este facto pode ser analisado de forma mais detalhada através da organização dos dados de forma a dar uma perspetiva da dispersão verificada. Para isso foram elaborados quadros comparativos dos resultados das classificações de frequência e de exame, permitindo uma visualização nítida da tendência das diferenças entre estas classificações.

No Quadro 5 procedeu-se ao registo do número de alunos que obtiveram uma classificação de frequência **a** e uma classificação de exame **b**, em que a e b tomam os valores inteiros de 1 a 5, correspondentes aos níveis em que os alunos são classificados. Se a classificação de exame for superior à de frequência, este aluno é contabilizado numa quadrícula situada acima da diagonal.

Este tipo de quadros é utilizado na avaliação interna realizada na escola para análise realizada nos diversos departamentos.

Classificação de Exame Nacional

		1	2	3	4	5	Total
Classificação de Frequência	1						
	2		1				1
	3		6	20	3		29
	4			4	11		15
	5			1	13	7	21
Total			7	25	27	7	66

Quadro 5 – Classificação de frequência vs Classificação de exame

A diagonal evidencia o número de alunos que, em exame, mantiveram o nível que obtiveram em classificação de frequência. O predomínio de registos abaixo desta diagonal denuncia o número de alunos que obtiveram classificação de exame inferior à obtida na frequência. São vários os fatores que contribuem para esta diferença, em particular o facto de a classificação interna atribuída no final do 9º ano contemplar, não só o domínio cognitivo do aluno mas também a dimensão das atitudes e valores. Por outro lado, sabe-se que são muito vulgares as situações em que os Conselhos de turma alteram a classificação de uma disciplina após a análise global do aproveitamento de cada aluno, não aceitando a proposta do professor da respectiva disciplina. Esta prática, integrada nos normativos existentes, conduz a resultados que deturpam o *real* sucesso obtido na disciplina em que tal facto ocorre.

É curioso observar que, dos 21 alunos com nível 5 na classificação de frequência, 14 obtiveram classificação inferior em exame. Este facto poderá evidenciar uma eventual sobrevalorização da classificação destes alunos. Contudo, como já foi referido, são vários os factores que interferem nos resultados de exame face às classificações de frequência, nomeadamente o grau de dificuldade face a provas de anos anteriores.

7. As propostas

Neste ponto serão apresentadas algumas propostas e materiais de apoio que foram utilizados com os alunos em sala de aula. As propostas seguem, em primeiro lugar, as orientações metodológicas do programa da disciplina de Matemática A, aplicadas às sugestões do manual escolar dos alunos. Todos os materiais procuram, sob o ponto de vista didático, potenciar as aprendizagens dos alunos.

Há a intenção de evidenciar os instrumentos tecnológicos utilizados aliados a conteúdos básicos que permitem o estabelecimento de conexões e a procura de modelos que expliquem determinados contextos reais.

As atividades descritas seguem uma ordem concordante com a dos temas do programa oficial da disciplina, embora se retomem temas anteriores no sentido de privilegiar a mobilização de conhecimentos para resolver situações concretas.

7.1 Módulo inicial

Como já foi referido, o programa de Matemática A do 10º ano inicia-se com o Módulo Inicial, que deve ser desenvolvido a partir da resolução de um conjunto de problemas relacionados com os temas Números, Geometria e Álgebra. As propostas apresentadas aos alunos procuraram promover a mobilização de conhecimentos adquiridos no 3º ciclo do ensino básico na resolução de problemas que desenvolvessem o raciocínio matemático.

Um dos problemas referidos no programa é:

“Porque é que só há cinco sólidos platónicos?”

Antes de propor aos alunos a resolução deste problema, entendeu-se ser oportuno desenvolver atividades simplificadas que, por um lado, integrassem os alunos num ambiente de raciocínio geométrico tendo como ponto de partida conhecimentos que lhes eram familiares, e por outro lado, os encaminhassem para o tipo de raciocínio necessário. Neste contexto, foi recordada a relação de Euler e proposta uma tarefa envolvendo polígonos regulares.

7.1.1 Relação de Euler

Foi solicitado aos alunos de uma tabela com a representação de alguns poliedros, solicitando o preenchimento com a indicação do número de faces, de arestas e de vértices.

Preenche a tabela

Sólido	F N.º de faces	V N.º de vértices	A N.º de arestas	Estado da contagem
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input checked="" type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>

$A + F = V + 2$
 Relação de Euler

iniciar

Novo Espaço - Matemática A - 10.º ano

Figura 3 - Relação de Euler²¹

Esta tabela foi projetada no quadro interativo, solicitando alguns alunos para se dirigirem ao quadro para o preenchimento das diversas linhas, utilizando o teclado flutuante do próprio quadro interativo. O facto de a aplicação dar a indicação de erro quando havia alguma contagem incorreta proporcionou o envolvimento de todos os alunos, participando de forma espontânea na correção.

Preenche a tabela

Sólido	F N.º de faces	V N.º de vértices	A N.º de arestas	Estado da contagem
	4	4	6	<input checked="" type="radio"/>
	6	8	12	<input checked="" type="radio"/>
	6	6	12	<input checked="" type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="radio"/>

$A + F = V + 2$
Relação de Euler

iniciar

Novo Espaço - Matemática A - 10.º ano

Figura 4 – Relação de Euler em quadro interativo

²¹ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

Após o preenchimento da tabela os alunos deveriam arrastar os círculos com as letras de forma a obterem a Relação de Euler.

Sendo uma atividade desenvolvida no início do ano letivo, aproveitou-se a oportunidade para recordar algum vocabulário específico (base, altura, apótema, etc) e, atribuindo dimensões a um sólido, solicitar o cálculo de áreas e volumes proporcionando a aplicação de outros conhecimentos tais como Teorema de Pitágoras.

7.1.2 A Flor

A proposta agora apresentada, adaptada de Costa e Rodrigues (2010:37)²², teve a intenção de fazer surgir reflexões que envolvessem polígonos e ângulos, procurando preparar os alunos para o problema da existência de apenas cinco poliedros regulares.

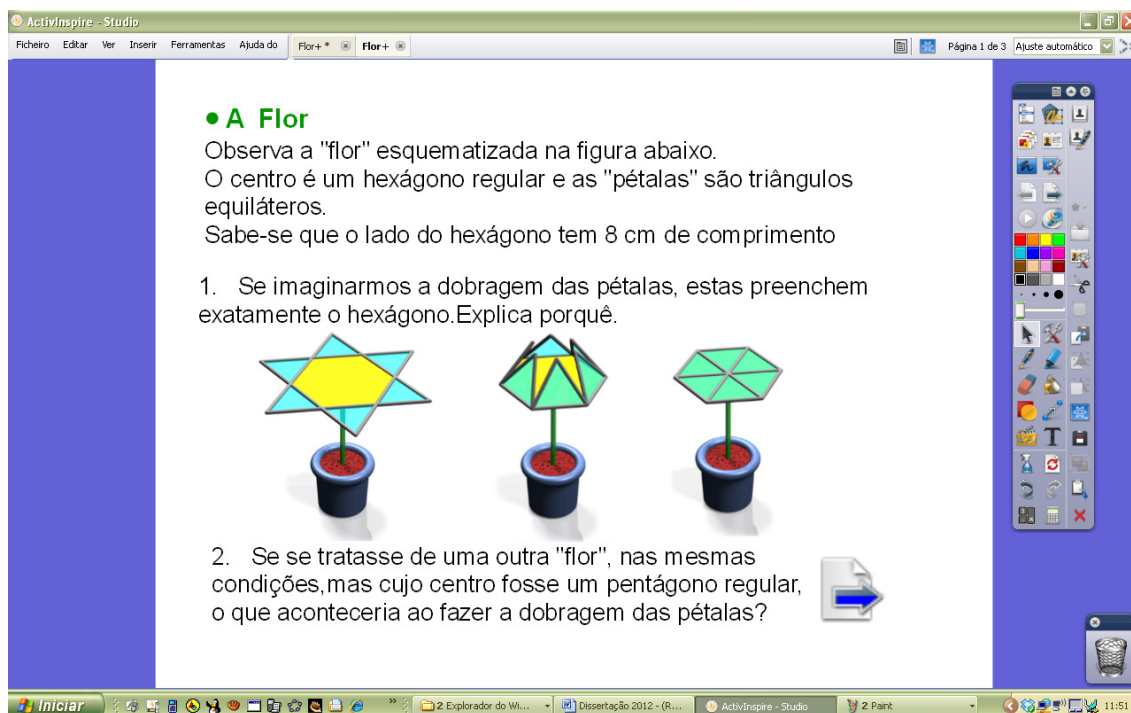


Figura 5 – Aplicação “A Flor” em quadro interativo

A visualização dinâmica da dobragem das “pétalas” é esclarecedora do que se pretende examinar e da situação real que ocorre. Foi explorada uma aplicação que mostra essa dobragem quer no caso do centro ser um hexágono regular quer noutros casos de polígonos regulares com um número inferior de lados ou superior.

²² Novo Espaço Matemática A- 10º ano – manual escolar de 10º ano editado por Porto Editora

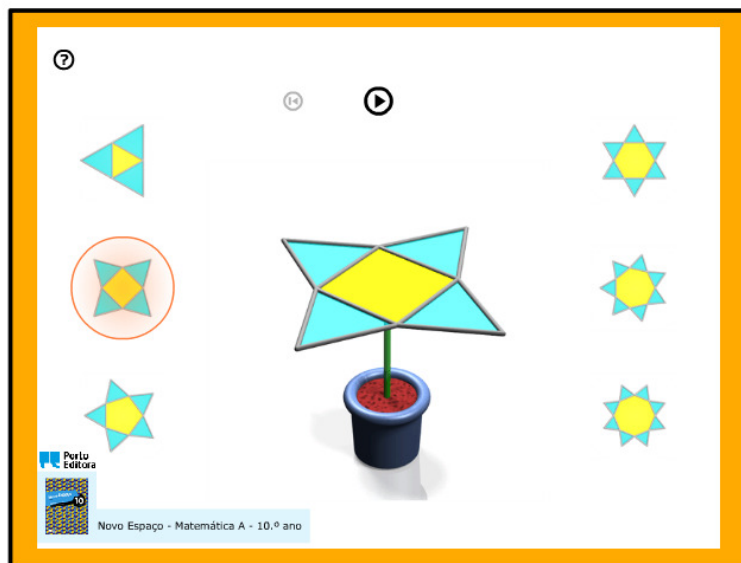


Figura 6 – Aplicação “A Flor”²³

Com a ajuda desta aplicação foi possível clarificar dúvidas, facilitar a fundamentação e enriquecer a discussão, sendo evidente a atenção e o envolvimento dos alunos. No entanto, observou-se que o empenho foi decrescendo à medida que o apelo a conhecimentos matemáticos ía surgindo para explicar com algum rigor as diversas situações.

7.2 Geometria no Plano e no Espaço I

Após o módulo inicial, segue-se o tema de Geometria cuja primeira parte diz respeito à resolução de problemas no plano e no espaço e na segunda parte dá-se início à geometria analítica.

Embora a resolução de problemas no plano e no espaço possa surgir como uma continuação do módulo inicial, no entanto são criadas oportunidades de integrar conceitos novos para os alunos, sem contudo, deixar de estabelecer conexões com os conhecimentos matemáticos que lhes são familiares. São apresentadas aos alunos propostas que envolvem cortes de sólidos, provocando o trabalho relacionando com as secções neles produzidas, em particular no cubo e a decomposição de figuras planas e tridimensionais.

²³ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

7.2.1 Secções no cubo

Um dos conteúdos em que os alunos habitualmente evidenciam muitas dificuldades é *Secções no cubo*. Sabendo que previamente já foram estudadas algumas propriedades relativas à interseção de planos, é apresentada a seguinte proposta.

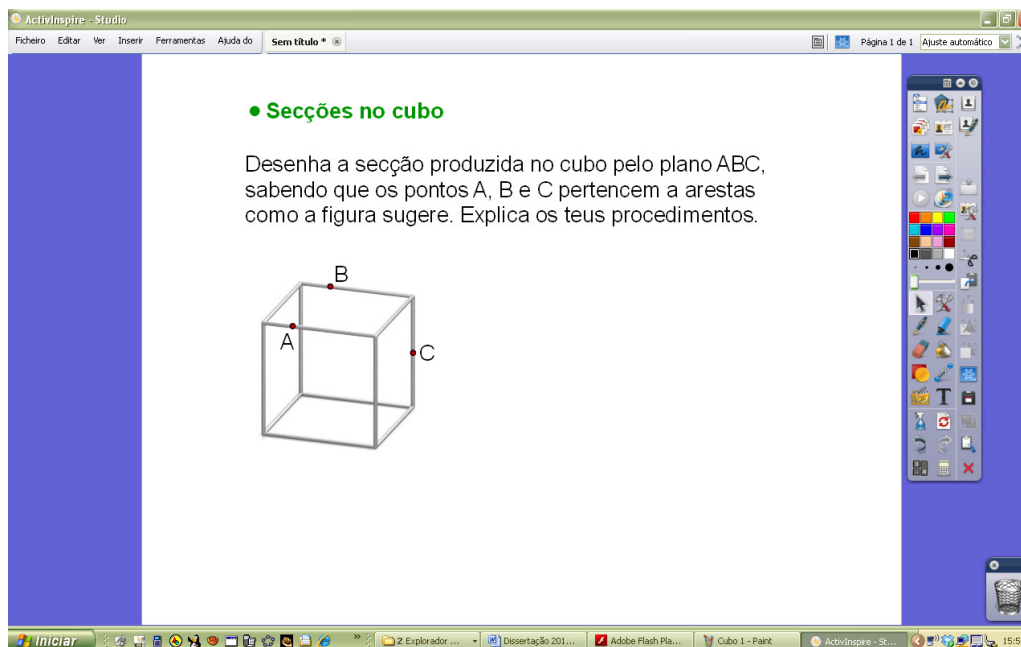


Figura 7 – Secções no cubo em quadro interativo

Recorrendo a uma aplicação dinâmica que acompanha o manual utilizado, é possível propôr aos alunos situações diversas e explorá-las conjuntamente, referindo as propriedades justificativas dos procedimentos seguidos.

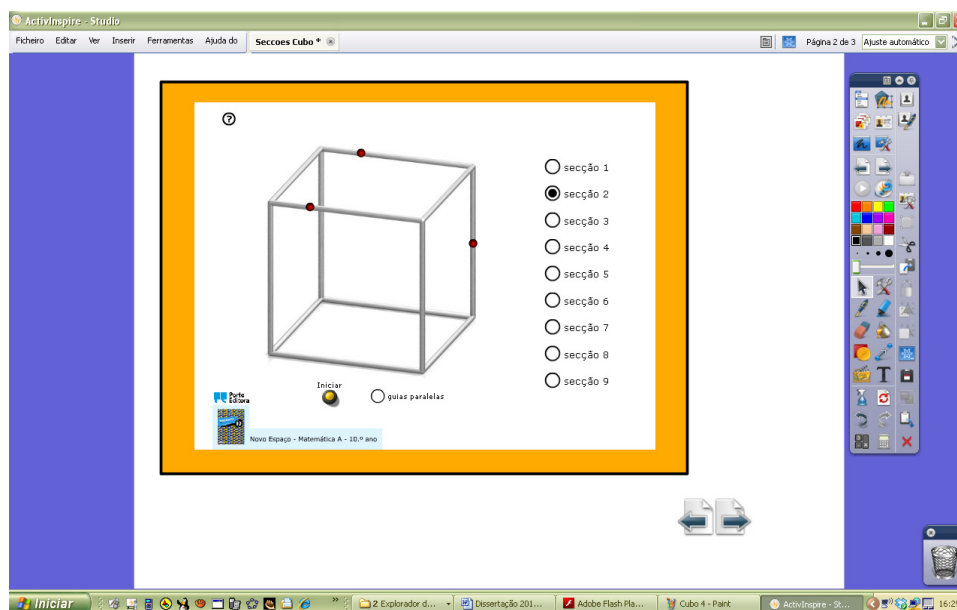


Figura 8 - Aplicação “Secções no cubo” em quadro interativo²⁴

²⁴ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

Este tipo de recurso possibilita uma boa gestão do desenvolvimento da unidade uma vez que permite, em pouco tempo, apresentar propostas de trabalho visualmente apelativas. A facilidade com que podem ser trabalhadas as figuras favorece a discussão e o envolvimento dos alunos.

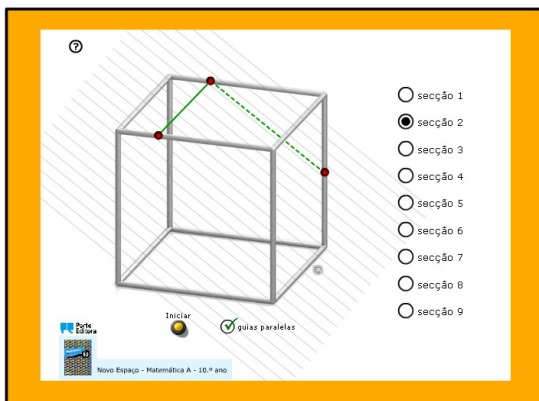


Figura 9- Construção de uma secção num cubo

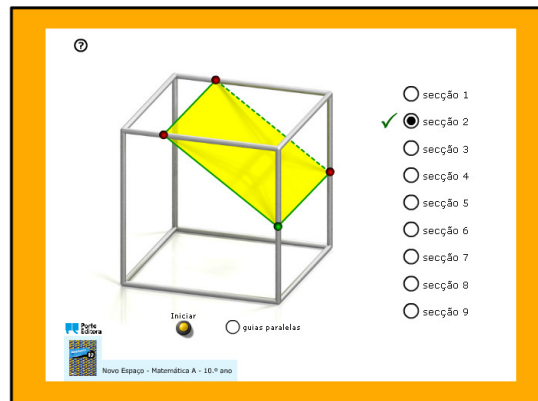


Figura 10 - uma secção num cubo

As situações projetadas e trabalhadas em quadro interativo com a turma, foram previamente apresentadas aos alunos em suporte papel na forma de uma ficha de trabalho, permitindo assim que os alunos, individualmente, tomassem a iniciativa de responder colocando as suas dúvidas. Em seguida, para cada situação foi solicitado a um aluno para efetuar a construção no quadro, com a aplicação. Neste momento foi evidente o interesse da grande maioria dos alunos em interagirem com a aplicação no quadro.

7.2.2 Simetrias

Na parte inicial da Geometria Analítica, após o estudo das retas paralelas aos eixos coordenados de referenciais cartesianos no plano e bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares, é conveniente rever o conceito de simetria em relação a um ponto e em relação a um eixo e relacionar as coordenadas de pontos simétricos em relação aos eixos coordenados, às bissetrizes dos quadrantes e em relação à origem de um referencial.

Para este efeito fez-se a exploração de uma atividade baseada num jogo e, em ambiente lúdico, foram trabalhados os diferentes tipos de simetria. Este jogo, que aparece no manual de Costa e Rodrigues (2010:108)²⁵ na forma de tarefa, pode ser explorado em sala de aula com base na respetiva aplicação dinâmica de apoio²⁶.

²⁵ Manual Novo Espaço – Matemática A

²⁶ CD de aplicações dinâmicas do manual Novo Espaço Matemática A

Jogo das simetrias

Na figura, está representado um jogo electrónico que tem como fundo um referencial.

Sempre que o jogo é activado são indicadas as coordenadas de um ponto – **Ponto de Partida**.

Feita uma jogada, é iluminado um ponto e são indicadas as respectivas coordenadas. Conhecidas essas coordenadas e comparadas com as do ponto de partida é atribuída uma pontuação.

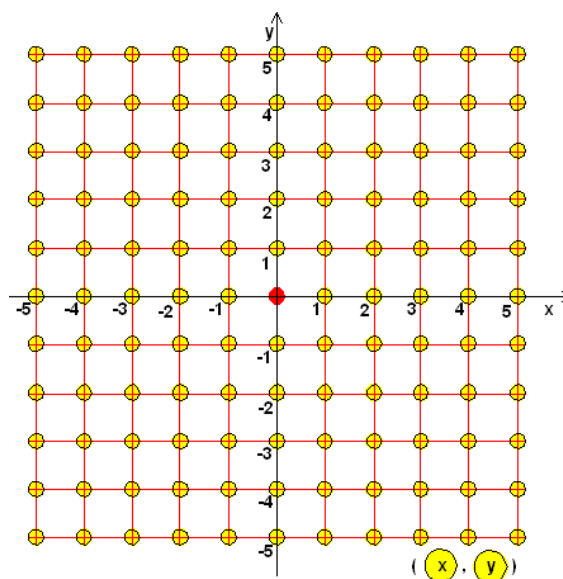


Figura 9 – Jogo das simetrias

Critério para atribuição da pontuação

O ponto de partida e o ponto iluminado são simétricos em relação:

·	ao eixo Oy	5 pontos
·	ao eixo Ox	10 pontos
·	à bissetriz dos quadrantes ímpares	15 pontos
·	à bissetriz dos quadrantes pares	20 pontos
·	à origem	30 pontos

Nota: Outras situações 0 pontos.

- Um jogador activa o jogo e as coordenadas do **ponto de partida** são: **(3, 2)**

O jogador faz três jogadas e totaliza 45 pontos. Dá exemplo de possíveis coordenadas dos pontos iluminados se obteve pontuação não nula nas três jogadas.

- Um outro jogador activou o jogo e o ponto de partida foi: **(-1, 2)**

Sabe-se que o jogador fez uma sequência de seis jogadas obtendo:

1ª jogada – 20 pontos; 2ª jogada – 5 pontos; 3ª jogada – 0 pontos;

4ª jogada – 15 pontos; 5ª jogada – 30 pontos; 6ª jogada – 10 pontos.

Indica as coordenadas dos pontos iluminados em cada uma das jogadas em que a pontuação foi não nula.

- Supõe que as coordenadas do ponto de partida são: **(a, b)**, $a, b \in \mathbb{R}$.

Indica as coordenadas do ponto iluminado se a pontuação da jogada for:

3.1 15 pontos; **3.2** 20 pontos; **3.3** 30 pontos;

3.4 10 pontos; **3.5** 5 pontos.

Após os alunos trabalharem esta tarefa, a exploração da aplicação dinâmica permitiu fazer uma extensão do jogo com a participação de todos os alunos da turma. Numa das modalidades, a aplicação apresenta de forma aleatória dois pontos e o aluno deve identificar o tipo de simetria que é possível considerar, indicando se a resposta está correta ou não.

Os pontos assinalados são simétricos em relação:

- ao eixo Oy
- ao eixo Ox
- à recta $y=x$
- à recta $y=-x$
- à origem
- outra situação

Certas: 0
Situação 1/10
OK Terminar

Figura 10 - Jogo das simetrias – opção I ²⁷

Outra modalidade da aplicação é a de apresentar aleatoriamente um tipo de simetria e um ponto cuja imagem o aluno deve indicar.

Com o rato escolhe o ponto simétrico do ponto verde relativamente:

- ao eixo Ox

Certas: 0
Situação 1/10
OK Terminar

Figura 11 - Jogo das simetrias – opção II

Desta forma, em pouco tempo é possível questionar todos os alunos, que se envolvem com agrado na atividade.

²⁷ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

7.2.3 Coordenadas de pontos no espaço

O estudo de referenciais no espaço é particularmente delicado, recorrendo-se a materiais, muitas vezes manipuláveis em acrílico, que facilitem a compreensão e a identificação de posições de pontos relativamente a um referencial tridimensional.

Exemplo 1

O recurso a uma aplicação dinâmica revela-se eficaz na promoção do envolvimento dos alunos no trabalho desenvolvido em sala de aula. A aplicação enquadra-se na parte inicial do estudo da Geometria Analítica no 10º ano, nomeadamente no que se refere à utilização de referenciais cartesianos e monométricos no plano e no espaço, tendo como objetivo contribuir para o desenvolvimento de competências no âmbito da visualização no espaço.

A aplicação é apresentada em ambiente lúdico, tendo como elemento central um cubo, em que o aluno é convidado a indicar as coordenadas de um determinado vértice atendendo ao referencial que lhe está aplicado (Figura 14).

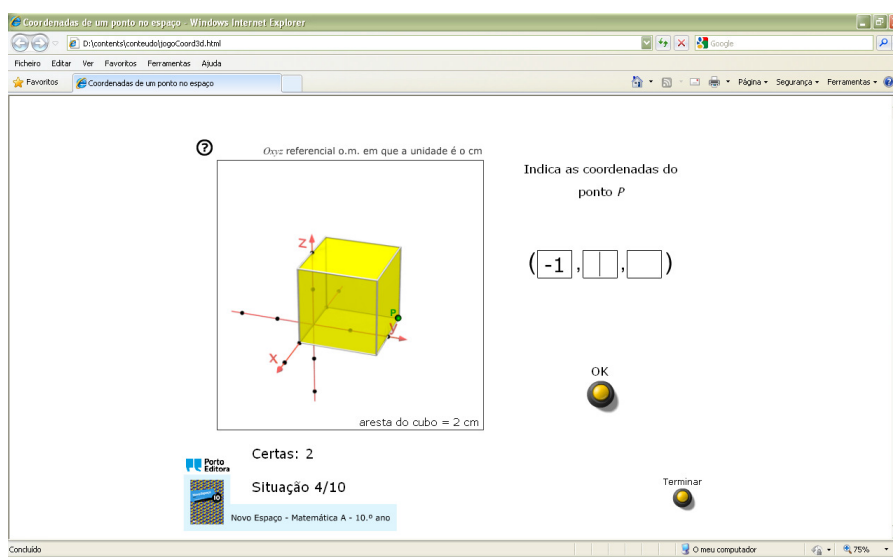


Figura 12– Coordenadas de pontos no espaço²⁸

A verificação é feita pela própria aplicação indicando se a resposta está certa ou errada, sendo em seguida apresentada nova proposta com o referencial aplicado noutra posição. Ao fim de um conjunto de dez propostas, o aluno obtém informação acerca do número de respostas certas que obteve (Figura 13).

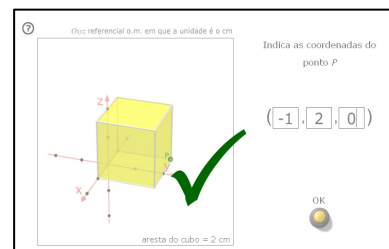


Figura 13 – Resposta certa²⁸

²⁸ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

Um recurso tecnológico com estas características, pode ser rentabilizado através da apresentação diversificada de propostas de trabalho em sala de aula. Destacam-se as seguintes sugestões simples da integração deste recurso no desenvolvimento do tema e que foram desenvolvidas com os alunos.

1. A apresentação da atividade em quadro interativo permite o questionamento de todos os alunos em pouco tempo com situações diversificadas, o que se tornou numa mais valia na gestão do tempo. Para isso basta ligar o quadro e, para proporcionar aos alunos uma participação mais atrativa, ativar o teclado virtual do quadro interativo e abrir o Cd onde se encontra a aplicação. Com a caneta do quadro interativo o aluno pode registar as coordenadas e clicar nos botões da aplicação como o faria no computador (Figura 16).

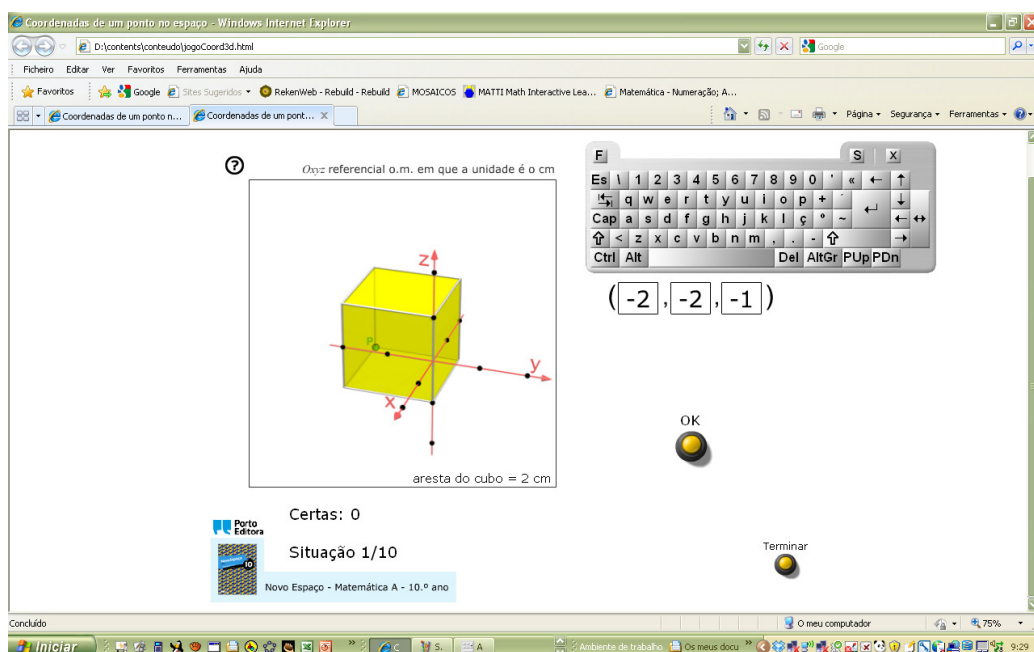


Figura 14 – Jogo das coordenadas em quadro interativo²⁹

O facto de desenvolver todo o trabalho perante toda a turma revela-se eficaz no que se refere à concentração e participação dos alunos. Este procedimento foi aplicado em duas das turmas.

Na outra turma, e aproveitando o facto de poder usufruir de uma sala com vários computadores, em alternativa, a tarefa foi proposta aos alunos para ser desenvolvida em grupo criando assim um ambiente ainda mais envolvente para os alunos, registando-se os resultados obtidos pelos vários grupos em duas séries de dez situações. A apetência natural dos alunos pela competitividade em jogos, motiva-os para respostas refletidas de modo a contribuírem para o bom desempenho do grupo, o que, se traduz em aprendizagem.

²⁹ Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

2. O professor pode aproveitar a diversidade de imagens e ampliar a exploração noutras vertentes. A preparação prévia da aula torna-se simples quando, para além do CD com a aplicação, o professor dispõe do software do quadro interativo da sua escola instalado no seu computador pessoal.

Ao correr a aplicação, para cada imagem pode fazer-se captura de ecrã (basta recorrer à tecla *Printscreen*) e , após colar numa página do *Paint*, recorta-se a parte da imagem pretendida, colando-a na página do quadro interativo (Figuras 18 e 19). Seguindo esta ideia, criou-se uma ficha de trabalho individual (Anexo 1), com questões relativas a coordenadas de pontos no espaço, aproveitando para aplicar conhecimentos já adquiridos envolvendo secções no cubo e cálculo de áreas. Esta ficha serviu como instrumento de avaliação do trabalho realizado, possibilitando a identificação de dificuldades em alguns alunos e o seu posterior esclarecimento.

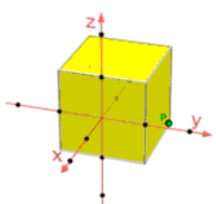
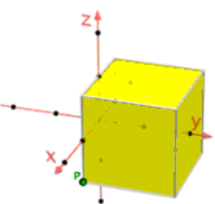
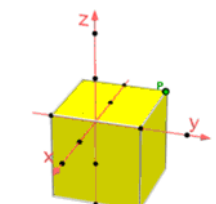
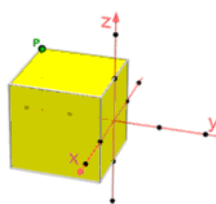
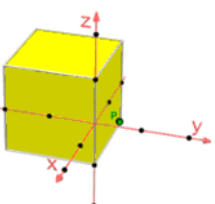
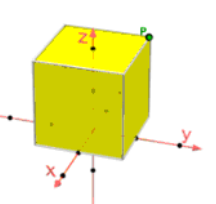
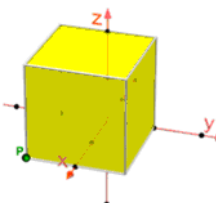
MATEMÁTICA		
Ficha de Trabalho Individual	10º ANO	
<p>1. Em cada uma das seguintes figuras encontra-se representado um cubo ao qual foi aplicado um referencial o.m. com os eixos coordenados paralelos ou perpendiculares às arestas, como as figuras sugerem. Atendendo à unidade marcada no referencial, indica, em cada caso, as coordenadas do ponto <i>P</i>.</p>		
1.1	1.2	1.3
		
$P(\quad , \quad , \quad)$	$P(\quad , \quad , \quad)$	$P(\quad , \quad , \quad)$
1.4	1.5	1.6
		
$P(\quad , \quad , \quad)$	$P(\quad , \quad , \quad)$	$P(\quad , \quad , \quad)$
<p>2. Observa a figura onde se encontra um cubo nas condições consideradas na questão anterior.</p>		
2.1	Indica as coordenadas do ponto <i>P</i> .	
2.2	Representa na figura os pontos <i>A</i> e <i>B</i> de coordenadas $A(2,1,2)$ e $B(0,-1,0)$	
2.3	Calcula a área da secção produzida no cubo pelo plano <i>APB</i>	
		

Figura 15 – Ficha de trabalho

Esta ficha de trabalho foi corrigida e discutido com toda a turma. A possibilidade de inserir as imagens no ambiente do quadro interativo, permitiu agilizar a correção, usufruindo das potencialidades de algumas ferramentas próprias do quadro interativo (Figuras 18 e 19)

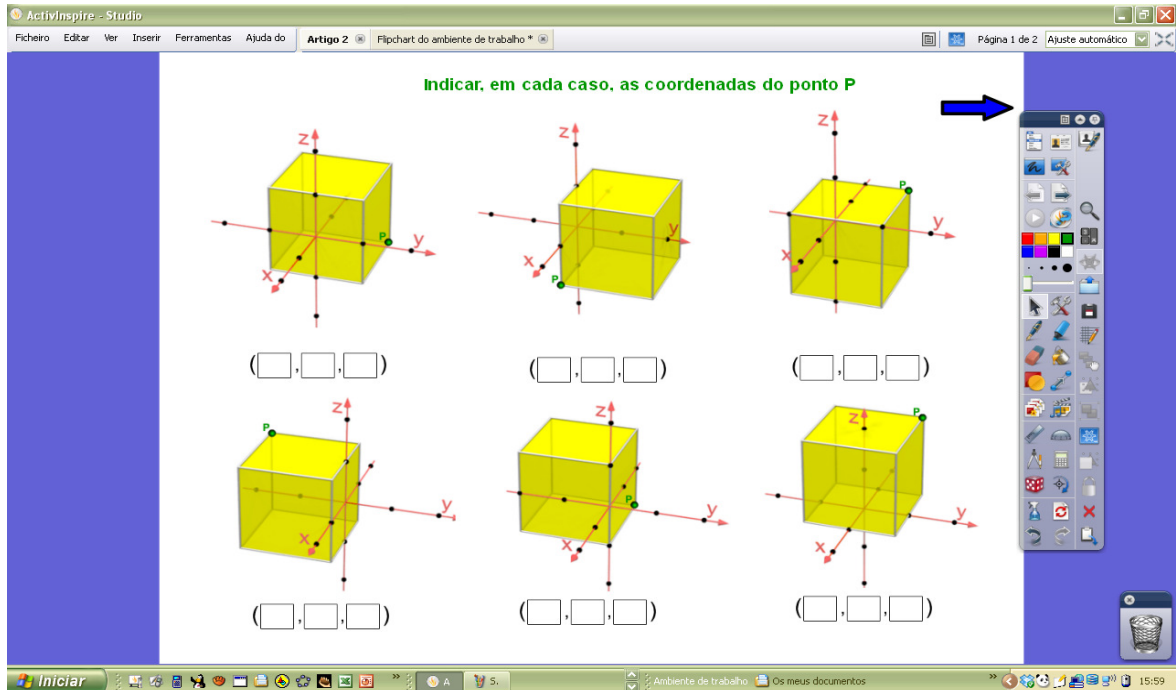


Figura 16 - Ficha de trabalho em quadro interativo – questão 1

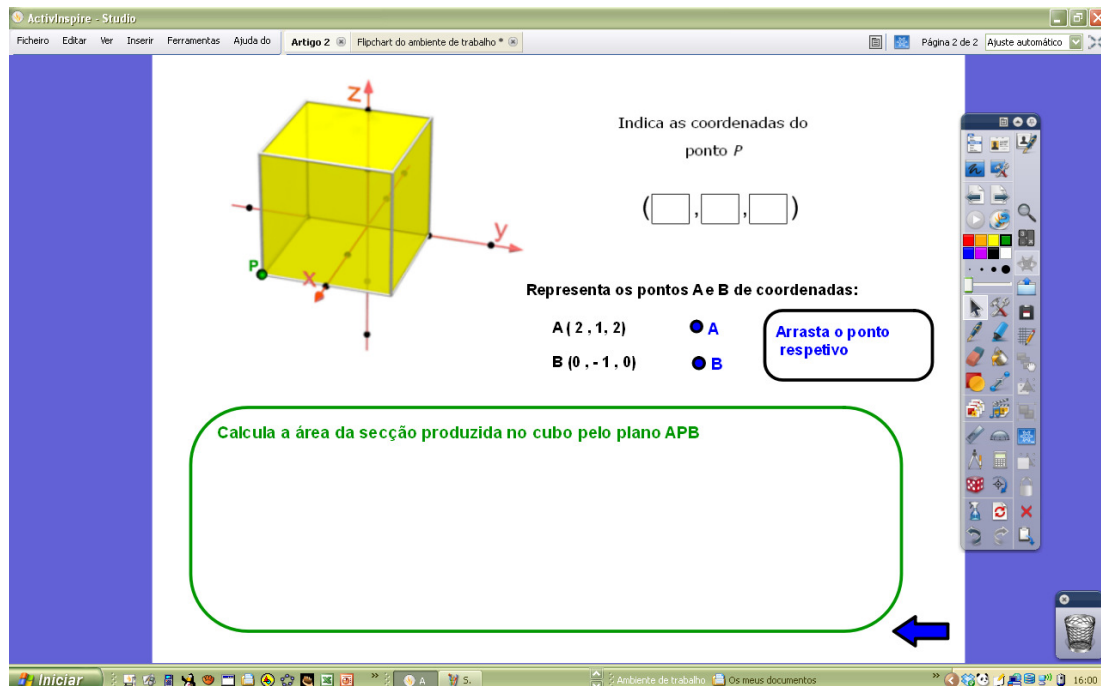


Figura 17 - Ficha de trabalho em quadro interativo – questão 2

Com este processo e aproveitando as imagens, foi possível criar situações diversificadas e orientar a exploração da aula para o estabelecimento de conexões com outros conteúdos. Tornar as imagens estáticas não significa a perda de potencialidades da aplicação quando a intencionalidade do professor está bem definida, e a planificação do trabalho a desenvolver em sala de aula orientada no sentido de promover aprendizagens enriquecedoras.

Poder-se-ia pensar que a aplicação se tornaria inútil no caso de o professor não disponibilizar de uma sala com quadro interativo ou vários computadores. Contudo, nesta situação, a aplicação pode facilitar a elaboração de uma proposta de trabalho com um número significativo de imagens diversificadas, orientada para o cumprimento do mesmo objetivo, sendo apresentada ao aluno em suporte de papel. Bastaria para isso *colar* as imagens capturadas num ficheiro *Word* construindo assim uma folha de trabalho a fornecer aos alunos.

Nesta perspetiva, o material tecnológico é uma mais valia como auxiliar do professor na construção de outro tipo de recursos, adequando-os às condições existentes.

Exemplo 2

A simplicidade de um exercício, com a intervenção do professor, pode promover uma exploração mais abrangente e diversificada com a ajuda de recursos tecnológicos disponíveis.

Uma imagem de um manual, quando transposta para um quadro interativo, pode adquirir um dinamismo que amplia a sua exploração em sala de aula.

A imagem representada na Figura 18³⁰, que representa uma peça composta por quatro cubos, foi inserida numa página do quadro interativo (Figura 19).

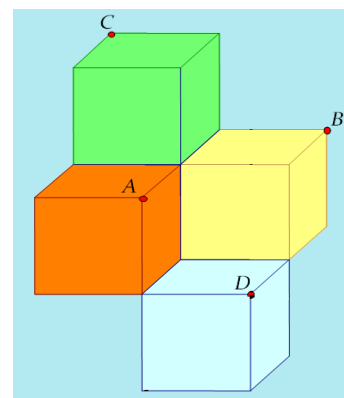


Figura 18 - Cubos

Ao lado, desenham-se três linhas para representar os eixos coordenados de um referencial tridimensional, que se agrupam, obtendo-se um referencial móvel (Figuras 21 e 22). Coloca-se o referencial sobre a figura, considera-se, por exemplo, que a aresta de cada cubo é a unidade do referencial e questionam-se os alunos acerca das coordenadas dos pontos A, B, C e D representados na figura.

³⁰ Imagem adaptada do manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

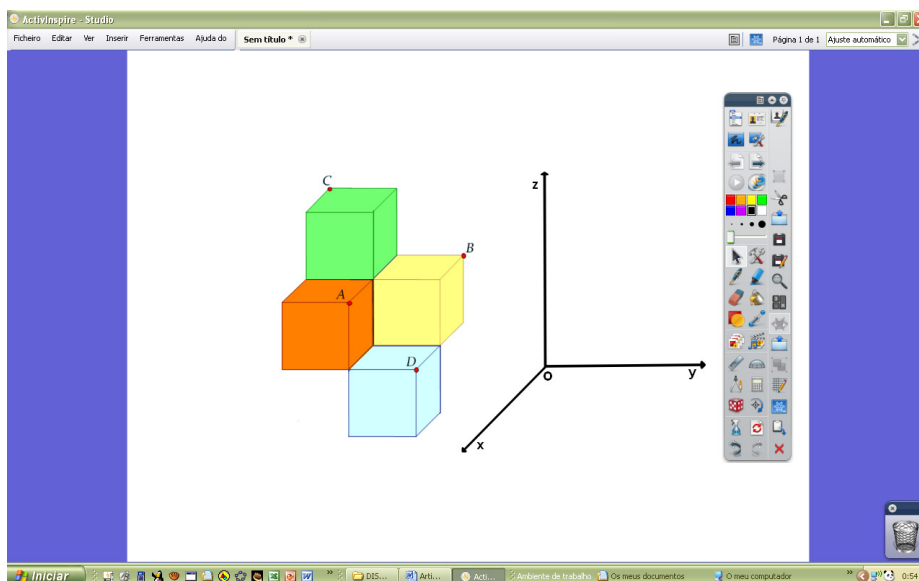


Figura 19 – Cubos e referencial móvel em quadro interativo 1

Ao deslocar o referencial sobre a figura diversificam-se as condições de forma a ampliar o exercício proposto inicialmente e, necessariamente, envolvendo os alunos em situações de aprendizagem mais alargadas.

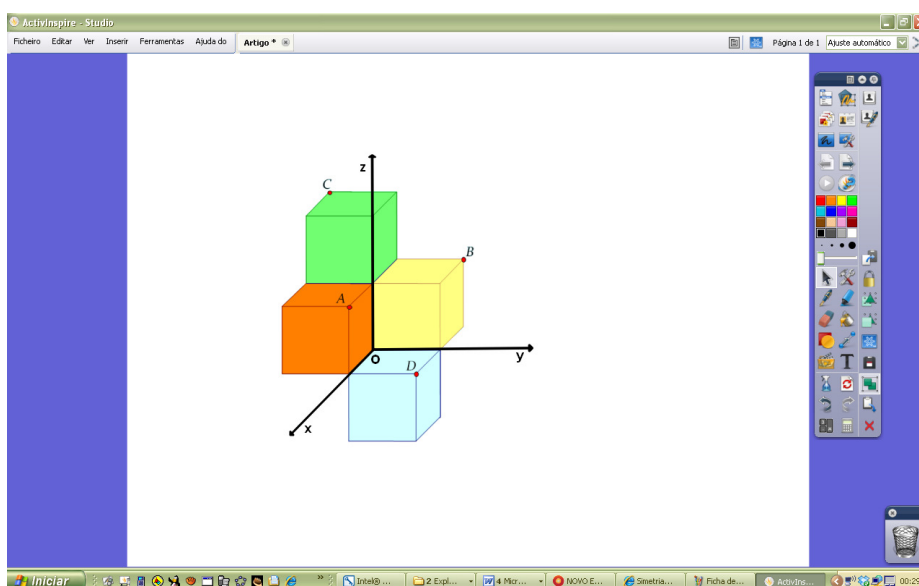


Figura 20– Cubos e referencial móvel em quadro interativo 2

Para além da participação de mais alunos, a diversificação da posição do referencial facilita a identificação de dificuldades, criando-se assim oportunidades de esclarecimento de eventuais dúvidas de alguns alunos.

O recurso foi ainda aproveitado para proporcionar outro tipo de raciocínio, considerando à partida o volume de cada cubo e um referencial ortogonal monométrico cuja unidade é o centímetro (Figura 23).

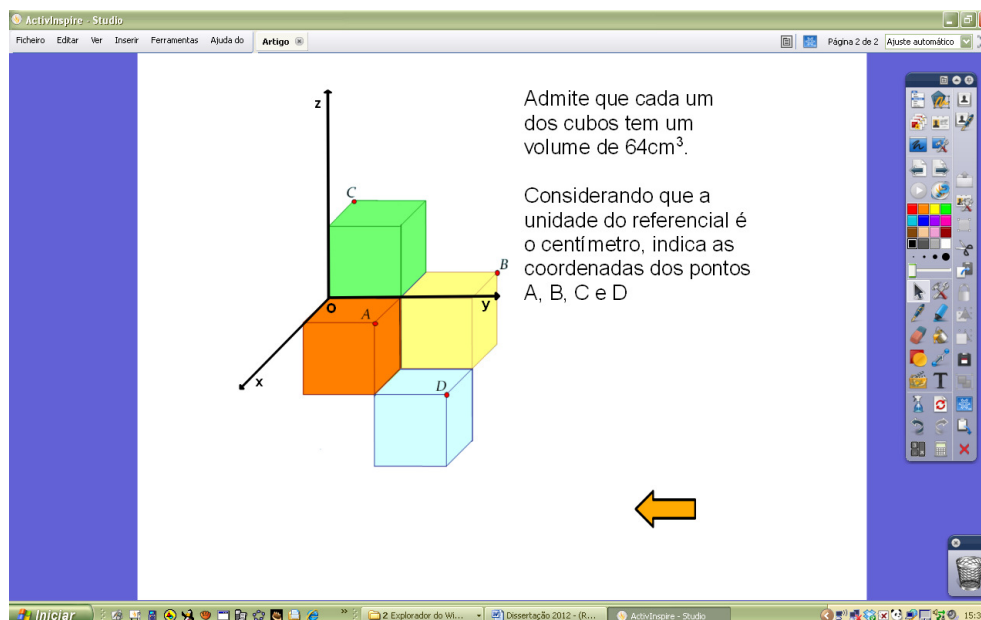


Figura 21 - Cubos e referencial móvel em quadro interativo 3

A qualidade de um recurso nunca substitui a interação professor-aluno. O papel do professor é fundamental, quer na vertente orientadora da exploração do recurso quer no enquadramento que lhe é dado na gestão do currículo.

7.3 Noção de função

O estudo de funções pressupõe que o aluno interiorize o conceito e o trabalhe nas suas diversas formas: analítica, numérica e gráfica. Para intuir de forma simples, é muitas vezes feita uma analogia com uma máquina que transforma matéria-prima em produto acabado.

A utilização de uma aplicação dinâmica que retrata esta analogia pretende facilitar a compreensão do conceito e servir como motivação na introdução do estudo do tema.

Neste caso, tratando-se de alunos do 10º ano, apesar de o conceito de função já ter sido introduzido no ensino básico, deve ser retomado de modo a esclarecer eventuais dúvidas que tenham subsistido podendo assim nivelar os conhecimentos essenciais para o desenvolvimento do tema. Dada a importância desta temática, é conveniente que neste momento inicial sejam lembradas as três vertentes do estudo de funções esclarecendo eventuais dúvidas que tenham subsistido.

“...Os conhecimentos sobre funções, indispensáveis para a compreensão do mundo em que vivemos, vão ser ampliados com base no estudo analítico, numérico e gráfico devendo privilegiar o trabalho intuitivo com funções que relacionam variáveis da vida corrente,...”

(Silva et al, 2001:26)³¹

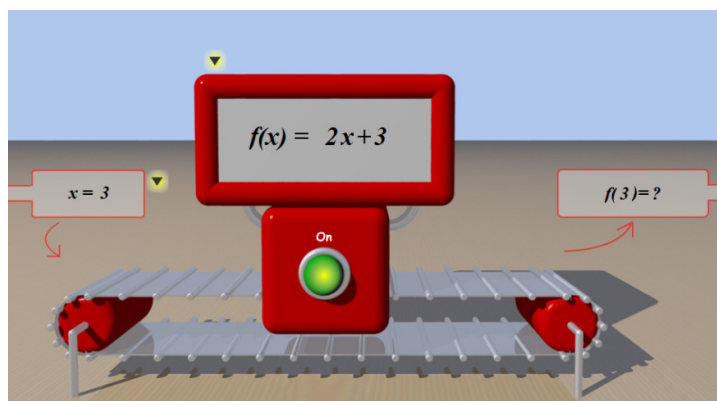


Figura 22 – Máquina das funções³²

A aplicação “Máquina de funções” ilustra esta analogia, possibilitando a visualização da função nas três formas indicadas.

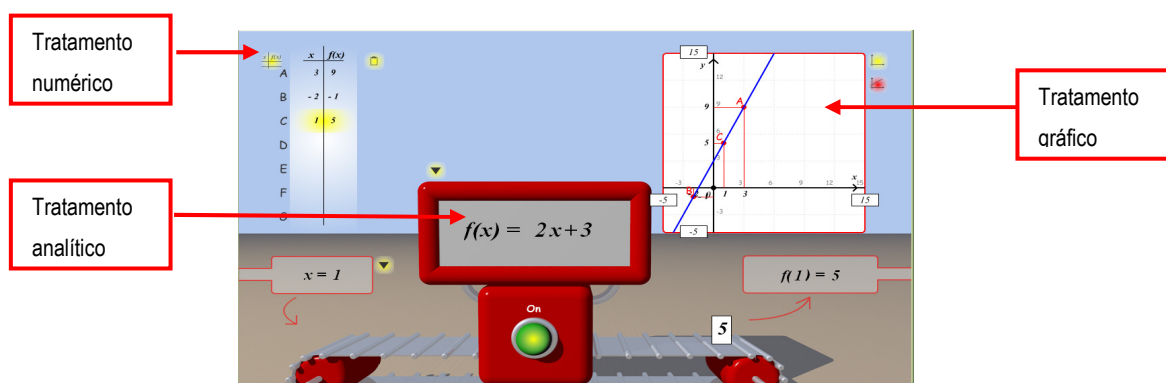


Figura 23 - Máquina das funções (três tipos de estudo)

O facto de aparecerem na aplicação as três formas referidas ajudará o aluno a compreender a interligação existente entre estas vertentes de análise de uma função e a fazer a transição da concretização visual da “máquina” para a representação matemática o que favorece a abstracção necessária. A exploração do recurso baseou-se no questionamento:

- O ponto (4, 12) pertence ao gráfico da função? E o ponto (5, 13)?
- Qual o número que deve entrar na máquina de modo a sair 17?

³¹ Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgicd.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

³² Retirado de CD de aplicações de apoio ao manual Novo Espaço 10 – Matemática A (Costa e Rodrigues, 2010)

7.4 Função afim

O estudo da função afim é retomado agora com algum detalhe surgindo na sequência do estudo da recta no subtema Geometria Analítica. Desta forma, surgem naturalmente conexões entre estes conteúdos.

Foi apresentada aos alunos uma proposta que tem como objectivo o estudo de funções afins que decorrem de um contexto geométrico. Esse estudo permitiu fazer uma exploração que inclui uma análise do domínio, atendendo ao contexto, da monotonia de cada uma das funções, do tipo de polígonos que envolve e do conceito de área desses polígonos.

- A abordagem foi realizada em ambiente de Geometria dinâmica com recurso a um software de acesso gratuito, o Geogebra ³³;

Estes ambientes clarificam a interpretação de problemas que envolvem figuras que dependem de pontos móveis.

➔ Proposta

Dado um rectângulo [ABDE], considera um ponto P, pertencente ao segmento [BD] .

Sabe-se que, numa certa unidade, $\overline{AB} = 3$ e $\overline{BD} = 4$

Representando por x a distância de P a B, considera:

- a função f que a cada valor de x faz corresponder a área do triângulo;
- a função g que a cada valor de x faz corresponder a área do trapézio.

1. Define cada uma das funções através de uma expressão e da
2. indicação do seu domínio (atendendo ao contexto).
3. Faz um estudo comparativo das características destas funções

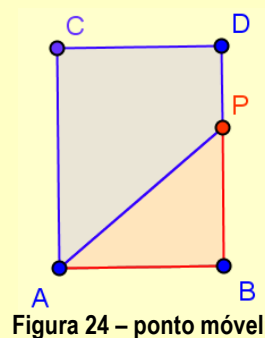


Figura 24 – ponto móvel em retângulo

O rectângulo pode ser construído, de forma simples numa página do *Geogebra*. Considerou-se um ponto móvel P sobre o lado [BD] e definidas as funções que representam as áreas do

³³ [Geogebra](http://www.geogebra.org/) - software de Geometria Dinâmica, de acesso gratuito e de grande versatilidade. Pode encontrar-se em <http://www.geogebra.org/>

triângulo e do trapézio formados de modo a serem visualizadas as respectivas representações gráficas quando for oportuno, o que permite a exploração de uma função de cada vez.

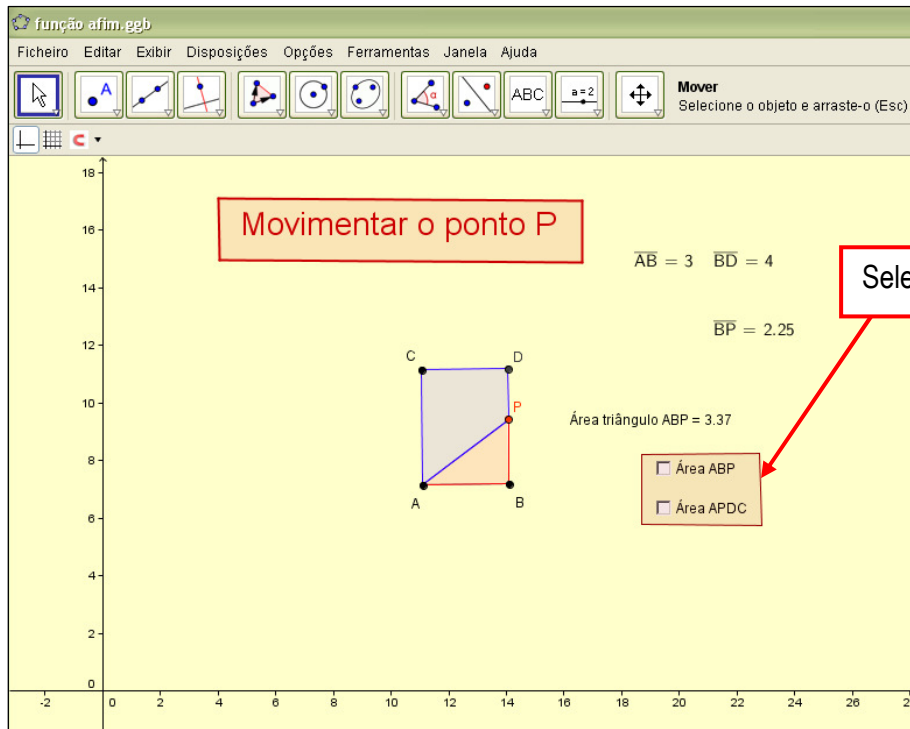


Figura 25– ponto móvel (Geogebra)

A visualização simultânea das duas representações gráficas possibilita o estudo e interpretação da monotonia das funções no contexto.

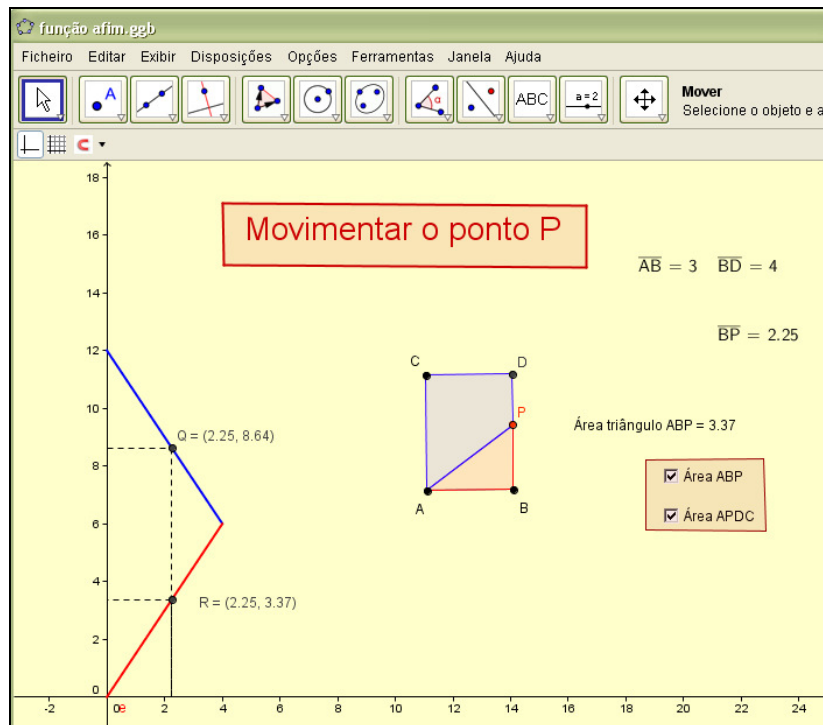


Figura 26– Áreas (representação gráfica)

Assim, tendo como suporte a aplicação, fez-se o estudo comparativo das funções procurando envolver os alunos na discussão, questionando-os, por exemplo, sobre o significado das coordenadas de alguns pontos relevantes, e clarificando as eventuais dúvidas. Mais uma vez se conquistou a atenção dos alunos habitualmente mais distraídos. Em contrapartida, também se verificou que a atenção dos alunos com desempenho mais fraco começa a diminuir à medida que se exige maior rigor nas respostas às questões.

7.5 Transformação de funções

O estudo de transformações de funções permite desenvolver o espírito crítico ao nível da identificação gráfica com base na representação analítica. Este estudo é, habitualmente, feito na sequência do estudo da função quadrática ou da função módulo.

Os alunos foram conduzidos ao estabelecimento de conjeturas a partir de pequenas investigações com base na análise de várias representações gráficas de funções quadráticas.

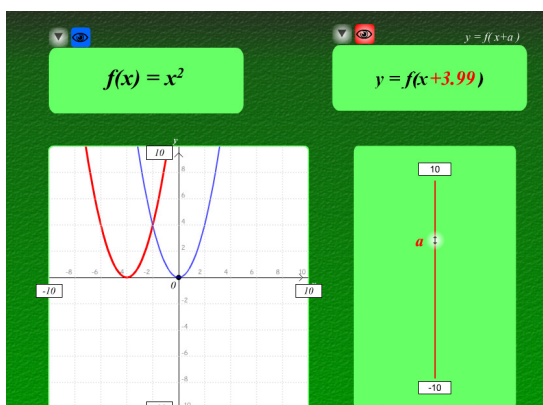


Figura 27 - Transformação do tipo $y = f(x+a)$

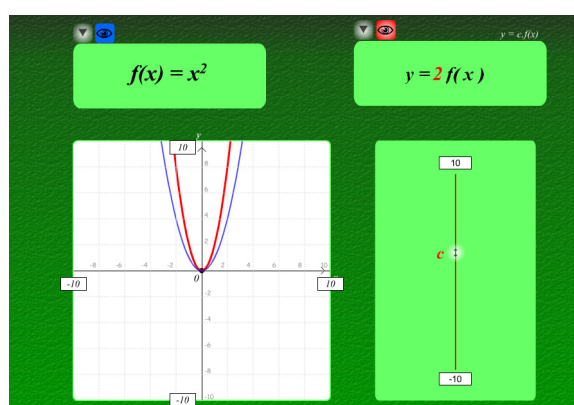


Figura 28 - Transformação do tipo $y = c f(x)$

É importante para os alunos a visualização de um número razoável de representações gráficas que lhes permita identificar o tipo de regularidades existentes para assim estabelecerem as suas conjeturas que deverão validar posteriormente. Este processo foi facilitado, tendo decorrido num ambiente dinâmico.

A exploração de transformações do tipo $y = f(x+a)$, $a \in \mathbb{R}$, (Figura29), é feita deslocando o cursor relativo ao parâmetro a para estudar o efeito da variação deste parâmetro. No caso das funções da família, $y = cf(x)$, $c \in \mathbb{R}$, (Figura 27), desloca-se o cursor correspondente ao parâmetro c .

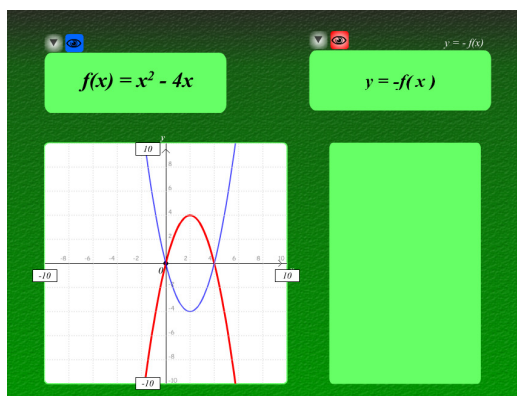


Figura 30 - Transformação do tipo $y = -f(x)$

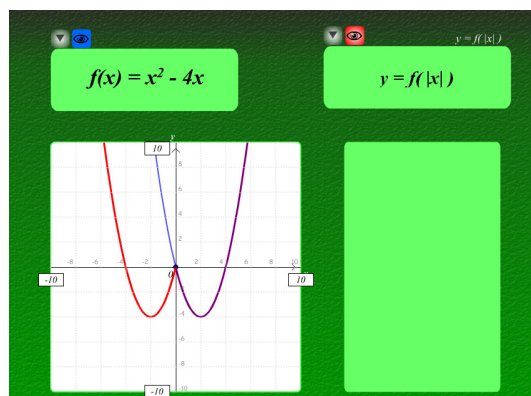


Figura 30 - Transformação do tipo $y = f(|x|)$

Na figura 31 considera-se $y = -f(x)$. e na figura 32 a função $y = f(|x|)$.

Foi utilizada uma aplicação dinâmica que permite a visualização de funções quadráticas e das transformações preconizadas no programa da disciplina, algumas das quais com base no estudo do efeito de parâmetros que as caracterizam. A variação destes parâmetros permite uma visualização do efeito gráfico da sua variação o que é fundamental para a compreensão dos alunos.

Com esta aplicação, o aluno visualiza em pouco tempo um número elevado de situações o que, sem a tecnologia não seria possível. Contudo, entende-se que esta exploração deva surgir depois de o aluno trabalhar com papel e lápis alguns exemplos, pois só assim compreenderá o que a tecnologia lhe mostra.

Este tipo de exploração foi também realizado com recurso à calculadora gráfica. A dimensão gráfica deve ser trabalhada de diversas formas procurando sempre a sua articulação com a representação analítica.

“O estudo das transformações simples de funções deve ser feito tanto usando papel e lápis como calculadora gráfica ou computador; a função f tanto pode ser dada a partir de um gráfico como a partir de uma expressão analítica.” (Silva et al, 2001:28)³⁴

³⁴ Programa de Matemática do Ensino Secundário:
<http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

7.6 Função quadrática

A proposta³⁵ que se segue, foi apresentada após o estudo da função quadrática, sendo um exemplo de aplicação da matemática numa situação real.

⇒ Proposta

Numa vidraria existem sobras de vidro na forma de triângulos rectângulos isósceles, cujos catetos têm 30cm de comprimento. Pretende-se fazer o aproveitamento destas sobras e, para isso, o administrador solicitou a dois funcionários que fizessem um estudo de modo a obter rectângulos com a maior área possível.

1. O António considerou um ponto P pertencente ao lado $[BC]$ e partir dele seriam efectuados cortes paralelamente aos catetos.

1.1 Mostra que o perímetro do rectângulo é sempre constante, independentemente da posição do ponto P .

1.2 Define uma expressão que relacione a área do rectângulo com o comprimento do lado $[PR]$.

1.3 Determina as dimensões do rectângulo de modo que a área de vidro aproveitada seja máxima.

2. O Valdemar considerou um ponto L pertencente ao lado $[AC]$ e partir dele seriam efectuados cortes paralela e perpendicularmente à hipotenusa, obtendo-se assim um rectângulo.

2.1 Define uma expressão que relacione a área do rectângulo com o comprimento do segmento $[LC]$.

2.2 Determina as dimensões do rectângulo $[LMNO]$ de modo que a área de vidro aproveitada seja máxima.

3. Compara os valores máximos de área aproveitada por cada um dos funcionários e as dimensões dos rectângulos obtidos.

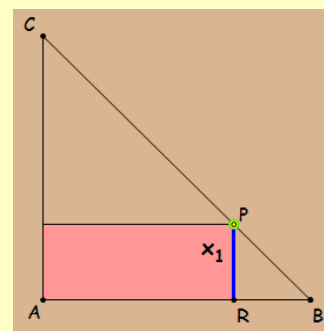


Figura 31– Ponto móvel em triângulo 1

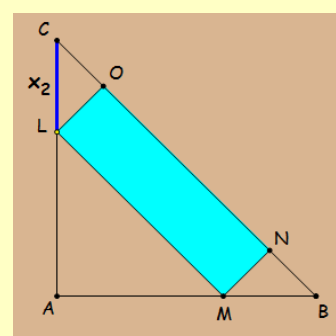


Figura 32 – Ponto móvel em triângulo 2

Costa e Rodrigues (2010b:177)

³⁵ Adaptado de Novo Espaço10 – Matemática B –10º ano(Parte 1)

A exploração de propostas deste tipo evidencia a aplicação da Matemática em contextos reais. Dada a complexidade da situação, esta pode ser clarificada quando simulada através da utilização de software de Geometria dinâmica³⁶.

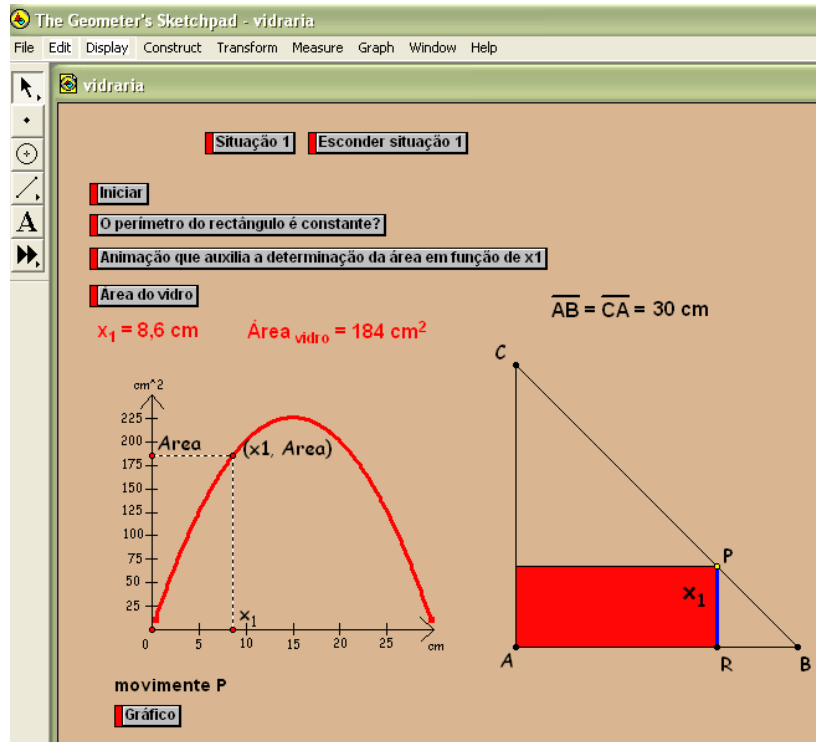


Figura 33 – Ponto móvel em triângulo 1 (Geometria dinâmica)

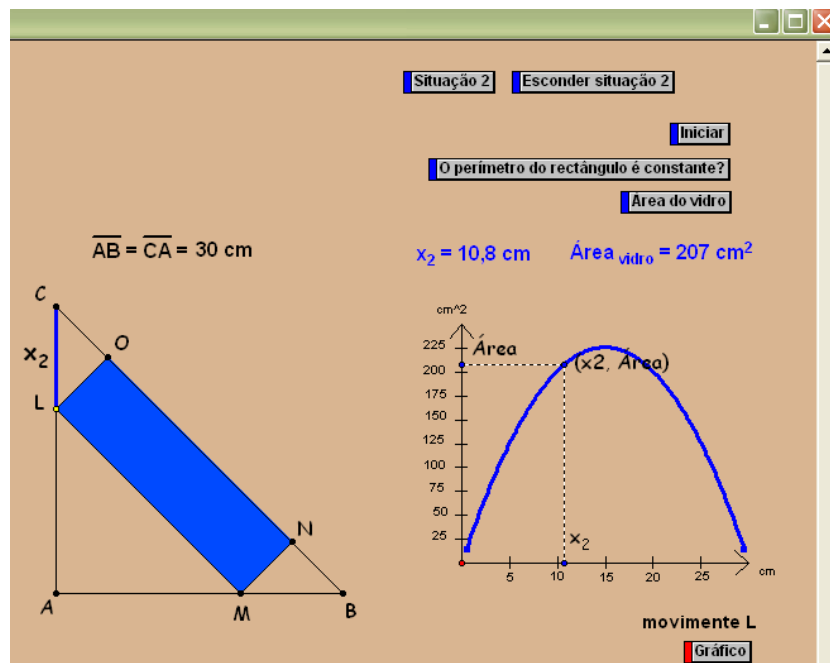


Figura 34 - - Ponto móvel em triângulo 2 (Geometria dinâmica)

³⁶ [GSP- Geometer's Sketchpad](#) - Software de Geometria Dinâmica amplamente divulgado nas escolas

Sendo uma proposta baseada numa situação da realidade, tem como base um contexto geométrico, envolvendo áreas de figuras e é um bom exemplo de articulação de conhecimentos no domínio da Geometria e das Funções. Os recursos tecnológicos foram uma mais valia no que concerne à interpretação e compreensão do contexto do problema.

7.7 Modelação

São importantes as situações que permitem aplicar a modelação matemática. Segue-se um exemplo, de Costa e Rodrigues (2010c:39)³⁷, onde se considera um recipiente cilíndrico a partir do qual, por enchimento, se podem registar valores e percorrer todos os passos até encontrar um modelo que permita fazer estimativas. O CD de apoio a este manual inclui uma aplicação que simula o enchimento do reservatório possibilitando o registo da altura da água e depois, a execução de todos os passos do processo de modelação.

Proposta

Na figura está representado um reservatório com a forma de cilindro.

As dimensões estão indicadas na figura.

Foi aberta uma torneira, com caudal constante, e procedeu-se ao enchimento do reservatório.

Durante o enchimento, em vários instantes, foram feitos registos correspondentes ao tempo t , em segundos, e à altura h , em decímetros, da água no reservatório, conforme é indicado na tabela da figura seguinte.

1. Mostra que a altura h da água no reservatório é dada em função de t pela expressão $h(t)=0,09 t$
2. Determina a altura da água no reservatório 30 segundos após o início do enchimento. Apresenta o resultado em centímetros.
3. Determina a quantidade de água existente no reservatório, após 1 minuto do início do enchimento. Apresenta o resultado em litros arredondado às unidades.
4. Quanto tempo é necessário para encher completamente o depósito? Apresenta o resultado em minutos e em segundos, sendo os segundos arredondados às unidades.

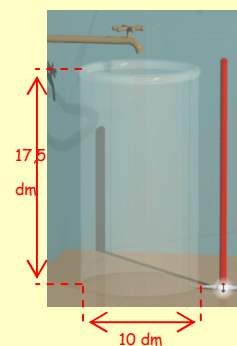


Figura 36 – Reservatório cilíndrico

tempo (seg.)	altura (dm)
10	0,9
20	1,8
50	4,5
90	8,1
100	9

Figura 36 – Recolha de dados

³⁷ Caderno de atividades Novo Espaço10 – Matemática A –10º ano

O aluno deve procurar o modelo que melhor se ajusta fazendo uma procura consciente dos parâmetros que deve escolher na expressão analítica da função. Desta forma, o aluno faz uma aplicação dos conhecimentos adquiridos aquando do efeito da variação dos parâmetros no gráfico das funções.

Dadas as potencialidades da aplicação, é pertinente fazer o tratamento de funções representadas por expressões do tipo $y = mx + b$.

Numa primeira fase, faz-se a simulação de enchimento do reservatório, seguindo-se a procura de um modelo que se ajuste aos dados recolhidos. Após alguma discussão e reflexão, os alunos concluíram que o modelo deveria ter $b = 0$, uma vez que no início o reservatório estava vazio.

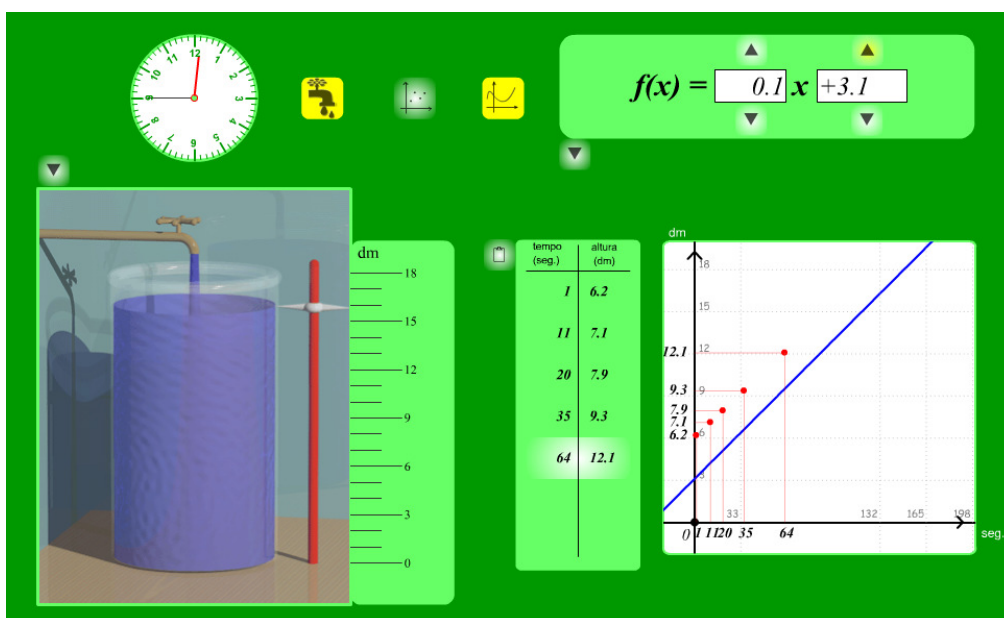


Figura 37 – Enchimento do depósito

Para gerar um modelo em que $b \neq 0$, foi proposto aos alunos que efetuassem o registo de valores após a abertura da torneira, numa situação em que o reservatório já contém uma determinada quantidade de líquido.

Ao procurarem o modelo, os alunos deram sentido ao significado dos parâmetros no contexto apresentado, desenvolvendo-se competências no domínio da interpretação e a comunicação.

Uma situação idêntica, mas com um reservatório cónico pode levar à procura de outro tipo de modelos. Apesar de a função que representa o volume do cone em função da altura não ser

desse tipo, os alunos podem encontrar, por exemplo, um modelo afim que se ajuste razoavelmente a um conjunto de dados inicial.

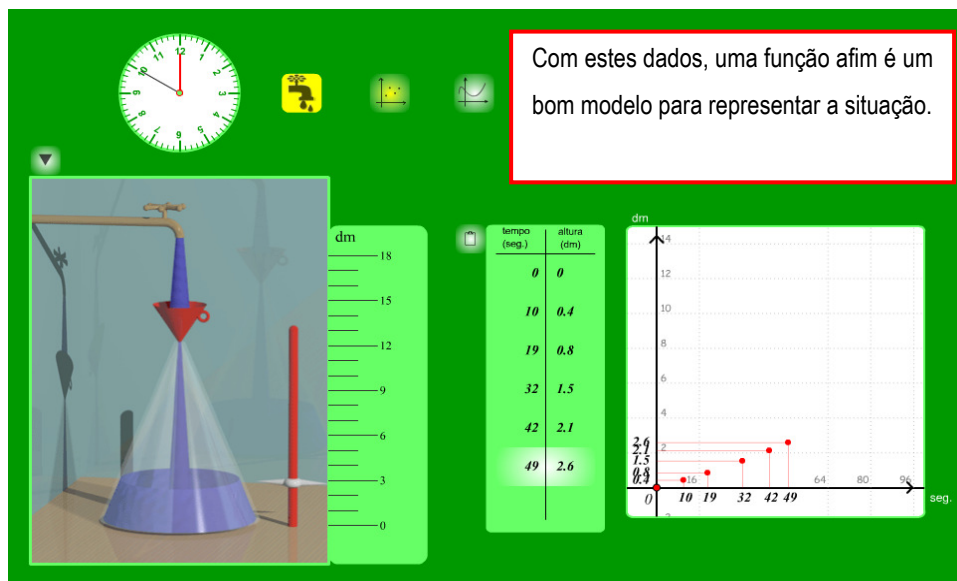


Figura 38 – Reservatório cônico

Continuando a recolha de dados por mais algum tempo, verifica-se que o modelo anterior já não corresponde aos resultados obtidos, deixando, por isso, de ser um “bom modelo”.

O aluno pode tentar encontrar um modelo de outro tipo para se ajustar “melhor” à situação, escolhendo, no menu da aplicação, o tipo de modelo que pretende e pesquisando parâmetros adequados.

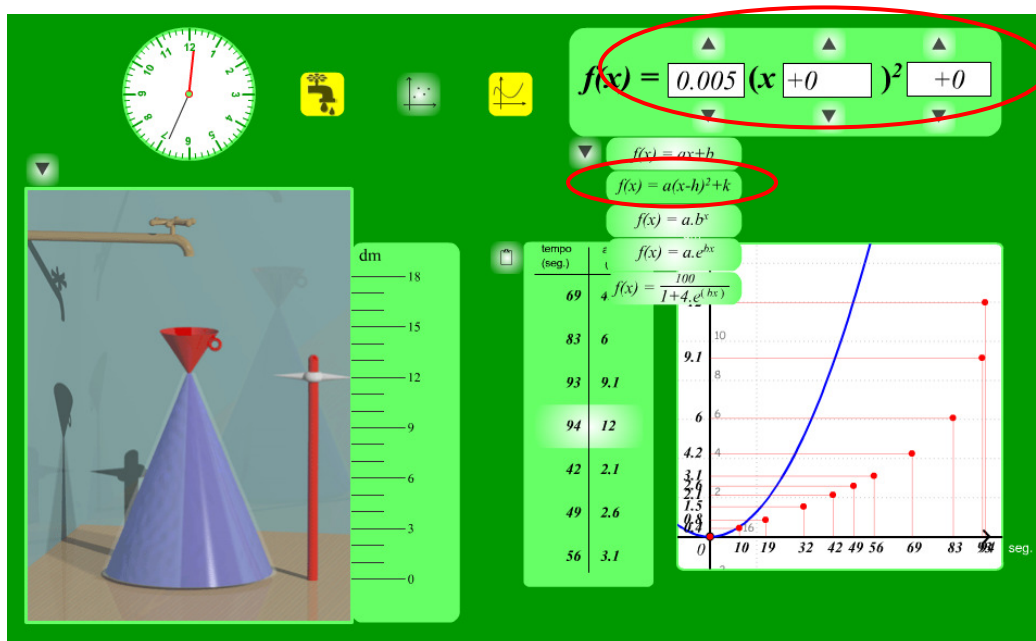


Figura 39 – À procura de um modelo

A situação apresentada é rica em termos didáticos, pois promove o confronto com diversos modelos, criando uma aprendizagem significativa no que se refere à seleção/interpretação do que pode ser considerado um “bom modelo” dependendo do domínio em que é aplicado.

7.8 Aplicação /Consolidação

As propostas de aplicação das ferramentas matemáticas devem ser diversificadas. Nesse sentido, seguem-se dois exemplos, onde as conexões entre geometria e funções são relevantes. O primeiro, adaptado de Costa e Rodrigues (2006a: 256)³⁸, é uma situação concreta de modelação.

➔ Proposta

Admite que todas as **latas cilíndricas** que vão ser construídas a partir de um rolo de chapa, têm planificações como as da figura, variando o diâmetro da base.

Na aula de Matemática foi proposto, a cada um de seis grupos de trabalho, a seguinte tarefa:

1. Uma das latas tem as bases com 10 cm de diâmetro. Em relação a essa lata, determina:
 - 1.1 a altura;
 - 1.2 a área total;
 - 1.3 o volume

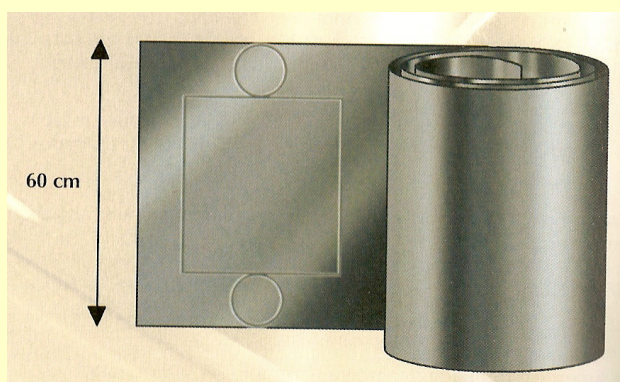


Figura 40 – Rolo de chapa

2. Preenche o seguinte quadro:

Grupos	d - diâmetro da base (em cm)	h - altura (em cm)	a - área total (em cm ² com 2c.d.)	v - volume (em cm ³ com 2 c.d.)
1,2,3,4,5 e 6	10			
1	4			
2	8			
3	16			
4	20			
5	24			
6	28			

Quadro 6 - Resultados dos grupos

³⁸ Espaço B – 12º ano – Proposta adaptada ao 10º ano.

(cont.)

3. Com os dados da tabela, representa na calculadora, os pontos de coordenadas (d, a) e obténs uma representação do tipo

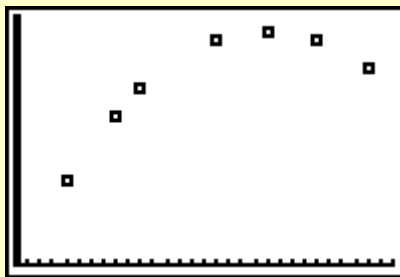


Figura 41 – Ecrã da calculadora 1

- 3.1 Na figura estão representados os pontos de coordenadas (d, a) e o gráfico da função $y = x^2$

A partir de $y = x^2$, pretende-se encontrar um modelo do tipo $y = a(x-h)^2 + k$ que se ajuste aos pontos indicados.

Faz variar um parâmetro de cada vez e explica as sucessivas transformações com a variação dos parâmetros a , h e k , até obter o modelo pretendido.

A partir do modelo encontrado faz uma estimativa das dimensões do cilindro com maior área total.

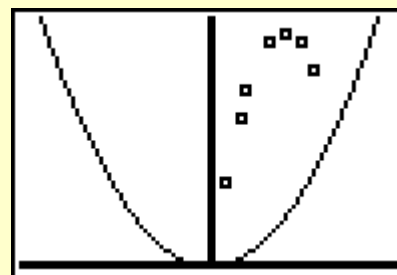


Figura 42 – Ecrã da calculadora 2



Figura 43 – Ecrã da calculadora 3

4. Utiliza os pontos da tabela de coordenadas (d, v) e procura um modelo que se ajuste aos pontos de modo a fazeres uma estimativa do diâmetro do cilindro de volume máximo.

5. Mostra que a área total e o volume do cilindro são dados, em função do diâmetro, respectivamente por:

$$A_t(d) = -1,5\pi d^2 + 60\pi d \quad \text{e} \quad V(d) = -0,5\pi d^3 - 15\pi d^2$$

Determina o valor de d , arredondado às décimas de modo que:

- 5.1 a área total seja máxima;
5.2 o volume seja máximo.

(Adaptado de Espaço B – Matemática B)

Esta proposta, sendo de modelação, está orientada para uma exploração com a calculadora gráfica, diversificando assim os recursos utilizados.

É desejável que os alunos se familiarizem com algumas ferramentas da calculadora gráfica, nomeadamente a inserção de valores em listas e representação gráfica dos pontos (nuvem de pontos). Não se pretende, aquando do estudo das funções, utilizar regressões estatísticas da calculadora mas sim a obtenção de modelos por pesquisa orientada de parâmetros adequados. Este tipo de trabalho irá facilitar, mais tarde, o trabalho a realizar no âmbito da estatística.

Proposta

Considera uma pirâmide quadrangular regular cuja altura é de 10cm e em que a aresta da base tem 6 cm de comprimento.

Com vértice em O , considera outras pirâmides em que as bases são paralelas à base da pirâmide dada como é sugerido na figura.

O ponto P é móvel, deslocando-se de O para V em que $\overline{OP} = x$ é a altura da respectiva pirâmide associada a posição do ponto P .

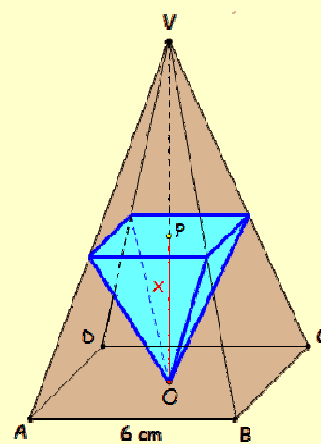


Figura 44 – pirâmide dentro de pirâmide

- Mostra que o lado da base da pirâmide é dado em função de x por $l(x) = \frac{3}{5}(10 - x)$.

Sugestão: Recorre à semelhança de triângulos e à figura ao lado.

- Designa por V o volume da pirâmide de vértice O .
Mostra que V é dado em função de x pela expressão

$$V(x) = \frac{3x^3}{25} - \frac{12x^2}{5} + 12x.$$

Indica o domínio da função V .

- Determina para que valores x o volume é máximo.
- Seja D a função que a cada x faz corresponder o volume

limitado pelas superfícies das duas pirâmides.

Mostra que $D(x) = 120 - V(x)$.

Explica como podes obter o gráfico da função D a partir do gráfico da função V .

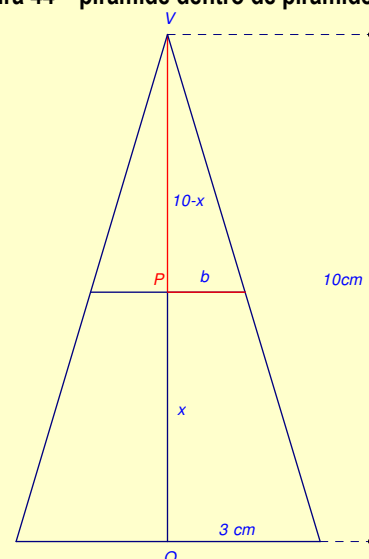


Figura 45 – Corte das pirâmides

Costa e Rodrigues (2010a: 90)³⁹

³⁹ Novo Espaço10 – Matemática A – manual escolar de 10º ano

A situação de uma pirâmide dentro de outra pirâmide, construída a partir de um ponto móvel, foi representada com a ajuda de software de geometria dinâmica. Neste exemplo foi utilizado o Geometer's Sketchpad⁴⁰;

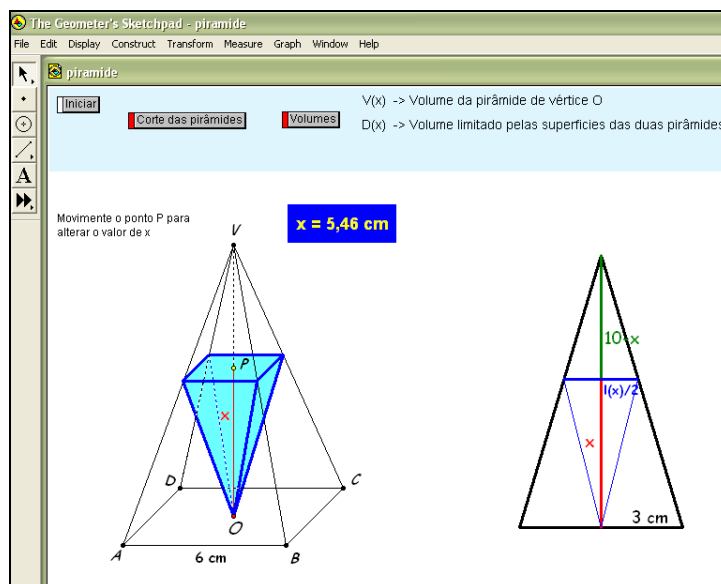


Figura 46 – Pirâmides e corte (geometria dinâmica)

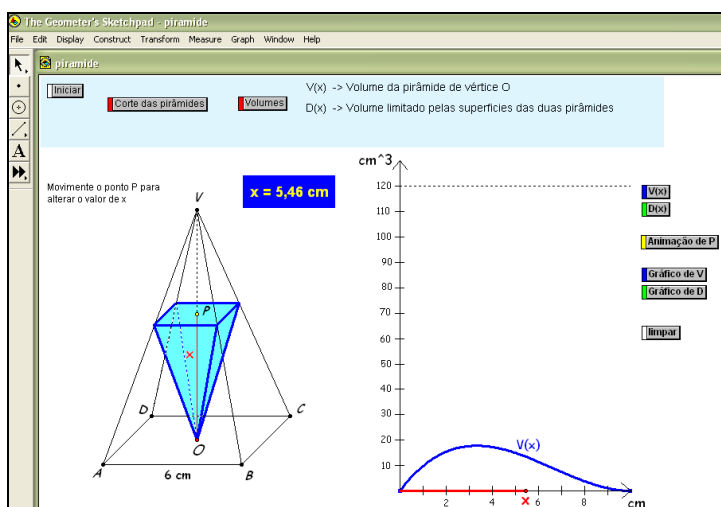


Figura 47 – Pirâmides e representação gráfica do volume

A exploração prevê conexões fortes com a geometria. Para além do contexto em si próprio, envolvendo pirâmides e funções que relacionam as suas dimensões com os respectivos volumes, permite ainda aplicar diretamente conhecimentos de semelhança de triângulos, cálculo algébrico, identificação de extremos de funções com recurso à calculadora gráfica e, de uma forma indireta, permite desenvolver competências no âmbito da visualização espacial, da interpretação e da comunicação.

⁴⁰ [GSP- Geometer's Sketchpad](#) - Software de Geometria Dinâmica – aplicação inserida em Cd de apoio a manual de Matemática de Costa e Rodrigues (2010)

8. Resultados

8.1 Avaliação realizada pelos alunos

A fim de avaliar a opinião dos alunos acerca da utilização de recursos tecnológicos na sala de aula, foi aplicado um pequeno questionário aos discentes das três turmas envolvidas neste trabalho, num total de 71 inquéritos.

O questionário (Anexo 2) foi elaborado num formato simples e objetivo incidindo na solicitação de um escalonamento de cinco instrumentos tecnológicos muito usuais, principalmente no ensino da Matemática:

- utilização do quadro interativo;
- apresentação em *powerpoint*;
- utilização de uma aplicação interativa (dinâmica);
- utilização das capacidades gráficas da calculadora;
- recurso ao computador.

Os alunos ordenaram estes recursos por ordem preferencial, numerando-os de 1 a 5 , considerando 1 o menos preferido e 5 o mais preferido.

Os resultados obtidos encontram-se representados no quadro 7 e Gráfico 6 que se apresentam a seguir:

	1	2	3	4	5
Quadro Interativo	0%	3%	1%	35%	61%
PowerPoint	25%	17%	28%	27%	3%
Aplicação Interativa	6%	7%	10%	25%	52%
Calculadora gráfica	1%	8%	8%	25%	56%
Computador	0%	6%	32%	44%	18%

Quadro 7 – Resultados das opiniões dos alunos

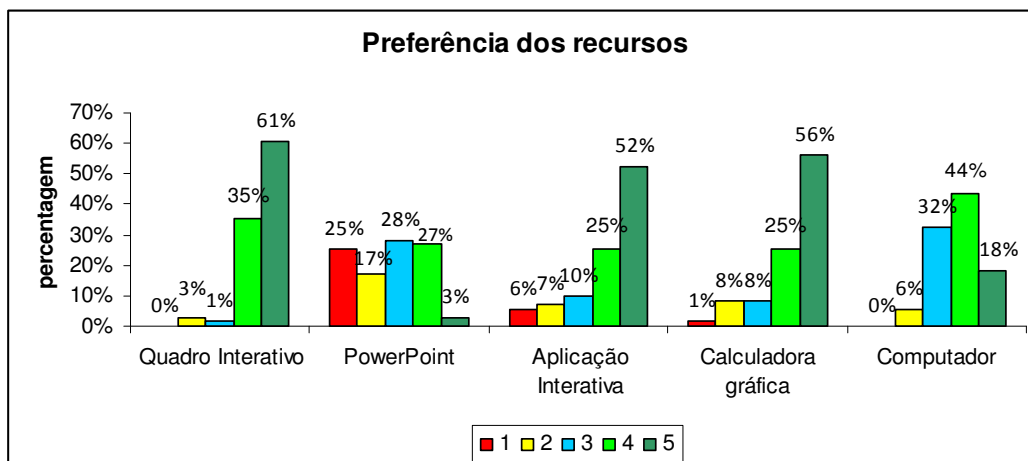


Gráfico 6 – Preferências dos recursos

É notória a preferência pela utilização do quadro interativo, o que é compreensível uma vez que este tipo de recurso ainda é visto como novidade. É visível a atenção dos alunos quando é explorada uma nova ferramenta do quadro e, mais ainda, quando têm oportunidade de serem eles próprios a utilizar o quadro.

No extremo oposto surgem as apresentações em powerpoint. Estes resultados podem ser justificados pelo facto de se tratarem muitas vezes de apresentações estáticas e exploradas numa vertente expositiva, o que obviamente não se torna motivador para os alunos. Um aspeto que também pode fundamentar esta indiferença pelo powerpoint é a generalização de utilização deste tipo de recurso nas diversas disciplinas, o que já pode estar a causar alguma saturação junto dos alunos.

Os alunos foram igualmente questionados quanto ao grau de envolvimento (numa escala crescente de 1 a 5) no trabalho desenvolvido em sala de aula que sentiam ser produzido pela utilização deste tipo de tecnologia (Gráfico 7) e quanto à eficácia sentida nas suas aprendizagens (Gráfico 8).

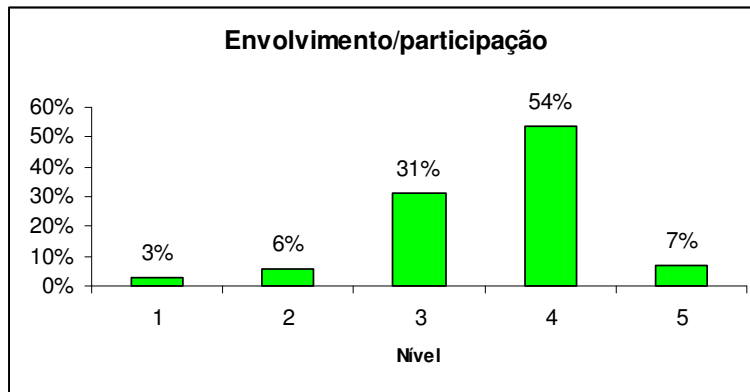


Gráfico 7- Envolvimento/participação

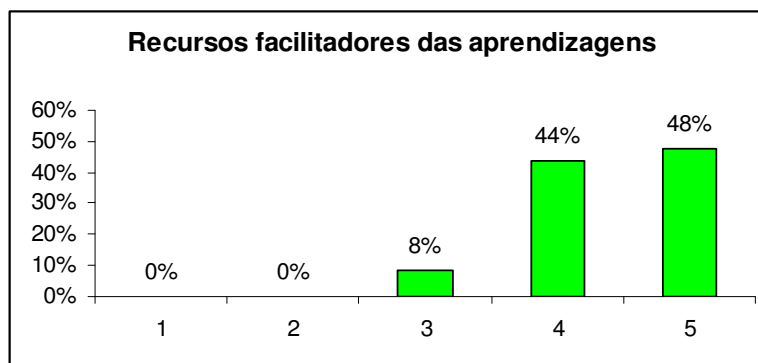


Gráfico 8 – Recursos facilitadores das aprendizagens

Os resultados apontam nitidamente para um reconhecimento, por parte dos alunos, do efeito facilitador que os recursos tecnológicos têm nas suas aprendizagens, o que vem confirmar a pertinência de algumas orientações curriculares referidas a nível internacional:

“ O envolvimento dos alunos com ideias matemáticas abstratas, incluindo as suas próprias, pode ser fomentado através da utilização da tecnologia. A tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações, ao fornecer um meio de visualizar noções matemáticas sob múltiplas perspetivas. (...).

As possibilidades de envolver os alunos em desafios matemáticos aumentam de forma acentuada, com a utilização de tecnologias especiais.”(NCTM, 2007, p.27)

A tecnologia é sentida pelos alunos como um instrumento clarificador, facilitando a compreensão e potenciando o desenvolvimento de competências ao nível da generalização e abstração.

8.2 Os resultados dos alunos

Embora se tenha consciência que, em educação, os efeitos da implementação de estratégias metodológicas não sejam imediatos, há interesse em analisar os resultados dos alunos que, apesar de serem influenciados por inúmeros fatores dificilmente identificáveis e não controláveis pelo professor, são indicadores importantes neste estudo.

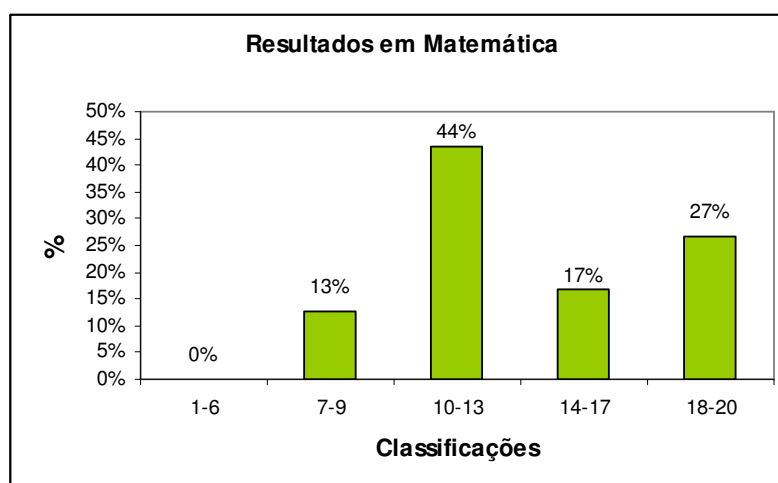


Gráfico 9 – Resultados em Matemática

Como se pode observar no Gráfico 9, a percentagem de negativas é relativamente baixa (13%) comparando com os índices de insucesso habitualmente registados na disciplina de Matemática.

Pese embora não se tratar de um indicador muito objetivo visto ser influenciado por toda a subjetividade que circunda a avaliação, pode tomar-se como referência a percentagem global de negativas registadas na disciplina de Matemática A no 10º ano da escola onde se realizou o estudo e que foi de 22,1%. Este valor foi obtido a partir dos resultados dos alunos de todas as turmas com Matemática A, incluindo os das três turmas alvo deste trabalho. De forma simplista pode considerar-se que o facto de a percentagem de insucesso nas três turmas ser consideravelmente inferior à percentagem global registada na escola nesta disciplina, é um indicador de algum efeito positivo que poderá resultar das práticas metodológicas desenvolvidas.

Contudo deve ter-se em atenção que as classificações finais de cada aluno são, muitas vezes, influenciadas pela análise global das classificações do aluno a todas as disciplinas, o que muitas vezes se traduz num inflacionamento da classificação do aluno relativamente à que resultaria de uma aplicação objetiva dos critérios de avaliação específicos da disciplina.

9. Conclusões e trabalhos futuros

Atendendo à natureza deste trabalho, a leitura dos resultados da aplicação de didáticas tecnologicamente apoiadas deve ser feita com a consciência de que estas constituem um dos múltiplos fatores que influenciam as aprendizagens dos alunos, tais como o contexto social e económico em que vivem, as suas ocupações, os seus interesses e objetivos, as suas aprendizagens anteriores, entre outros.

Entende-se que o ato de ensinar pressupõe uma procura de processos e métodos que permitam criar bons ambientes de aprendizagem. A evolução social e tecnológica interfere diretamente com as motivações dos alunos exigindo uma permanente adaptação, por parte do professor, à realidade em que a escola se insere e às características dos alunos de hoje.

A compreensão destes fenómenos fez-se a partir de uma perspetiva histórica do ensino da Matemática em Portugal, em particular da Geometria, atendendo à importância que lhe foi sendo atribuída ao longo dos sucessivos currículos. Em seguida fez-se uma análise da situação que se vive atualmente no ensino em Portugal, com o apetrechamento tecnológico de muitas escolas, nomeadamente com quadros interativos, e as exigências que advêm da generalização da escolaridade obrigatória até ao 12º ano. É neste contexto que surge a escolha do tema, influenciada pela experiência profissional adquirida ao longo de uma carreira que atravessou diversas mudanças e acarinhou as inovações metodológicas como experiências e desafios necessários à evolução de qualquer processo de ensino.

Estando numa escola recentemente intervencionada no que respeita a obras de requalificação e tendo a possibilidade de aceder a salas de aula equipadas com computador e quadro interativo, procurou-se dinamizar aulas que integrassem a utilização deste tipo de instrumentos tecnológicos aliados a software específico, com a preocupação de os rentabilizar didaticamente de modo a influenciar positivamente as aprendizagens.

Constatou-se que nas aulas em que eram exploradas aplicações dinâmicas, os alunos estavam mais atentos, intervindo espontaneamente, colocando questões e procurando dar respostas. Sempre que havia a possibilidade de interagir com a aplicação, aumentava o número de alunos que voluntariamente queriam intervir. Criaram-se assim dinâmicas de aula interessantes e propícias à discussão, ao questionamento e à compreensão de conceitos. Observou-se que, quando se propunham situações diferentes para aplicação dos conhecimentos trabalhados, alguns alunos começavam a ficar menos atentos e menos empenhados no trabalho.

Por outro lado, quando se utilizou a tecnologia de forma mais continuada, sentiu-se que se estava a tornar rotineira para os alunos, perdendo alguma eficácia em termos motivacionais, o que permite concluir que a utilização deste tipo de recursos não deve ser muito extensa no tempo de modo a não causar saturação. Esta ideia foi reforçada pela análise feita à opinião dos alunos quanto a diferentes ferramentas tecnológicas utilizados em sala de aula, cujos resultados apontavam para o desgaste sentido perante o *PowerPoint*, já muito vulgarizado na maioria das disciplinas.

A generalização de utilização de um determinado recurso acaba por torná-lo rotineiro, perdendo assim a eficácia desejada no que concerne ao objetivo de captar a atenção dos alunos. Daí ser importante a diversificação de aplicações e de recursos que sejam novidades para os alunos, o que justifica a contínua pertinência de trabalhos deste tipo.

Sentiram-se alguns constrangimentos, nomeadamente a extensão do programa. Deve referir-se que estas metodologias criam ambientes de aprendizagem mais envolventes e significativas, mas exigem mais tempo para o seu desenvolvimento o que causa algum desconforto ao professor quanto à gestão do tempo. Este fator é importante pois os testes intermédios, realizados durante o 2º ou 3º período letivo, são instrumentos de avaliação externos com matrizes de conteúdos fixa e são referenciais para o trabalho do professor, que este procura conciliar com as suas práticas metodológicas e com os diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos.

A leitura dos resultados deste trabalho não pode ser feita de forma linear, uma vez que o processo ensino-aprendizagem é influenciado por muitos fatores. Por outro lado, uma validação objetiva exigiria que houvesse turmas de referência, constituídas por alunos com as mesmas características dos alunos das turmas envolvidas e que, para comparação, tivessem sido alvo de metodologias em que estivesse completamente ausente o uso de tecnologias, o que na prática se torna inviável. Contudo, o modo como os alunos reagiram, a motivação e o envolvimento criados e os resultados do aproveitamento dos alunos são indicadores de que se trata de boas práticas integradoras de tecnologia atual e que tentam aproximar os alunos da sua própria aprendizagem.

Sabe-se que, em educação, os efeitos da implementação de uma nova prática, de uma novidade metodológica, não são imediatos. Seria desejável dar continuidade a este trabalho com o mesmo grupo de alunos até ao 12º ano, seguindo o seu percurso escolar de modo a registar a evolução

dos resultados e posteriormente, monitorizar o seu desempenho no ensino superior. Apesar das limitações existentes, procurar-se-á dar continuidade à lecionação das mesmas turmas, pese embora o facto de se registarem sempre flutuações de alunos. As suas classificações internas serão comparadas com os resultados obtidos no exame nacional, sendo feito um estudo dos desvios observados, o que é prática na escola. Acrescerá um estudo mais detalhado ao grupo das turmas alvo.

Por tudo isto, considera-se que é prematuro tirar conclusões decisivas quanto a resultados. No entanto, quanto a procedimentos, pode concluir-se que o ensino da Matemática, e da Geometria em particular, exige um apoio didático facilitador da compreensão dos alunos. Este trabalho permitiu constatar que a tecnologia dá um contributo importante nesse sentido, proporcionando atividades atrativas e atribuindo às imagens o dinamismo que permite uma melhor concretização e visualização das situações em estudo, o que favorece o processo ensino-aprendizagem. Apesar dos constrangimentos identificados, o desenvolvimento tecnológico não deve ser ignorado e deve ser rentabilizado numa perspetiva didática, indo de encontro à realidade envolvente e dando respostas a problemas concretos.

O processo de ensinar e aprender é dinâmico por múltiplas razões sendo a principal a adaptação às características dos alunos e estas acompanham a evolução da sociedade em todos as suas vertentes. Os alunos de hoje são diferentes dos alunos de ontem. As metodologias de hoje têm que estar adaptadas aos alunos de hoje, às mudanças que se vivem e às necessidades da realidade atual.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P., & Veloso, E. (1997). *MAT789 Inovação Curricular em Matemática*. Fundação Calouste Gulbenkian.

Abrantes, P., Precatado, A., Lopes, A., Baeta, A., Ferreira, E., Amaro, G., et al. (1998). *Matemática 2001*. Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Instituto de Investigação Educacional.

Barderas, S. (2000). *Didáctica de la Matemática*. Editorial La Muralla, S.A.

Boyer, C. (1991). *História da Matemática*. Editora Edgard Blücher, Ltda.

Castelnuovo, E. (1966). *Geometria Intuitiva*. Ed.Labor.

Chamorro, M. d., Gómez, J., Llinares, S., Higuera, M., & Rubio, F. (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Pearson Prentice Hall.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2006). *Espaço B - 12º ano*. Edições ASA.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço 10 - Matemática A*. Porto Editora.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço 10 Matemática A - Caderno Prático*. Porto Editora.

Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço 10 - Matemática B*. Porto Editora.

Haigh, A. (2008). *A arte de ensinar*. Academia do Livro.

López, J., & Fenoy, V. (2007). *Matemáticas- Programación Didáctica*. Editorial MAD, S.L.

National Council of Teachers of Mathematics. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Associação de Professores de Matemática.

- Perrenoud, P. (2002). *A escola e a aprendizagem da democracia*. Edições ASA.
- Ponte, J., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica*. Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J., Oliveira, H., Cunha, M. H., & Segurado, M. I. (1998). *Histórias de Investigações Matemáticas*. Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., et al. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Rivilla, A., Mata, F., González, R., Entonado, F., Rodríguez, P., Cruz, M., et al. (2005). *Didáctica General*. Pearson Prentice Hall .
- Rodrigues E., & Viamonte, A. (2012). Recursos Tecnológicos no Ensino da Geometria no 10º ano. Aceite para publicação em *Atas de Encontro de Professores de Matemática - ProfMat 2012* .Coimbra
- Silva, J., Fonseca, M. G., Martins, A., Fonseca, C., & Lopes, I. (2001). *Programa de Matemática A do ensino secundário*. Ministério da Educação.
- Veloso, E. (1998). *Geometria, Temas Actuais*. Instituto de Inovação Educacional.
- Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo Espaço- Matemática A 10º ano (Cd-Rom)*. Porto Editora.
- DGIDC - Ministério da Educação. (s.d.). Obtido de http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/home.htm
- Geometry Center(Science U). (s.d.). Obtido de <http://www.scienceu.com/>
- Geogebra. (s.d.). Obtido de <http://www.geogebra.org/>
- DGIDC - Ministério da Educação. (s.d.). Obtido de <http://www.dgicd.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2>

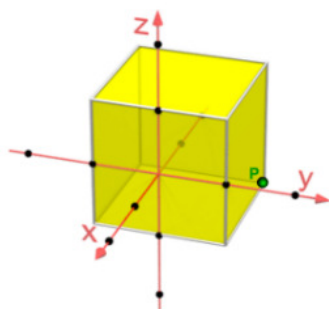
Anexo 1 – Ficha de trabalho individual

	MATEMÁTICA	
	Ficha de Trabalho Individual	10º ANO

1. Em cada uma das seguintes figuras encontra-se representado um cubo ao qual foi aplicado um referencial o.m. com os eixos coordenados paralelos ou perpendiculares às arestas, como as figuras sugerem.

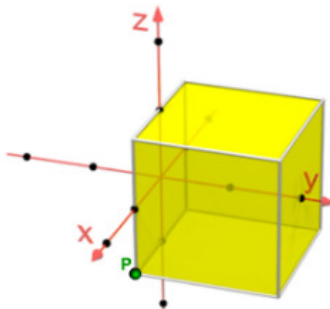
Atendendo à unidade marcada no referencial, indica, em cada caso, as coordenadas do ponto P .

1.1



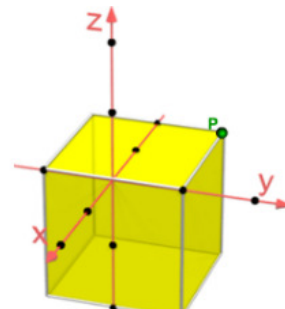
$P(\quad , \quad , \quad)$

1.2



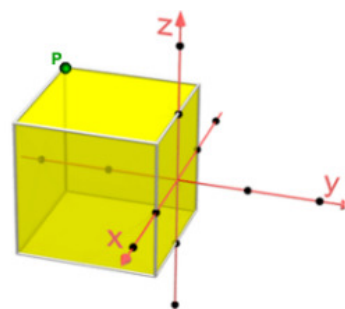
$P(\quad , \quad , \quad)$

1.3



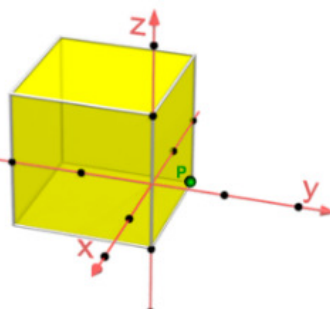
$P(\quad , \quad , \quad)$

1.4



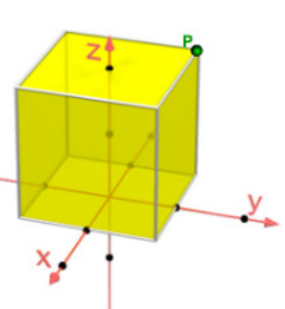
$P(\quad , \quad , \quad)$

1.5



$P(\quad , \quad , \quad)$

1.6



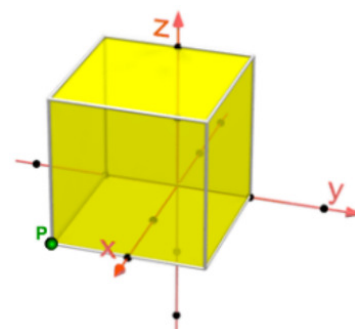
$P(\quad , \quad , \quad)$

2. Observa a figura onde se encontra um cubo nas condições consideradas na questão anterior.

2.1 Indica as coordenadas do ponto P .

2.2 Representa na figura os pontos A e B de coordenadas $A(2,1,2)$ e $B(0,-1,0)$

2.3 Calcula a área da secção produzida no cubo pelo plano APB



Anexo 2 – Questionário

Recursos tecnológicos na sala de aula

Questionário

1. Atribui a classificação de 1 a 5, de acordo com a tua preferência, a cada um dos recursos tecnológicos indicados, quando utilizados na aula de Matemática.

(atribui 1 ao que gostas menos e 5 ao que gostas mais)

Quadro Interativo

Exibição de um PowerPoint

Aplicação interativa

Calculadora gráfica

Computador

2. O teu envolvimento/participação na aula depende dos recursos tecnológicos que são usados?

(classifica de 1 a 5, considerando que 1 é pouco e 5 é muito)

3. Consideras que o trabalho na aula com o apoio de recursos tecnológicos facilita as tuas aprendizagens?

(classifica de 1 a 5, considerando que 1 é pouco e 5 é muito)