

CLAUDIA MARIA DA FONSECA FERREIRA

ALUNOS DO 8ºANO PERANTE ACTIVIDADES DE  
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS,  
ATITUDES E IMPLICAÇÕES

UNIVERSIDADE PORTUCALENSE

JULHO 2007

CLAUDIA MARIA DA FONSECA FERREIRA

ALUNOS DO 8ºANO PERANTE ACTIVIDADES DE  
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS,  
ATITUDES E IMPLICAÇÕES

UNIVERSIDADE PORTUCALENSE

JULHO 2007

CLAUDIA MARIA DA FONSECA FERREIRA

ALUNOS DO 8ºANO PERANTE ACTIVIDADES DE  
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS,  
ATITUDES E IMPLICAÇÕES

Dissertação apresentada ao Departamento de Inovação,  
Ciência e Tecnologia da Universidade Portucalense como  
parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em  
Matemática/Educação sob orientação da Professora Doutora  
Conceição Almeida.

UNIVERSIDADE PORTUCALENSE

JULHO 2007

## Resumo

Este trabalho teve como objectivo compreender as atitudes dos alunos do ensino básico, perante as actividades de investigação e em que medida estas modificariam a perspectiva da matemática.

A sociedade actual exige que os cidadãos sejam capazes de responder às situações mais variadas. Sobreviver nesta sociedade não é fácil, é necessário que os jovens de hoje tenham a capacidade de se adaptar e de intervir de modo responsável. A escola é o local privilegiado para adquirir essas competências. A matemática é a disciplina, por excelência, que está presente na vida real. Logo, as suas competências revelam-se de extrema importância. Para que os jovens as adquiram é necessário envolvê-los em actividades significantes, variadas e ricas entre elas as actividades de investigação. As actividades de investigação promovem no aluno a capacidade de construir o seu próprio saber, de ser cada vez mais autónomo, de decidir percursos e testar conjecturas.

O estudo envolveu uma turma do oitavo ano e a professora da turma, que também foi a investigadora. Os alunos foram sujeitos a duas tarefas de investigação, ambas sobre números. Para além da realização das tarefas, era pedido aos alunos que elaborassem um relatório descritivo do trabalho efectuado. A metodologia de investigação, de natureza qualitativa, envolveu a recolha de dados através da gravação de imagem e de som, da observação da aula, do relatório produzido pelos grupos e questionários.

A análise dos dados teve como principal objectivo, verificar e detectar quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização das tarefas e do respectivo relatório e se de alguma forma a visão da matemática era alterada.

Quanto aos resultados, foram identificadas dificuldades ao nível da interpretação, compreensão de textos e ao nível da expressão escrita. Os alunos solicitaram muitas vezes o professor para ultrapassar as dificuldades e para validar o seu trabalho. Também interagiram com os colegas, preferiram o trabalho de grupo, pois privilegiou a discussão e a reflexão das aprendizagens. Existiu um sentimento de auto-valorização. Os alunos verificaram, que na matemática interessa o desenvolvimento de raciocínios e a construção da aprendizagem, em vez de um conjunto de respostas certas.

Apesar das limitações do estudo, pela escolha dos alunos, das actividades e do momento de realização, acreditamos que reflecte a realidade do ensino e dos alunos em matemática.

Recomendamos, que se continue a estudar a aplicação das experiências de aprendizagem na sala de aula, concretamente a comunicação oral e a produção de materiais escritos na sala de aula.

Palavras – chave: mudanças, currículo, actividades de investigação, perspectivas da matemática, atitudes dos alunos.

## **Abstract**

This study intended to understand the attitudes of the students of basic education, when confronted with the investigation activities and how these would modify the conception of the mathematics.

The current society demands that the citizens are capable to answer to a varied quantity of situations. It's not easy to survive in this society, it's necessary that the young of today has the capacity of adapting and to act in a responsible way. The school is the privileged place to acquire these abilities. The mathematics is the discipline, par excellence, that it is present in the real life. There for, its abilities are of extreme importance. In order that the young acquires them is necessary to involve them in significant activities, varied and rich such as the investigation activities. The investigation activities promote in the student the capacity to construct its own knowledge, of being each time more autonomous, to test conjectures and decide paths.

The study involved a group of students of the eighth grade and the teacher who also was the investigator. The pupils were submitted to two tasks of investigations, both on numbers. Beyond the accomplishment of the tasks, they were asked to elaborate a descriptive report of the work done. The methodology of this study, qualitative nature, involved the collect of data through the recording of image and sound, of the observation, of the report produced and questionnaires.

The analysis of the data had as main goal, to verify and detect which difficulties were felt by the students in the accomplishment of the tasks and of the respective report and if some how the conception of the mathematical was modified.

About the results, difficulties had been identified to the level of the interpretation, understanding of texts and to the level of the written expression. The students had requested many times the help of the teacher in order to validate their work. They also interacted with their pairs in the work group, because it privileges the cross difficulties and the rethinking of the accomplished. There was a self-valuation feeling. The students verified that mathematics interest is the development of thinking and the construction of knowledge instead a set of right answers.

Although the study depends on the choice of the students, the activities and the moment of accomplishment, we believe that it reflects the reality of mathematics education and its students.

It is recommend the continuation of the study of the application of the learning experiences in the classroom mainly the communication and the production of written materials in the classroom.

**Keywords:** changes, curriculum, investigations activities, conceptions of the mathematics, attitudes of the pupils.

## **Agradecimentos**

À Professora Doutora Conceição Almeida pelo apoio, conselhos, paciência e disponibilidade indispensáveis para a realização desta tese.

Aos meus pais pelo incentivo e apoio sempre presentes.

À minha irmã pela grande ajuda e auxílio prestado em algumas fases do trabalho.

Aos colegas pela coragem que foram transmitindo.

# Índice

	Pág.
INTRODUÇÃO	
Problemas e questões da investigação.....	1
Pertinência desta investigação.....	3
Organização e apresentação do trabalho.....	4
CAPÍTULO I – A NECESSIDADE DE MUDANÇA	
Mudanças sociais.....	6
Mudança na escola.....	8
Evolução do currículo.....	11
Currículo de matemática.....	15
CAPÍTULO II – ACTIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO	
Da resolução de problemas às investigações.....	20
Investigações na sala de aula.....	22
CAPÍTULO III – METODOLOGIA	
Método de investigação.....	26
Reflexão da prática profissional.....	28
Intervenientes.....	31
Trabalho de campo.....	32
Instrumentos de recolha de Informação.....	33
Questionários.....	34
Observação de aulas.....	35
Relatórios dos alunos.....	35
CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA INFORMAÇÃO	
As actividades de investigação.....	36
Os questionários.....	43
CAPÍTULO V – CONCLUSÕES	
Reflexão Final.....	59
Limitações.....	62
Recomendações.....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64
ANEXOS.....	71
Anexo I – Actividade de investigação I	
Anexo II – Actividade de investigação II	
Anexo III – 1º Questionário	
Anexo IV – 2º Questionário	
Anexo V – Relatório de alunos	

- Anexo VI – Grelha de registo da observação da aula
- Anexo VII – Página do relatório do grupo II na actividade I
- Anexo VIII – Página do relatório do grupo IV na actividade II
- Anexo IX – Gráficos relativos ao 1º questionário (parte B)
- Anexo X – Gráficos relativos ao 1º questionário (parte C)
- Anexo XI – Gráficos relativos ao 2º questionário (parte B)

## **Siglas**

**APM:** Associação de Professores de Matemática

**DEB:** Departamento de Educação Básica

**GAVE:** Gabinete de Avaliação da Educação

**GTI:** Grupo de Trabalho de Investigação

**NCTM:** National Council of Teachers of Mathematics

**OCDE:** Organização para a Cooperação Económica e para o  
Desenvolvimento

**PISA:** Programme for International Student Assessment

**PMT:** Projecto Matemática para Todos

## Índice dos Gráficos

	Pág.
Gráfico I – Na matemática o mais importante é o cálculo.....	43
Gráfico II – Em matemática o grande objectivo é obter respostas certas.....	44
Gráfico III – A matemática é uma actividade sobretudo individual.	44
Gráfico IV – A matemática que se aprende na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real.....	45
Gráfico V – O papel do professor é transmitir conhecimentos de matemática e verificar que os alunos os adquiram.....	45
Gráfico VI – O papel do aluno é receber conhecimentos de matemática e demonstrar que os adquiriu.....	46
Gráfico VII – TPC.....	46
Gráfico VIII – Problemas.....	47
Gráfico IX – Trabalho de pares/grupo.....	47
Gráfico X – Na matemática o mais importante é o cálculo.....	48
Gráfico XI – Em matemática o grande objectivo é obter respostas certas.....	49
Gráfico XII – Os problemas de matemática têm uma e uma só resposta correcta.....	49
Gráfico XIII – Os problemas de matemática resolvem-se rapidamente e em poucos segundos .....	50
Gráfico XIV – A matemática que se aprende na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real.....	50
Gráfico XV – O papel do aluno é receber conhecimentos de matemática e demonstrar que os adquiriu.....	51
Gráfico XVI – O papel do professor é transmitir conhecimentos de matemática e verificar que os alunos os adquiram.....	51

## **Índice dos Quadros**

Quadro I – Concretização das aulas gravadas.....	Pág. 35
--------------------------------------------------	------------

## **INTRODUÇÃO**

### **Problemas e questões da investigação**

O objectivo amplo da Educação é propiciar ao indivíduo meios de se desenvolver como pessoa, como cidadão e como membro de uma sociedade, dentro dos seus limites e na medida das suas capacidades. Estamos a viver numa sociedade do conhecimento e os jovens necessitam de estar dotados de todas as estratégias e destrezas, para sobreviver numa sociedade cada vez mais competitiva e exigente (Azevedo, 2002).

É nesta perspectiva que o Ensino tem vindo a modificar-se e a adaptar-se às exigências da sociedade. A escola deve ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes, mas competentes, críticos, confiantes, pessoas capazes e preparadas para enfrentar os problemas que se põem na sociedade.

A Matemática constitui um património cultural, portanto é um direito de todos. A Matemática está presente em quase todos os gestos do nosso quotidiano, podemos até afirmar, que sem a Matemática não existiriam os electrodomésticos, os meios de comunicação, os veículos, etc. A Matemática é usada de uma forma crescente e extensiva na sociedade, influenciando de facto a vida e as profissões (APM, 1995).

Como seria a sociedade sem Matemática? Em que estado de desenvolvimento estaríamos?

A Matemática apesar de presente em quase todos os aspectos da nossa vida está oculta, não é notória. Como referem Davis e Hersh: "...em pequena extensão, todas as pessoas são matemáticos e fazem matemática conscientemente. Fazer compras no mercado, forrar uma parede de papel

ou decorar um jarro de cerâmica com um padrão regular é fazer matemática.” (APM 1995, p. 53).

A visão que se tem da disciplina de matemática é muito negativa, pois é considerada difícil, com pouca utilização prática e que envolve muito trabalho. Os alunos são como que alérgicos à matemática e têm com ela uma das piores relações. Quando se fala de matemática é quase sempre para se referir algo de mau. Esta disciplina é uma das que mais contribuem para o insucesso escolar no nosso país. Os resultados dos exames nacionais são sempre alvo de notícias nos meios de comunicação social por serem tão fracos. E comparando-nos com os restantes países da união europeia estamos sempre nas últimas posições.

Para combater estes resultados, foram sendo tomadas várias medidas: reformas educativas, novas orientações curriculares, entre outras. Uma das recomendações para o ensino da Matemática é a realização de actividades mais significativas, como a resolução de problemas e a aplicação da matemática a situações de vida real (APM, 1998).

Pretende-se uma mudança profunda nos métodos de ensino e na natureza das actividades dos alunos. As tarefas que devem prevalecer na aula são as actividades de resolução de problemas e de investigação e situações que envolvam os alunos em processos de pensamento matemático e de comunicação. Devem valorizar-se capacidades e atitudes positivas relativamente à Matemática e estas podem ser alcançadas através de actividades deste género. E torná-las rotina de sala de aula (NCTM, 1991).

A visão da disciplina e a atitude e postura dos alunos perante estas actividades é uma das nossas preocupações com este trabalho.

Pretendemos encontrar respostas para estas questões:

- Que atitudes os alunos apresentam perante as actividades de investigação?
- Que dificuldades sentem na realização destas actividades?
- A visão desta disciplina é alterada ou não?

De um modo mais específico, queremos compreender:

- As perspectivas dos alunos sobre as investigações matemáticas e como as integram na matemática?
- Como reagirão perante as tarefas? Sentirão dificuldades? E que tipo de dificuldades?

E verificar se:

- Este tipo de experiências de aprendizagem modificará as perspectivas que os alunos têm sobre a matemática?
- Os alunos ficarão mais motivados e mais predispostos para a matemática?
- As investigações matemáticas contribuirão para o sucesso dos alunos em matemática?

### **Pertinência desta investigação**

A percepção da importância da matemática e do seu ensino tem vindo a sofrer alterações. Há novas orientações, quer para o papel do professor, quer para o aluno.

Nos dias de hoje, o ensino da matemática tem como objectivo tornar os jovens matematicamente competentes. Esta noção está relacionada com atitudes, capacidades e conhecimentos (Abrantes, 1999). A competência matemática adquire-se através de variadas experiências de aprendizagem e da reflexão dessas experiências, permitindo deste modo desenvolver a capacidade de usar matemática, para analisar e resolver problemas, para raciocinar e comunicar.

Uma das experiências de aprendizagem propostas pelo Ministério da Educação para o Currículo Nacional de Ensino Básico é a actividade de investigação, assim definida: “Numa actividade de investigação, os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, fazem e testam conjecturas, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões.” Os alunos nestas actividades têm oportunidade de desenvolver: o raciocínio, a construção do seu próprio conhecimento, formas de ultrapassar as dificuldades e os erros e ainda a reflectir.

O tema das actividades de investigação tem sido tratado em muitas investigações sobre educação matemática sob várias perspectivas: a avaliação, a actuação do professor e do aluno. (Brocardo, 2001; Brunheira, 2000; Dias; 2005; Fonseca, 2000; Oliveira, 1998a; Segurado, 1997; Varandas, 2000).

Neste trabalho pretendeu-se ver como as actividades de investigação influenciam o aluno e modificam a sua actuação perante a disciplina.

É o papel do aluno, a motivação e a sua actuação, que irão a ser observados. E compreendendo a reacção dos alunos e a sua actuação, daremos um contributo para melhorar a prática de sala de aula e a actuação do professor.

### **Organização e apresentação do trabalho**

Este trabalho está organizado em 5 capítulos. Os dois primeiros dizem respeito à revisão de literatura. No primeiro capítulo são mencionadas as razões pelas quais devem existir mudanças. Mudança na escola, mudança do currículo escolar nomeadamente no currículo de matemática e as inovações que lhe são propostas. No segundo são referidas as actividades de investigação como uma das experiências de

aprendizagens presentes no currículo de matemática, o que se entende por investigação e que estudos é que foram feitos sobre este tema.

No terceiro, é referida a metodologia empregue no trabalho. São apresentadas as reflexões da prática profissional que deram origem ao presente estudo. São ainda referidos os participantes e os instrumentos de recolha de dados.

No quarto, são descritas e analisadas as actividades de investigação realizadas bem como apresentados os resultados dos questionários e realizada uma análise destes.

No quinto e último capítulo, há uma reflexão final do trabalho. São referidas as limitações do estudo e também recomendações para o futuro.

## **CAPÍTULO I – A NECESSIDADE DE MUDANÇA**

### **Mudanças Sociais**

Estamos a viver num mundo em mudança. As mudanças estão a verificar-se a vários níveis: científica, tecnológica, política, económica, social e cultural. Todas estas inovações influenciam e questionam o mundo da educação. Será que a escola está preparada para enfrentar estas mudanças? Estará a escola a preparar jovens que vão viver num mundo como este?

“Permite a educação que cada qual realize o seu projecto pessoal? Será que a educação equipa, convenientemente, as nações e os indivíduos a enfrentar a nova revolução industrial e cultural que se está a dar à escala mundial?” (Landsheere 1997, p. 14).

Para responder a estas questões é necessário chegar a um acordo e definir as finalidades da educação. Pois, cada vez mais a educação é a chave do futuro em que os desafios e os empregos de amanhã vão exigir uma educação de melhor qualidade.

O grande pilar da educação ou melhor do ensino é o currículo. As mudanças serão notórias e efectivas se o currículo sofrer alterações senão estas serão apenas periféricas. Para enfrentar as mudanças e sobreviver numa sociedade em que a globalização e as diferenças sociais estão cada vez mais acentuadas, os jovens têm que ser preparados. Aí, o professor tem um papel preponderante, na medida em que é na escola, que o jovem se prepara e reúne as condições e competências necessárias para ter sucesso na sociedade.

Portanto, os desafios que se colocam à educação são:

- Contribuir para o desenvolvimento;
- Ajudar as pessoas a compreender o fenómeno da globalização;
- Fomentar a coesão social.

(Relatório Mundial de Educação 1998, p.13)

Estes desafios, devem ser tomados desde o início da formação dos jovens e não apenas numa das etapas da vida escolar, pois o seu efeito será muito reduzido senão mesmo nulo.

A educação tem de se adaptar a todas as mudanças. Pretende-se uma educação de qualidade, em vez de uma educação unificada e estandardizada, espera-se uma educação diversificada, dirigida a cada aluno em que este possa fazer as suas opções e desenvolver vários tipos de competências. Deste modo, o professor deve ser um facilitador, que ajude o aluno na busca do conhecimento.

Devido à entrada das novas tecnologias na vida diária, o conhecimento não se encontra somente na escola, mas está para além das suas paredes. Por isso, a escola tem que alterar, modificar o seu trabalho e adaptar-se a todas estas novas condições. Introduzir as novas tecnologias de informação nos currículos e na prática escolar depende de muitos factores: económicos e humanos entre outros. É preciso investir e equipar as escolas com equipamento necessário e com professores com formação e vontade de mexer com este equipamento.

A introdução deste tipo de equipamento nas escolas expande o conceito de ensino e aprendizagem, o conceito de sala de aula, a relação professor/aluno e aluno/aluno. A perspectiva de educação e de ensino é muito mais vasta e alargada. Foram postos novos desafios, que a escola aceitou e está aos poucos a vencê-los.

Isto implica uma mudança a nível da estrutura física da escola, uma mudança na mentalidade dos professores, uma mudança do que se entende por ensino, uma mudança nos próprios currículos. E por arrasto uma mudança na atitude dos alunos, pais e sociedade em geral.

### **Mudança na escola**

A escola desempenha um papel de destaque na sociedade quer pela sua natureza, quer pelos seus pressupostos educativos. Integra-se numa sociedade dinâmica, onde as novas tecnologias de informação, as alterações económicas, políticas, sociais, etc., introduzem uma problemática curricular, que discute a formação do aluno como cidadão e membro de uma sociedade activa (Pacheco 1996, p.149).

Vamos encontrar uma escola aberta e cada vez mais virada para a sociedade e integrada no meio que a rodeia; a aprendizagem estará cada vez mais centrada no aluno, tendo em conta as suas dificuldades o seu ritmo e as suas características e basear-se-á cada vez mais em situações reais e problemas concretos; o aluno será a peça fundamental para a construção do seu conhecimento e o trabalho colaborativo estará mais presente; o professor terá um papel diferente, sendo um guia na aprendizagem de cada aluno. Encontramo-nos com uma nova tarefa: “...fazer da escola um lugar mais atraente para os alunos e fornecer-lhes as chaves duma compreensão verdadeira da sociedade da informação.” (Delors 1997, p.132).

Podemos verificar que estas mudanças são também a nível de mentalidades e novas visões. A nova visão do mundo implica que tudo o que nos rodeia seja também visto com novos olhos.

A própria educação tem vindo a sofrer mudanças e reformulações, o que se pretende para a educação para o séc. XXI não pode de maneira nenhuma ser o que se pretendia no século passado.

“A educação surge como um trunfo indispensável à humanidade na sua construção dos ideais de paz, de liberdade e de justiça social.” (Delors 1997, p. 11).

A educação é um projecto colectivo onde se pretende que haja formação a nível intelectual, cultural e humano, para responder a necessidades sociais. A escola é o espaço ideal para concretizar este projecto. Como dizem Serrazina e Oliveira (2005): “...a escola tem uma grande responsabilidade onde já não basta acumular o saber; é preciso ser capaz de o utilizar, transferir e mobilizar no sentido de sustentar tomadas de decisão informadas e esclarecidas.” (p. 36).

A inovação curricular está ligada a mudanças que contribuem para a transformação e melhoria dos processos e praticas de ensino-aprendizagem e conseqüentemente, para a confirmação do sucesso educativo dos alunos.

As mudanças profundas são ao nível do currículo, e do que se entende por currículo. Currículo é um processo contínuo com vários níveis e etapas, com vários protagonistas educativos, operando ao nível da construção do conhecimento e da forma em que esse saber se implementa. Desta forma podemos dizer que o currículo é um projecto social e cultural numa multiplicidade de processos e práticas escolares. A própria noção de currículo tem vindo a sofrer alterações. O que se entende por currículo modifica-se consoante as épocas, contextos e especialistas. Vilar (1994) afirma no seu trabalho que o “currículo é a expressão de um “projecto cultural” que a escola concretiza sob determinadas condições.”

Uma das disciplinas em que se sente necessidade de mudança é a matemática. Todos temos consciência da importância dos conhecimentos matemáticos para a vida. A matemática torna os jovens competentes, críticos em relação aos aspectos do dia-a-dia. Por isso, devem ser

desenvolvidas as capacidades de usar matemática para analisar e resolver situações, para raciocinar e comunicar.

Nos dias de hoje a noção de ser-se alfabetizado está um pouco de lado, estando em voga a noção de literacia, em que a ênfase está no uso das competências e não na obtenção das competências. E assim, a aprendizagem verificar-se-à ao longo de toda a vida.

Na sociedade actual, as exigências a nível da matemática já não estão centradas a nível do cálculo, uma vez que as máquinas realizam esse trabalho. Mas sim, ao desenvolvimento de competências em que se critica, avalia, analisa uma determinada situação.

Estudos realizados mostram que os alunos portugueses têm um baixo desempenho a nível da resolução de problemas. Podemos afirmar que o ensino da matemática não está orientado para desenvolver e avaliar os processos e estratégias de raciocínio, nem as capacidades necessárias para enfrentar e resolver problemas novos (APM, 1995).

É necessária então, uma mudança no ensino da matemática e para tal, uma mudança no currículo da matemática, que é a base e as fundações da disciplina. A matemática não pode ser vista como um conjunto de conceitos e regras, nem se reduz ao cálculo ou a provas. Também é preciso contemplar a exploração, a conjectura e demonstração, a generalização e a aplicação, a formulação e resolução de problemas.

Esta última visão -resolução de problemas - é segundo a APM o núcleo fundamental da matemática, sendo uma linha de força que atravessa todo o currículo da matemática. Também deve o currículo de matemática, contemplar a utilização de tecnologias de informação, uma vez que o seu aparecimento é uma característica do séc. XX. Estamos cada vez mais ligados e dependentes destas tecnologias.

Porém, uma mudança a nível curricular implica muitas outras mudanças a nível de actividades de aprendizagem e a nível do papel do professor. Tem que obrigatoriamente existir uma alteração nos métodos de ensino. A resolução repetitiva de exercícios, tem que dar lugar à resolução e formulação de problemas, às actividades de exploração e investigação, à discussão e comunicação, à argumentação e prova.

A própria dinâmica de sala de aula tem que ser diferente. Já não podemos estar perante aulas em que os alunos ouvem passivamente os professores. Há que dar hipótese a outras actividades, trabalhos colaborativos, a criação de laboratórios, o trabalho em pequenos grupos, a discussão, a ajuda, a organização, o colocar questões, etc.

O professor deve tornar as aulas ricas em trabalhos diversificados. Também o papel do professor muda. O professor deixa de ser o transmissor de conhecimentos, e passa a organizar actividades, a facilitar aprendizagens, a construir com os seus alunos uma aula diferente.

### **Evolução do currículo**

Currículo é um termo que tem evoluído com o tempo e as suas definições variam, dependendo dos especialistas que se dedicam a ele. É uma palavra que está na moda mas que nem todos a concebem da mesma forma.

Um conceito, que começou por ter objectivos e fins, passando a significar algo mais vasto e complexo, envolvendo educação e fins educativos. Não é meramente uma palavra, mas sim um processo complexo, que envolve muitos parceiros. O currículo está numa teia rodeado de sociedade – escola, teoria – pratica, cultura – aprendizagem.

As mudanças visíveis nos nossos dias (processo que já decorre há várias décadas mas mais acentuadas na realidade), apontam para um outro modo de entender o currículo face a necessidades sociais também

diferentes. Podemos identificar factores económicos e sociais: a escola não responde às complexidades das sociedades, ao mercado de trabalho e à globalização da economia. Há também a considerar as dimensões políticas e culturais: as sociedades estão cada vez mais multiculturais e multi-étnicas, pelo que existem mais conflitualidades. Por isto tudo, a escola e o seu papel social também atravessam uma mudança, uma vez que tem que oferecer uma base cultural integradora das diferenças.

A educação sendo uma transformação do conhecimento e do comportamento, implica um conjunto de actividades planeadas com uma finalidade pré-definida. Este conjunto de actividades pode ser encarado como sendo o currículo. Portanto, podemos dizer que o currículo numa primeira visão é uma relação de matérias com um corpo de conhecimentos definidos a transmitir de forma organizada e sequencialmente lógica. Mas, nesta perspectiva, podemos destacar o que está determinado em programas, o oficial, e o que se faz na prática, o real. Podemos falar de quatro ideias chave sobre o currículo: teoria, prática e intenção, realidade.

Roldão (1999) considera o conceito currículo: "...como o conjunto de aprendizagens que socialmente se pretende e se espera que a escola promova e garanta a todos aos cidadãos." (p. 15). Vilar (1994) considera que o currículo é simultaneamente projecto e prática.

O currículo, enquanto projecto de promoção de aprendizagem finalizado, a construir e gerir colaborativamente pelos professores e pela escola, constitui-se hoje como lugar efectivo da promoção da qualidade e da adequação a uma realidade em mudança (Roldão, 1998).

O ensino é o aspecto visível do currículo, que só adquire sentido, quando promove um processo de trabalho colaborativo e intercâmbio de saberes. É uma actividade muito complexa, que ultrapassa a simples transmissão de conhecimentos definidos num currículo formal.

A evolução do conceito currículo, que é um dos pilares da educação, implica uma necessidade de modificação/adaptação de todos os outros factores, nomeadamente o ensino. Como as realidades educacionais são outras, também os sistemas educativos tiveram que se adaptar. O que por sua vez fez mudar as políticas curriculares.

Nos fins dos anos 80 com a reforma do sistema educativo (mudança dos currículos dos ensino básico e secundário) e no fim dos anos 90 com a reorganização dos currículos dos ensinos básico e secundário (reinterpretação à luz das competências a desenvolver), o tema currículo foi muito debatido. Esta reforma expressa:

...defesa de uma educação para a liberdade, para a mudança, para a democracia, para a autonomia e para a solidariedade, ao mesmo tempo que explicitam a intenção de responder às exigências impostas pela adesão de Portugal à CEE. (Fernandes 2005, p. 55).

A reorganização curricular do ensino básico nos finais de 90 início de 2000 focaliza mais o sentido de garantir uma educação básica para todos e dá maior atenção às situações de exclusão. Há uma nova concepção de escola, a escola está atenta às diferenças e é promotora do sucesso educativo de todos os alunos, é um espaço privilegiado de educação para a cidadania.

O termo currículo é usado com muitos significados, há diferentes definições. Podemos num aspecto reduzido considerar, que é um grupo de disciplinas, que constituem um curso ou de um modo mais alargado, como um conjunto de acções educativas que a escola dá com uma certa intenção. Também podemos associar o termo com tudo o que o aluno aprende no espaço escola. “Conjunto de intenções (nível teórico), materializados pela actuação do professor no ensino/aprendizagem (nível pratico).”

Dados os intervenientes ou todos os que de uma forma directa/indirecta influenciam ou trabalham o currículo, podemos considerar que o currículo é um projecto, cujo processo de construção e desenvolvimento é interactivo, que implica unidade, continuação e interdependência (Serrazina e Oliveira, 2005). Temos a designação de currículo por Ponte, Matos e Abrantes (citado em Canavarro e Ponte 2005, p. 64): “...conjunto de acções educativas planeadas pela escola de forma deliberada, mesmo que sejam realizadas parcial ou totalmente fora das aulas.” ou ainda “...tudo o que os alunos aprendem.”

Actualmente, podemos considerar que o currículo é um conjunto de aprendizagens e competências, integrando os conhecimentos, as capacidades e os valores, a desenvolver pelos alunos ao longo do ensino básico (Dec. Lei nº6/2001).

As mudanças vieram também requerer novos papéis para os professores. Para haver/acontecer inovação curricular é necessário mudar a mentalidade curricular dos professores. A nova relação educativa assenta numa nova imagem do professor perante si mesmo, a sociedade e os alunos. Exige-se um trabalho colaborativo entre os professores. Os professores são decisores e gestores do currículo (Dec. Lei nº6/2001).

O professor tem que compreender o currículo como unidade integradora do que se quer fazer aprender a todos os alunos de forma eficaz. Eles são agentes/actores dessa mudança organizacional e deverão assumir de uma forma significativa o trabalho nas salas de aula.

Em relação aos alunos, há uma valorização da sua dimensão humana, uma identificação dos seus interesses e o acompanhamento individual ou em grupo do seu processo educativo (Dec. Lei nº286/89). Há uma valorização da diversidade de metodologias e estratégias de ensino e actividades de aprendizagem, que favorecem o desenvolvimento

de competências numa perspectiva de formação ao longo da vida (Dec. Lei nº6/2001).

O currículo é concebido numa perspectiva de ciclo e de desenvolvimento de competências, que incorporam não só as aprendizagens e os conhecimentos, mas também as capacidades, as atitudes e os valores. Não está confinado aos saberes disciplinares, mas valoriza, de igual modo, os saberes relacionais, afectivos e atitudinais, aspectos que configuram o sentido de uma escola que atende à dimensão social do acto de educar. No currículo nacional é defendido, que o conjunto de aprendizagens que se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, são iguais para todos e cabe à escola organizar e garantir.

### **Currículo de matemática**

A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Neste sentido, seria impensável que não se proporcionasse a oportunidade de aprender matemática de um modo realmente significativo, do mesmo modo que, seria inconcebível eliminar da escola básica a educação literária, científica ou artística.

É inegável a importância da matemática, ela está ao serviço de quase todas as áreas da actividade humana: da indústria ao sector de serviços. A matemática é útil e aplicável e isso dá-lhe força e vitalidade. A educação matemática pode contribuir, de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes, mas sim competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática. Para isso, devem os jovens desenvolver a sua capacidade de usar matemática, para

analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo.

O Currículo Nacional é um referencial para as disciplinas do ensino básico. No que diz respeito à disciplina de Matemática é necessário compreender o que é uma competência matemática, o que é ser matematicamente competente. Também nos dias de hoje consideramos a literacia matemática. Ela vai muito além do conhecimento matemático, é também ser capaz de usar e aplicar esses conhecimentos.

No relatório PISA, definem literacia matemática como:

...a capacidade de identificar, compreender e se envolver em matemática e de realizar julgamentos bem fundamentados acerca do papel que a matemática desempenha na vida privada de cada indivíduo, na sua vida ocupacional e social, com colegas e familiares e na sua vida como cidadão construtivo, preocupado e reflexivo. (OCDE 2000, p. 4)

O NCTM (2000) entende literacia matemática como compreensões quantitativas, que os estudantes precisam ter para tomar decisões inteligentes no mundo actual.

O que é competência? O termo competência surgiu da reflexão participada dos currículos e é base do Currículo Nacional do Ensino Básico. Competência, é a capacidade objectiva de um indivíduo para resolver problemas, realizar actos definidos e circunscritos (Dicionário Houaiss, 2002).

Serrazina e Oliveira (2005) dizem que: "...a palavra competência surge no âmbito do ensino profissional, muito ligado às exigências do mundo do trabalho, e em contexto de forte incremento da escolarização dos jovens."

(p. 44). Perrenoud (citado por Serrazina e Oliveira, 2005) propõe a definição: “...conjunto de recursos que nós mobilizamos para agir.” (p. 44).

No currículo nacional, nos documentos relativos às práticas docentes entende-se competência, como “saber em acção”, incluindo conhecimentos, capacidades e atitudes.

A visão de uma formação matemática com ênfase nas competências elementares de cálculo, designadamente a aptidão para efectuar os algoritmos das operações aritméticas, está ultrapassada e inadequada para os dias de hoje. O cálculo é parte integrante da matemática, mas aprender procedimentos de cálculos isolados, só por si, não promove o contacto dos alunos com as ideias e os modos de pensar fundamentais da matemática. O aluno tem que reconhecer valor naquilo que estuda, no momento em que o estuda, para que a sua aprendizagem tenha maior probabilidade de ser bem sucedida. A matemática não é um sistema formal. Reduzir o raciocínio matemático à dedução e identificar a actividade matemática com a “manipulação” de símbolos sem significado, traduz uma concepção redutora e dá-nos uma visão incompleta e parcial da matemática. Esconde o carácter criativo da actividade matemática, que é porventura um dos seus aspectos mais ricos (APM, 1995).

O NCTM (1991) define cinco objectivos gerais para todos os alunos, são eles:

- Aprender a dar valor à matemática;
- Adquirir confiança na sua capacidade de fazer matemática;
- Tornarem-se aptos a resolver problemas de matemática;
- Aprender a comunicar matematicamente;
- Aprender a raciocinar matematicamente.

Para o cumprimento destes objectivos, devem os alunos:

- Participar em experiências variadas;
- Desenvolver hábitos de pensamento matemático;
- Compreender e apreciar o papel da matemática na vida da humanidade;
- Explorar, tentar e fazer erros e corrigi-los;
- Ler, escrever e discutir matemática;
- Conjecturar, testar e construir argumentos.

O currículo deve pois ser atravessado por estes objectivos e experiências encorajando a exploração de uma grande diversidade de ideias matemáticas de acordo com a maturidade dos alunos. É um meio e não um fim em si mesmo, e é um instrumento que está ao serviço da matemática.

A matemática não é apenas um conjunto de conceitos e regras, nem a actividade matemática se reduz ao cálculo ou à prova dedutiva e mecanizada. Devem ser contempladas outras actividades como: exploração, conjectura e demonstração, generalização e aplicação, formulação e resolução de problemas.

O ensino da matemática:

...deve proporcionar aos alunos experiências diversificadas em contextos de aprendizagem ricos e variados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afectiva e social, designadamente estimulando a curiosidade, a atitude crítica, o gosto de organizar raciocínios e de comunicar, o gosto de enfrentar e resolver problemas, a independência e a auto-confiança intelectuais. (APM 1995, p. 39).

O currículo nacional identifica diversos tipos de experiências de aprendizagem:

- Resolução de problemas;
- Actividades de investigação;
- Realização de projectos;
- Jogos.

A resolução de problemas deverá constituir um desafio para os alunos, não se reduzindo à procura de uma solução. Deve estar associado ao raciocínio e à comunicação, utilizando várias estratégias, métodos e desvalorizando gradualmente resoluções mecânicas e repetitivas.

Realização de projectos implica trabalho de grupo, dentro e fora da aula. Tem um objectivo claro, que deve ser explorado e trabalhado, tendo uma apresentação final.

Os jogos são actividades lúdicas, que implicam o uso de raciocínio e reflexão. Desenvolvem a memória, a observação, e permitem a percepção de diferentes pontos de vista, assim como, o sentido crítico.

As actividades de investigação implicam processos complexos de pensamento, caracterizam-se por se partir de enunciados e objectivos pouco precisos e estruturados, levando a que sejam os próprios alunos a definir o objectivo, conduzir experiências, formular e testar hipóteses.

## **CAPITULO II - ACTIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO**

### **Da resolução de problemas às investigações**

Uma das linhas de acção sugerida para actividades é “situações problemáticas que proporcionem a necessidade de ideias matemáticas novas e que motivem o aluno” (NCTM 1991, p. 79). A APM (1995) destaca nas suas orientações para a aprendizagem da matemática, a resolução de problemas, como um trabalho que se desenvolve à volta de situações problemáticas.

Há pois uma mudança na aprendizagem, deixando para trás a memorização e repetição, e caminhar em direcção a actividades mais variadas, e em que os alunos estejam mais envolvidos. Aliás, as Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar referem desde há algum tempo, a necessidade de que o trabalho da aula de matemática deve ser sobretudo a resolução de problemas.

Segundo Pólya, o professor deve propor aos alunos a resolução de problemas para que estes se apercebam do que é a matemática e que gostem da disciplina (Ponte 2005a, p. 13). A resolução de problemas foi sempre uma questão importante no ensino da matemática. Pólya foi um dos grandes matemáticos que se interessou pela resolução de problemas e elaborou um método de resolução por etapas. No seu livro, “How to solve it”, Pólya descreve um plano de como resolver problemas: compreender o enunciado; encontrar relação entre os dados e o que se quer saber; obter e realizar um plano para obter a resposta e por último examinar a resposta obtida. (Davis e Hersh 1995, p. 269)

Muitas vezes os desafios, são modos de motivar os alunos e a resolução de problemas tal como as investigações, constituem desafios elevados. Mas enquanto os problemas representam tarefas fechadas, as investigações pelo contrário, são abertas. Convém então que se distingam os dois conceitos, resolução de problemas e actividades de investigação, porque apesar de terem aspectos comuns são diferentes.

Um problema, será uma questão na qual o aluno não tem um processo para chegar à solução (APM, 1995). Já investigar significa procurar, indagar, pesquisar (Dicionário Houaiss, 2002), não havendo uma questão muito definida à partida. Investigar em matemática tem um significado próprio com características muito específicas, podemos dizer “formulação de conjecturas que se procuram testar e provar” (Ponte 2005b, p. 10) Nos problemas, percebemos claramente o enunciado, sabemos o que é pedido e a resposta encontrada ou está certa ou errada. No caso das investigações, as questões não são claras, é preciso estabelecer um caminho a seguir, não existe uma resposta certa. Ponte (1998c) considera que a natureza da questão a estudar é o aspecto que mais as distingue. Outra diferença é o processo de trabalho. Nas investigações um dos passos principais é a formulação de problemas, o que não faz sentido na resolução de problemas, uma vez que já estão formulados.

Ponte e Matos (1998a) dizem: “Enquanto os problemas matemáticos tendem a caracterizar-se por assentarem em dados e objectivos bem concretos, as investigações têm um ponto de partida muito menos definido”. (p. 119).

As investigações vão mais além, uma vez que os alunos têm que explorar e investigar situações, discutir e definir várias estratégias e processos de trabalho.

“Os argumentos principais utilizados para justificar a importância das investigações, são análogos aos usados para justificar a importância dos

problemas, acrescentando-se ainda, que as investigações mais do que os problemas, promovem o envolvimento dos alunos.” (Ponte 2005a, p. 16).

Brunheira e Fonseca (1998) referem os valores de uma investigação matemática:

- Melhorar a capacidade de resolver problemas quer na matemática, quer na vida real;
- Boa oportunidade de trabalhar em grupo;
- Tipo de apoio que o professor dá;
- Elaboração de relatórios, melhoram a capacidade de comunicação oral e escrita;
- Discussão do trabalho realizado.

Não encontramos mudanças somente no trabalho da sala de aula, mas também na actuação dos alunos e professores. Ao encontrarem-se mais envolvidos nas actividades, a aprendizagem dos alunos é mais efectiva e interiorizada, além de que o trabalho em grupo proporciona maior interacção. Mais do que explanação de conceitos, os professores têm um papel de orientação das aprendizagens.

### **Investigações na sala de aula**

Este tema tem suscitado crescente interesse, pelo que é um assunto muito debatido em seminários e encontros de professores. Existem também projectos nesta área, “Matemática para Todos“ e o site “Investigar e Aprender”.

João Pedro da Ponte é uma das pessoas que em Portugal muito tem contribuído para o estudo das investigações matemáticas, com a sua

participação em diversos grupos de trabalho, com os seus artigos e por supervisionar teses sobre este tema.

Para Ponte (2003a), investigar é: “...trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusos, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado.” (p. 94).

Com a realização das actividades de investigação, pretende-se trazer para a sala de aula, o espírito da actividade matemática. Convida-se o aluno a experimentar o trabalho matemático: formular questões e conjecturas; fazer provas das conjecturas; apresentar os resultados encontrados; argumentar e discutir com colegas e professores. (Ponte 2003a, p. 103).

Com este tipo de actividade, queremos que o aluno tenha contacto com o trabalho matemático e assim, compreender e perceber o que é a matemática e a sua importância neste mundo, desenvolvendo deste modo o gosto pela disciplina. Como refere Ponte (2001): “Investigation process are at the heart of the mathematical activity and, when experienced with authenticity, naturally enable pupils to have a stimulating relationship with mathematics” (p. 18).

São vários os estudos feitos em Portugal sobre as actividades de investigação. Os trabalhos realizados sobre estas actividades, apresentam-se sob duas perspectivas: a dos alunos e a dos professores.

Na perspectiva dos alunos e em relação à matemática existem trabalhos sobre as suas concepções e atitudes e aquisição de competências.

Na perspectiva dos professores, há trabalhos relativos à avaliação das actividades e às suas atitudes em relação às investigações.

Relativamente aos estudos que se referem aos alunos, Segurado (1997) focou o seu estudo em quatro crianças do 2º ciclo no seu ambiente natural e concluiu que as actividades de investigação proporcionaram aos

alunos a melhoria das suas capacidades, ficaram mais autónomos, aumentaram a sua capacidade argumentativa e de certa forma houve uma mudança na concepção da disciplina, bem como a do seu papel e a do professor. Rocha (2003), trabalhou com dois alunos do 3º ciclo e também verificou, que o envolvimento neste tipo de actividades, conduzia a mudanças significativas nas concepções e atitudes em relação à matemática. Nunes (2004), trabalhou com uma turma do 7º ano e pretendeu conhecer o que os alunos pensavam sobre a avaliação em matemática e como reagem os alunos a práticas inovadoras. Neste estudo aplicou vários modos e instrumentos de avaliação, entre os quais, as actividades de investigação, sendo o relatório elaborado nessas actividades, um dos processos mais valorizados pelos alunos. Uma das conclusões retiradas, é que a diversidade, a transparência e a consistência do processo de avaliação, pareceu contribuir para uma melhor relação dos alunos com a avaliação à disciplina de matemática e conseqüentemente melhor relação com a disciplina. Fonseca (2000), debruçou-se sobre os processos matemáticos utilizados pelos alunos na realização de actividades de investigação, assim como, o discurso na sala de aula com uma turma do 10º ano, mais concretamente, o estudo de dois alunos. O processo mais frequente e de certa forma automático é a formulação de conjecturas e o que está menos presente, é a justificação e prova.

O propósito de Varandas (2000), foi estudar o processo de avaliação dos alunos no ensino secundário. No seu estudo, envolveu duas turmas do 10º ano e as suas professoras, onde aplicou vários modos de avaliação: trabalhos e relatórios de grupo, individuais e apresentações orais. Como conclusões, verificou a influência que o actual sistema de ensino exerce sobre as professoras e os alunos, nomeadamente o cumprimento do programa e a vertente sumativa da avaliação. Os diferentes instrumentos de avaliação, foram um contributo importante para as professoras formarem uma imagem dos seus alunos e os descritores usados foram úteis, para dar uma noção dos conhecimentos matemáticos, os processos

e as competências de comunicação usadas. Oliveira (1998a), estudou as perspectivas e práticas de duas professoras do 3º ciclo na realização de actividades de investigação. Algumas das dificuldades sentidas, revelaram-se ao nível do tempo de preparação das actividades, ao cumprimento do programa e o tipo de exigências que se deveriam ter nas justificações das conjecturas por parte dos alunos. Quanto ao seu papel, concluíram que devem ter uma participação diminuta durante a realização das actividades e devem estimular, sustentar e gerir de uma forma equilibrada, a apresentação e discussão dos resultados. Brunheira (2000), analisou o conhecimento matemático e didáctico de três professores estagiários, associado à realização de trabalho investigativo na sala de aula. Os professores demonstraram diferentes capacidades e atitudes. Deram preferência aos métodos analíticos na resolução das actividades e também maior valorização da aprendizagem de conhecimentos, em detrimento das capacidades e atitudes dos alunos. Estes aspectos foram sendo alterados, à medida que iam realizando as actividades com os alunos e faziam uma reflexão dessas actividades.

## **CAPITULO III - METODOLOGIA**

### **Método de investigação**

Tendo em conta as questões de investigação:

- Perspectivas dos alunos sobre as investigações matemáticas e como são integradas na matemática?
- Como reagirão perante as tarefas? Sentirão dificuldades? E que tipo de dificuldades?
- Será que este tipo de experiências de aprendizagem modificará as perspectivas que os alunos têm sobre a matemática?
- Os alunos ficarão mais motivados e mais predispostos para a matemática?
- As investigações matemáticas contribuirão para o sucesso dos alunos em matemática?

O método escolhido teve uma abordagem qualitativa e interpretativa. Este estudo foi realizado num ambiente natural, que neste caso é a sala de aula, e pretendeu-se interpretar e compreender que mudanças as tarefas de investigação produziam no alunos, qual era a influência das tarefas de investigação nas perspectivas dos alunos.

Como referem Bogdan e Biklen (1994) numa investigação qualitativa os investigadores: “...privilegiam essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos de investigação.” (p. 16).

Uma vez que os dados foram recolhidos no campo de estudo (sala de aula), pudemos também afirmar que se trata de uma investigação de campo.

O tipo de questões a ser investigadas também influenciaram na escolha do método de investigação como refere Mertens (1997).

Uma vez que não há um processo definido para conduzir uma investigação qualitativa, Stainback e Stainback (1988, citado por Mertens 1997), recomendam uma descrição detalhada da metodologia usada. A descrição detalhada do que foi feito, também foi uma característica deste método. Não houve um plano meticulosamente elaborado, uma vez que não se poderia prever exactamente como os alunos iriam reagir.

Bogdan e Biklen (1994) referem cinco características da investigação qualitativa:

- Ambiente natural como fonte de dados;
- Descritiva;
- Interessa mais o processo do que os resultados;
- Analisar os dados de forma indutiva;
- O significado é de importância vital.

Na recolha de dados, foram usados os métodos: observação directa de alunos, questionários e trabalhos (relatórios) produzidos pelos alunos. Uma vez que também somos professora dos alunos a serem estudados, na observação directa, nem sempre foi possível anotar de forma completa os acontecimentos, pelo que no final da aula procurámos registar o que não tínhamos conseguido durante a aula. O uso de questionários (antes e depois da aplicação das actividades), serviu para complementar a observação das aulas. Brannen (1995) refere que quando se pretendem obter respostas mais claras e definidas, o ideal é utilizar processos do método quantitativo nomeadamente o uso de questionários. (p. 5)

Bryman (1995) defende que numa investigação:

...as metodologias quantitativa e qualitativa podem combinar-se de modo a fornecer uma imagem geral: a metodologia quantitativa pode ser empregue para preencher as falhas do estudo qualitativo que surgem, por exemplo, quando o investigador não conseguir estar em dois sítios ao mesmo tempo (p. 60).

A escolha do método de investigação, foi influenciada pelo facto de a investigadora entender que a realidade é uma construção social múltipla e complexa, pelo que procurou desenvolver esta investigação no paradigma interpretativo/construtivista (Mertens 1991).

### **Reflexão da prática profissional**

Ao longo da nossa carreira sempre nos preocupou a prática docente. Estando a formar alunos para uma vida activa, como poderíamos contribuir para o seu desenvolvimento?

Estando num mundo em mudança, mudanças a todo o nível (social, cultural, científico, tecnológico e económico) e sendo professora, o nosso papel é preparar os alunos, para enfrentar os desafios, cada vez mais exigentes, com responsabilidade e determinação.

O professor é um agente de mudança, e é com esta perspectiva, que sempre questionámos, se a nossa prática estava a corresponder a estes objectivos.

...é cada vez mais necessário um constante reflectir e repensar as práticas educativas. Se isto é válido para todos os professores, é o

em especial para os professores que ensinam matemática, dada a natureza particularmente sensível de que se revestem os problemas do ensino aprendizagem desta disciplina escolar. (GTI 2005, p. 7).

“As questões relacionadas com a educação básica e obrigatória continuam, neste início de século, a ser matéria de discussão e análise. Saber aquilo que é realmente essencial e útil para todos e podermos defender que cada jovem, depois de frequentar 9 anos de escolaridade, teve a educação necessária e suficiente para traçar e realizar o seu projecto de vida em sociedade é nos dias de hoje, um assunto que continua a impacientar muitos educadores.” (Vieira 2005, p.150).

Podemos questionar, de que forma é que as inovações educativas constroem caminhos de mudança?

As novas orientações curriculares procuram que o aluno seja matematicamente competente, isto é, o aluno desenvolva competências ao nível dos conhecimentos, capacidades e atitudes. Como Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) constataam: “Estes três aspectos (conhecimentos, capacidades e atitudes) são inseparáveis, não só nas novas tarefas que surgem aos alunos, mas também, no próprio processo de aprendizagem.” (p.22).

As experiências de aprendizagem relatadas no currículo nacional, são orientações que os professores devem seguir no sentido de desenvolver competências matemáticas nos alunos.

Uma das grandes mudanças é a nível do trabalho na sala de aula, deixamos de ter aulas expositivas, para termos uma variedade de actividades a executar.

E assim, começamos a aplicar algumas destas actividades na sala de aula: jogos, resolução de problemas, uso de materiais manipuláveis e mais tarde as tarefas de investigação.

As tarefas de investigação na sala de aula, são actividades que propiciam o desenvolvimento de capacidades. Nos programas de Matemática, reconhece-se a necessidade de haver uma mudança de métodos e propostas de trabalho a apresentar aos alunos. Mudança: uma visão da aprendizagem da matemática em direcção à investigação, à formulação, à representação, ao raciocínio, ...

Saber Matemática é fazer matemática (NCTM 1991), logo temos de colocar os alunos a fazer matemática, temos que os envolver em tarefas como construir, identificar, explorar, comunicar, discutir, argumentar. As tarefas de investigação são actividades bastante ricas, porque para além de o aluno se envolver na tarefa, é ele que tem de formular as questões e elaborar as estratégias a seguir. É o aluno que tem que encontrar e descobrir o seu próprio caminho. Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) escrevem:

O objectivo de uma actividade de investigação é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes, a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada. (p. 93)

A exploração favorece a formulação de conjecturas, etapa fundamental da experiência matemática, que os jovens devem realizar. A formulação de conjecturas, requer e põe em jogo diversas capacidades intelectuais importantes, como o espírito de observação, a sistematização de resultados parcelares, a imaginação e o poder de abstracção. A construção de conceitos envolve um processo de interiorização, que advém da relação do aluno com a situação que o desafia.

Após algumas actividades, surgiu a ideia de aprofundar algumas ideias que já tínhamos sobre as tarefas de investigação. Nesta perspectiva,

procurámos colocar um grupo de alunos perante actividades de investigação para responder às questões:

- Que atitudes os alunos apresentam perante as actividades?
- Que dificuldades sentem na realização das mesmas?
- A visão que têm da matemática é alterada?

Com este estudo procurámos de certa forma modificar a nossa prática lectiva, isto é, tomar decisões que a poderão alterar. Porque cabe ao professor "...a responsabilidade de propor e organizar as tarefas a realizar ...” (Abrantes, Serrazina, Oliveira 1999).

### **Intervenientes**

Estamos a leccionar na Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico, Filipa de Vilhena da cidade do Porto. Esta escola está situada numa área geográfica de grande densidade populacional e de grande concentração de alojamento. A grande densidade populacional e a grande diversidade sócio-económica, traduzem-se na sua população escolar originária, quer de bairros camarários, quer de bairros residenciais da classe média alta.

Os alunos da turma em que foi aplicado o estudo reflectem esta realidade. A turma é constituída por 24 alunos, sendo 10 rapazes e 14 raparigas. São alunos do oitavo ano de escolaridade do ensino básico. Têm idades compreendidas entre os 12 e 14 anos. Há 3 alunos com retenções ao longo do 1º, 2º e 3º ciclos e alunos com percurso negativo à disciplina de matemática.

Os encarregados de educação têm idades entre os 29 e 59 anos. As habilitações dos encarregados de educação, situam-se entre a quarta

classe e o curso médio/superior. E a nível de profissões, variam desde técnicos a trabalhadores por conta própria e por conta de outrem.

### **Trabalho de campo**

Escolhemos uma turma do oitavo ano de escolaridade, para fazer o estudo que idealizámos. Pretendíamos compreender a postura dos alunos do ensino básico perante as tarefas de investigação e como estas influenciam a visão da matemática.

Foram realizadas duas tarefas de investigação ambas sobre números, realizadas em trabalhos de grupo, com um número de 3 a 4 elementos. Nestes grupos, houve a preocupação de colocar o mesmo número de rapazes e raparigas e que tivessem performances variadas à disciplina de matemática, isto é, não fossem só “bons” ou “maus” alunos. Começámos por aplicar um questionário, onde procurámos obter dados sobre os alunos, sobre a visão que têm da matemática e sobre as actividades que realizaram na aula nos anos lectivos anteriores.

Na realização das tarefas de investigação, os alunos registaram os seus resultados num relatório de grupo e fizeram a apresentação oral para a turma. Durante estas tarefas, foram observados por nós, que tivemos o papel de orientadora/observadora.

Após a realização das tarefas, foi aplicado novo questionário, onde se procurou saber a opinião dos alunos sobre as tarefas e se houve algum tipo de modificação em relação ao questionário anterior.

Em cada uma das actividades colocaram-se questões, de modo a guiar o aluno na sua realização, contudo, o aluno tem ainda muito trabalho pela frente, uma vez que tem de elaborar as estratégias da sua resolução e os caminhos a seguir.

A importância das investigações é tão grande como dos problemas, porque desafiam as capacidades dos alunos e fomentam o gosto pela descoberta. Os alunos não têm um processo rápido e imediato para resolver. Mas podemos ainda acrescentar, que nas investigações o aluno é convidado a ter uma participação activa desde o início da tarefa, de modo a envolver-se muito mais. Como refere João Pedro da Ponte (2005a) as investigações têm um desafio elevado e são questões abertas.

### **Instrumentos de recolha de informação**

A recolha de dados reflecte a natureza da investigação e foram usados questionários e relatórios. Os instrumentos usados: registos escritos da professora e dos alunos e registos vídeo/áudio das tarefas nas aulas. Não houve um plano meticuloso, uma vez que não se podia prever exactamente como os alunos iriam reagir. Os alunos foram submetidos a um pré e pós teste, com 2 actividades de investigação pelo meio.

Nas actividades de investigação era pedido que os alunos juntassem um relatório em que descrevessem e passassem para escrito tudo o que pensaram, isto é, descrevessem todo o seu raciocínio. O uso de relatórios nas actividades de investigação ainda não é prática corrente, mas é importante e necessário, dado o tipo de trabalho que está inerente às actividades. Como verifica Varandas (2000) no seu trabalho ao afirmar que “a observação informal dos alunos no decorrer da implementação da tarefa, bem como na apresentação das suas conclusões à turma, tem sido o modo mais comum de avaliação dos alunos “ (p. 31).

Os alunos foram divididos em grupos (quatro) e realizaram a proposta de actividade de investigação, expuseram as suas respostas através do porta-voz do grupo e no fim entregaram o relatório.

## Questionários

Para este estudo foram elaborados questionários para serem aplicados antes e depois das actividades de investigação.

Os questionários foram a metodologia seguida para obter um conjunto de informação acerca dos alunos e dos temas em estudo. Os questionários pretendem obter informação sobre aspectos que não são observáveis. Foram formuladas questões de carácter aberto e fechado. Nas questões fechadas, são dadas algumas opções de resposta.

O primeiro questionário (anexo III) estava dividido em 3 partes:

Parte A - Identificação do aluno;

Parte B - O que é a Matemática;

Parte C - Opinião sobre as actividades na sala de aula.

Na parte A, os alunos identificam-se.

Na parte B, são dadas várias frases e pede-se ao aluno que se posicione, em termos de concordância, perante as frases numa escala de 1 a 5 (sendo 1 discordo inteiramente e o 5 o concordo inteiramente). Nesta parte do questionário, podemos dizer, que se tratam de questões fechadas.

Na parte C, os alunos são questionados sobre tarefas de investigação, sobre relatórios e sobre as actividades que realizam na aula de matemática. São questões abertas, portanto de resposta mais pessoal.

No segundo questionário (anexo IV), são repetidas as duas primeiras partes. A terceira é unicamente formada por questões abertas, de opinião sobre as actividades de investigação propostas, sobre as dificuldades sentidas e sobre a matemática, dando-se possibilidade ao aluno de

acrescentar algum outro pormenor que não tenha ficado registado nas questões anteriores.

Os questionários vão ser realizados durante as aulas.

### **Observação de aulas**

Como fomos professora/investigadora, tivemos dois papéis neste estudo fomos observadora participante.

Como participante, apenas sugerimos aos alunos pistas, para os ajudar a ultrapassar as dificuldades, não podendo dar respostas às questões colocadas.

Como investigadora, procurámos registar numa grelha de observação, os aspectos mais relevantes acontecidos durante as actividades (anexo VI).

Para completar a observação, foi feita gravação de imagem e som. A gravação de imagem será dirigida para um grupo em cada uma das sessões, para termos uma noção mais específica do trabalho desenvolvido e do mesmo modo se passará na gravação de som.

Quadro I – Concretização das aulas gravadas

<b>Tarefa I “Números em escada”</b>	<b>Tarefa II “Calendários e datas”</b>
Gravação de imagem do grupo III	Gravação de imagem do grupo II
Gravação de som do grupo IV	Gravação de som do grupo I

### **Relatórios de alunos**

Foi pedido aos alunos, que ao realizar as tarefas de investigação, registassem numa folha os seus resultados e o caminho que seguiram (anexo V).

## **CAPITULO IV – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA INFORMAÇÃO**

### **As actividades de investigação**

Foram implementadas na turma duas tarefas de investigação relacionadas com números (anexo I e II). Estas, foram escolhidas por estarem relacionadas com o tema “Ainda os números” do programa do oitavo ano de escolaridade e que estes alunos já tinham dado. Elas foram retiradas do site Investiga e Partilha da Associação de Professores de Matemática.

As tarefas foram realizadas durante o terceiro período na aula de Estudo Acompanhado, que estava ao cargo da professora de matemática, devido ao Plano de Acção da Matemática. Nestas aulas, os alunos trabalharam durante o ano aspectos relacionados com a disciplina de matemática. As actividades foram realizadas em grupo, porque esta é a metodologia privilegiada para o trabalho em investigação.

Para a apresentação do trabalho desenvolvido, escolhemos o relatório em grupo e a apresentação oral, através de um representante do grupo. Como os alunos não estavam habituados a elaborar relatórios, optamos por este tipo de relatório, onde os alunos podiam discutir e em conjunto produzi-lo, facilitando a sua realização e a forma como transmitir os resultados a que chegaram e os caminhos que seguiram. Na apresentação oral, pretendeu-se que os alunos desenvolvessem a capacidade de organizar e estruturar a informação que tinham de transmitir, bem como a capacidade de argumentar e defender as suas ideias.

Foram usadas 2 aulas para cada tarefa, numa primeira aula (bloco de 90 minutos) os alunos trabalharam na tarefa e produziram os relatórios, na segunda aula (outro bloco de 90 minutos) concluíam os relatórios e apresentavam à turma. Estas aulas eram uma vez por semana, ou seja, com um intervalo de oito dias. Tivemos em conta as etapas que uma tarefa deste género pressupõe: introdução da tarefa; realização da tarefa e apresentação dos resultados e discussão. (Ponte, 1998c)

Nas actividades procurámos uma linguagem acessível e adequada à faixa etária dos alunos. Optamos pela distribuição do enunciado escrito, sem fazer alguma discussão inicial. Tanto na actividade 1 “Números em escada” (anexo I,) como na 2 “Datas e calendários” (anexo II) foram usados exemplos, para que os alunos percebessem melhor o que estava a ser tratado. Todas elas estavam estruturadas em etapas, conduzindo o aluno no seu trabalho.

Na actividade 1, as duas primeiras questões conduziram o aluno a investigar que tipo de números podiam ser escritos como soma de 2, 3 e 4 números consecutivos, para depois conseguirem generalizar e chegar a uma conjectura. Na terceira e quarta questão, apelava-se para a exploração de relações e propriedades entre números. Como já tinham trabalhado o tema “Ainda os números”, pretendia-se que fizessem uso dos conhecimentos adquiridos e que ao aplicá-los os consolidassem.

Após a entrega da tarefa, os alunos começaram a ler e, como tinham dúvidas, solicitaram a nossa intervenção. Como não houve uma apresentação da actividade no grupo-turma, entendemos dever dar um maior apoio junto de cada grupo. Apercebemo-nos que no geral as dúvidas estavam relacionadas com a interpretação do texto e na compreensão do que eram números em escada. Mesmo com o exemplo apresentado, os alunos tiveram dificuldade em perceber, como mostram alguns comentários feitos dentro dos grupos:

“O que é para responder? Não percebi!” Grupo IV

“O que são consecutivos?” Grupo III

“Ó Professora, dois números naturais consecutivos é um a seguir ao outro, não é? Grupo IV

Os alunos também mostraram dificuldades na elaboração do relatório, pois não sabiam o que escrever nem como. Foi preciso explicar que queríamos que escrevessem as respostas às questões que iam sendo colocadas e que explicassem como tinham chegado a elas.

Fomos sempre circulando pela sala e respondendo às questões que os alunos foram colocando. O nosso papel foi sempre o de questionar os alunos perante as solicitações. A nossa atitude não foi de fornecer respostas aos alunos, mas sim encaminhá-los no seu trabalho e orientá-los na sua procura. Sempre que os alunos afirmavam ou diziam que tinham chegado a uma solução, nós questionávamos o grupo para que reflectissem e justificassem os seus resultados.

Aluno I: A soma de 4 números consecutivos é sempre par.

Professora: O que concluis então?

Aluno I: Os únicos pares que não são escritos em escada são o 2 e 4. O 6 já é, então a partir do 6 já são em escada.

Professora: Estás a dizer que a partir do 6, todos os números podem ser escritos em escada?

Aluno I: O 2 e o 4 não podem.

Professora: O 2, o 4 não são em escada. Será que há mais pares que não se escrevem em escada?

Aluno I: O 8 não pode. Então a sequência é 2,4,8...

Aluno II: É o dobro.

Aluno III: O 16 é em escada?

Aluno II: Não, o 16 não pode ser escrito como soma de números consecutivos.

Aluno I: Temos o 16, o 32.

Professora: De quantas maneiras escreveste o 3 em escada?

Aluno I: Só uma. O 3 tem representação única.

Professora: E há mais?

Aluno I: Sim, o 5, o 7, o 9 ...

Professora: Repara nos números que estás a dizer 3, 5, 7, 9.

Aluno I: São todos ímpares.

Professora: O 1 é ímpar e não está nesse grupo?

Aluno I: O 1 não pode ser escrito em escada.

Aluno II: O 11 tem representação única.

Professora: O que é que esses números têm de especial?

De modo a conduzi-los a uma reflexão e análise das suas descobertas, perguntávamos com frequência “porquê?”, pois como Rocha (1998) entendemos que “O apoio prestado pelo professor é pois muito importante e deve constituir um incentivo para os alunos, levando-os a colocar novas questões e a abordar novas perspectivas” (p.190).

Procuramos registar na grelha de observação de aula as questões que os alunos colocavam e as dificuldades sentidas. Notámos que precisavam que a professora fizesse uma apreciação dos seus resultados, que confirmasse ou não as suas respostas.

“Qual é a resposta? Isto está certo?” Grupo II

Quando éramos solicitados para validar os seus processos ou ideias, procurávamos incentivar o espírito crítico e a procura de argumentos que permitissem aos alunos confirmar as suas conjecturas.

Professora: Tens que pensar nos números em escada que escreveste. Quais têm representação única?

Aluno: O 6 tem duas, então não dá.

Professora: E o 7? É ou não? Porquê?

Aluno: É, porque só tem uma representação.  $3+4=7$

Em cada grupo, os alunos foram escrevendo as somas de 2, 3 e 4 números inteiros consecutivos e foram tirando as conclusões passo a passo.

“Os números que podem ser escritos como soma de 2 números naturais consecutivos são todos os números ímpares excepto o número um” Grupo III

“Os números que podem ser escritos como soma de 3 números consecutivos são múltiplos de 3” Grupo II

“Constatámos que os que não são em escada são as potências de 2” Grupo I

De um modo geral, os alunos conseguiram estabelecer as suas conjecturas e chegaram às relações entre os números em escada, apesar das dificuldades de interpretação e de como iriam organizar o relatório.

“Já escrevemos, mas não está muito bem. Não consigo explicar”  
Grupo III

A actividade 2, começa por explicar como encontrar os três números nos calendários. Nesta actividade, as questões já não estão tão dirigidas, uma vez que os alunos já tinham experimentado uma actividade de investigação e já estavam familiarizados com o tipo de trabalho pedido. Embora a leitura tivesse sido mais atenta continuaram a surgir dúvidas relativas à interpretação da actividade. No entanto, os alunos já não

solicitaram tantas vezes a ajuda da professora e foram mais autónomos na elaboração do relatório.

Relativamente à primeira questão, chegaram facilmente à conclusão embora com justificações diferentes:

“O número que está no meio do quadrado é  $\frac{1}{3}$  da soma dos três números escolhidos” Grupo IV

“A soma dos três números escolhidos é igual ao triplo do número central” Grupo II

Os alunos usaram o calendário de vários meses e ainda do mesmo mês para experimentar com quadrados 3x3.

Professora: Se vocês escolherem outros números, dentro do mesmo quadrado 3x3, acontece o mesmo?

Aluno: Se forem outros números do mesmo quadrado, o resultado é o mesmo.

Quando passaram para quadrados 4x4, surgiram dificuldades em adaptar o enunciado pois agora já não havia apenas um número central mas sim quatro.

Aluno: Não pode ser, porque não temos valor do meio.

Professora: No quadrado 4x4, não há meio?

Aluno: Não há o valor do meio.

Professora: Então, como vamos fazer?

Aluno: Não há só um número no meio. Há vários números. Há quatro!

Professora: E como vamos fazer com quatro números?

No entanto, alguns alunos começaram a conjecturar de imediato:

“Então com  $4 \times 4$ , vai ser o quádruplo do central!” Grupo IV

Dentro do grupo, as interacções aumentaram, ajudavam-se e estavam mais à vontade para expor os seus raciocínios.

Aluno I:  $1+2=3$ ,  $2+3=4$ ,  $3+4=7$ ,  $4+5=9$ ,  $5+6=11$ , dá sempre mais dois.

Aluno II: São sempre números ímpares.

Aluno I: Ímpares, de 2 em 2.

Aluno II: Se só dá números ímpares, tem que ser sempre de 2 em 2.

Aluno I: Não tem.

Aluno II: Dá números ímpares seguidos.

Aluno I: Não.

Aluno II: Então?

Aluno I: Pode calhar 3,5,9 e não 3,5,7,9...

Aluno II: Pensa.  $1+2=3$ ,  $2+3=5$ ,  $3+4=7$ ....

Foi sempre lembrado aos alunos a necessidade de passarem para o papel os caminhos que iam percorrendo. No entanto, no relatório não incluíram os erros que cometeram, nem as conjecturas erradas. Na apresentação oral, exploraram pouco o trabalho que foram desenvolvendo, tendo antes a preocupação de apresentar um resultado final “certo” e de transmitir a ideia de que conseguiram fazer tudo certo à primeira. Para os alunos é um aspecto negativo mostrar que erraram e que efectuaram

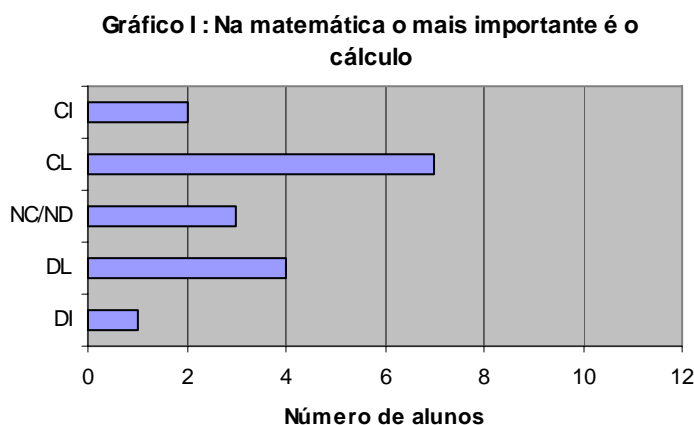
várias tentativas até chegar a um resultado, quer perante a professora, quer perante os colegas.

Como a discussão das tarefas foi sempre realizada na aula seguinte (uma semana depois), o arranque foi difícil, pois os alunos já não se lembravam tão bem do que tinham feito e os registos escritos não eram tão pormenorizados, que os pudessem ajudar. Mas aos poucos foram apresentando as conjecturas e todos foram intervindo e reflectindo sobre as actividades.

### Os questionários

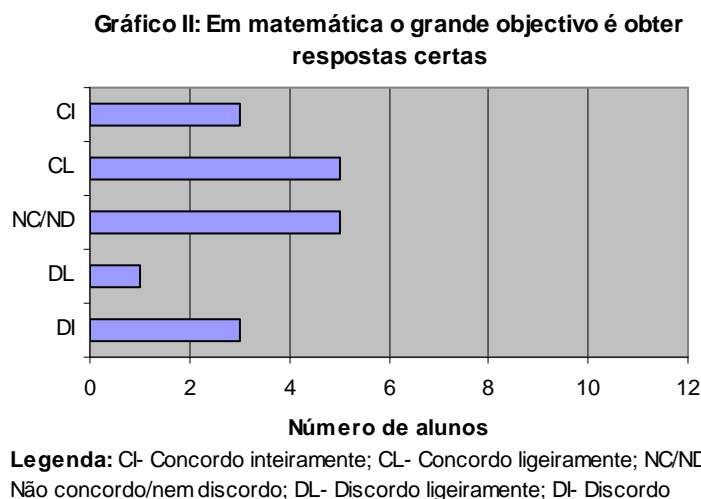
Os dados relativos aos questionários foram recolhidos, tratados e vão ser apresentados em gráficos. Quanto ao segundo questionário foi realizada uma apresentação em que estão incluídos os dados do primeiro questionário, para se ter uma noção mais clara das modificações verificadas.

Relativamente ao primeiro questionário parte B, os alunos apresentam uma visão da matemática muito centrada no cálculo (gráfico I), cerca de 50% dos alunos concorda inteiramente ou ligeiramente que o mais importante na matemática é o cálculo.



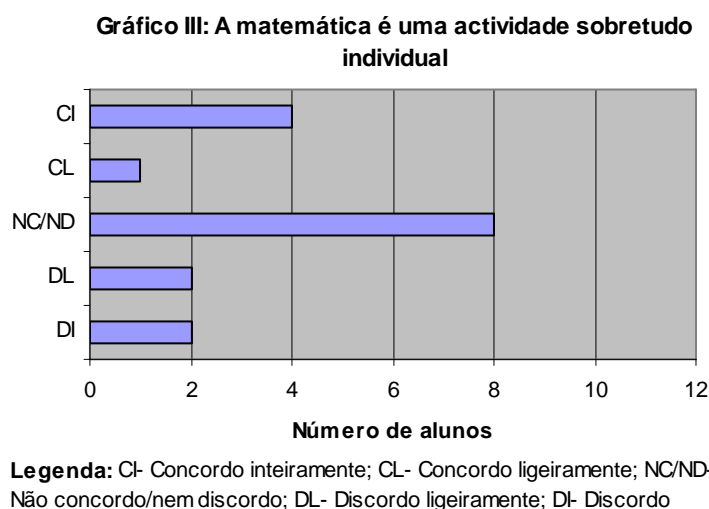
**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo

Quanto ao objectivo da disciplina de matemática, ser a obtenção de um resultado certo (gráfico II), cerca de 30% concorda ligeiramente, mas outros 30% não têm opinião formada e cerca de 23% discorda.

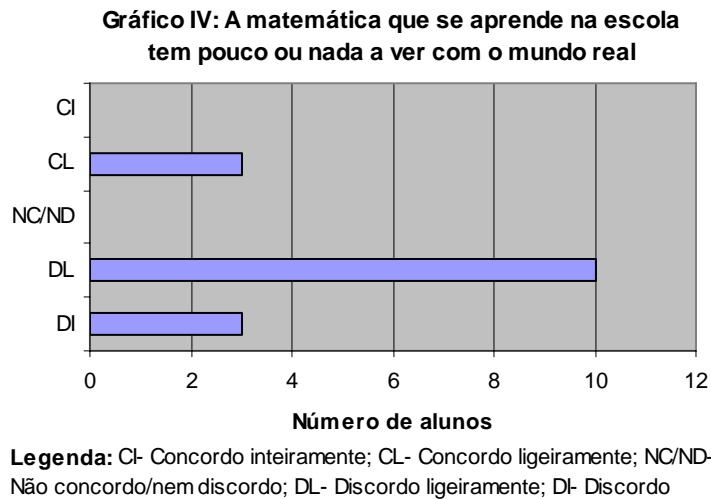


Cerca de 70% dos alunos vêem os problemas como perguntas fechadas apenas com um resultado certo, demorando algum tempo de resolução.

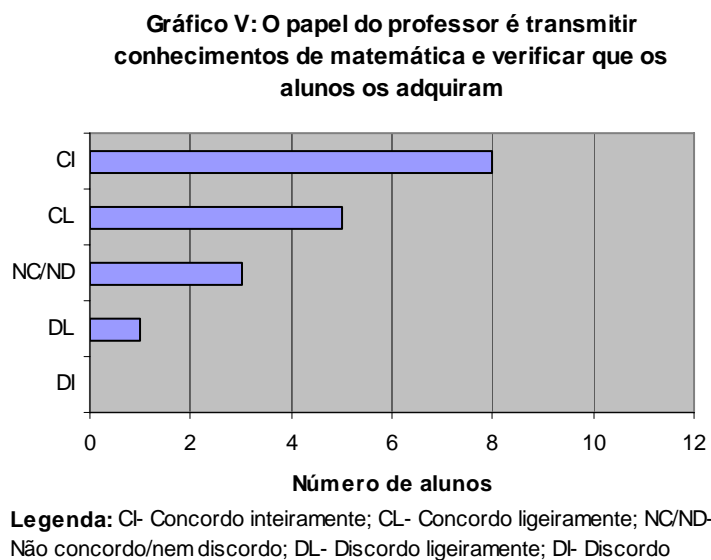
Alguns alunos consideram o trabalho matemático individual, outros já discordam e há um grande grupo de alunos que ficam divididos entre trabalho individual ou colectivo como se pode observar no gráfico seguinte:



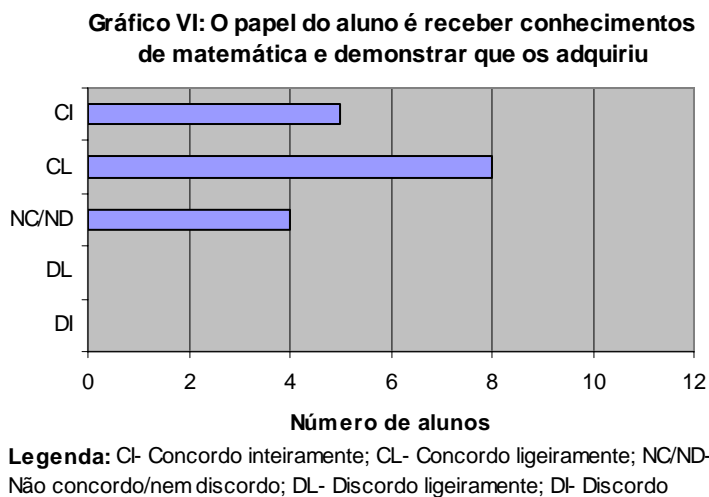
Apenas 20% dos alunos considera que a matemática ensinada na escola está desgarrada do mundo real e não tem aplicação prática (gráfico IV).



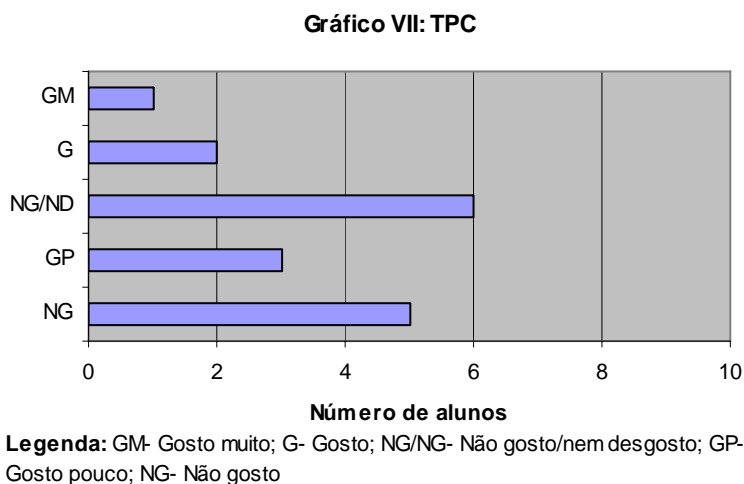
Os alunos ainda têm uma visão muito redutora do ensino da matemática, pois a grande maioria acha que o papel do professor é apenas transmitir conhecimentos e verificar que os alunos aprendam, como se constata no gráfico seguinte:



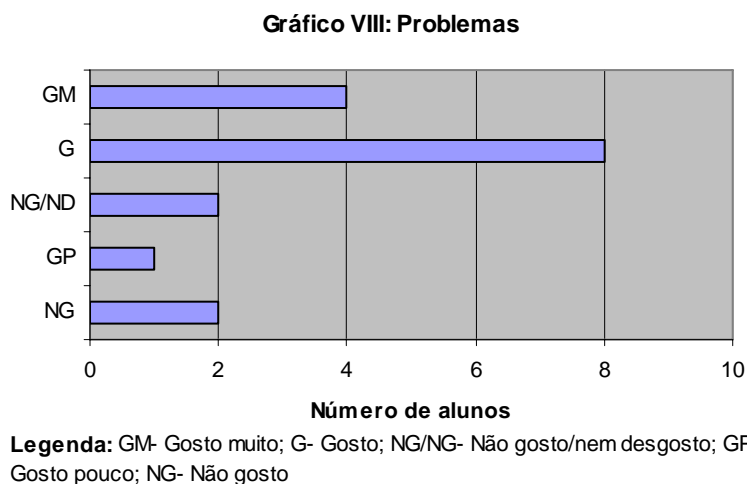
Quanto ao seu papel, uma grande parte dos alunos tem a ideia de que devem apenas receber os conhecimentos e demonstrar que os adquiriram (gráfico VI).



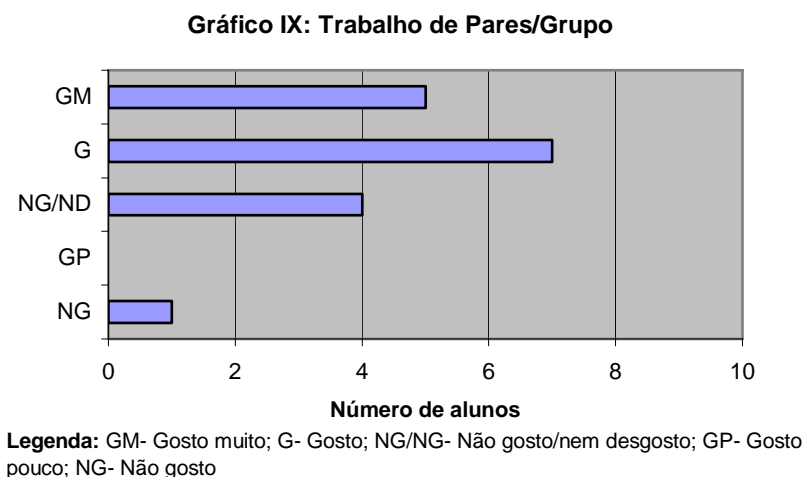
Quanto à parte C do questionário, uma das questões era o sentimento perante um grupo de actividades de sala de aula. Quase metade dos alunos não gosta de realizar trabalhos de casa e cerca de 35% é indiferente (gráfico VII).



Um grande grupo de alunos afirma gostar ou gostar muito de resolver problemas como se vê no gráfico:



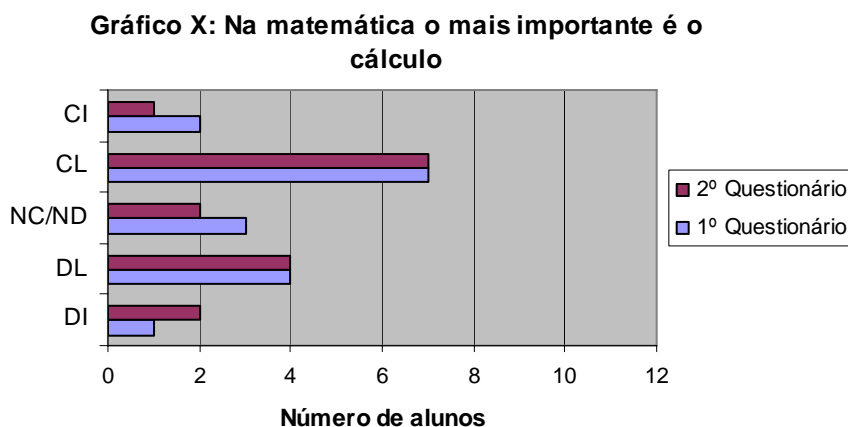
Somente um aluno diz não gostar de trabalhar em pares ou em grupo e há cerca de 20% que é indiferente, os restantes gostam ou gostam muito (gráfico IX).



Em anexo encontram-se os restantes gráficos.

Quanto às questões sobre se costumam trabalhar em grupo e se efectuam relatórios, os alunos mencionam que estão habituados a trabalhar em grupo, quer em matemática, quer noutras disciplinas mas nunca efectuaram relatórios (na aula ou em casa) para a matemática. Relativamente à questão sobre o que entendiam por tarefas de investigação, os alunos escreveram que “é descobrir ou saber mais sobre algo” ou que são “tarefas para se pesquisar/descobrir algo”, com uma finalidade definida “são tarefas atribuídas aos alunos para alargarem o seu conhecimento” em que os alunos e professores têm um papel específico “investigar por nós próprios, sem a intervenção do professor”.

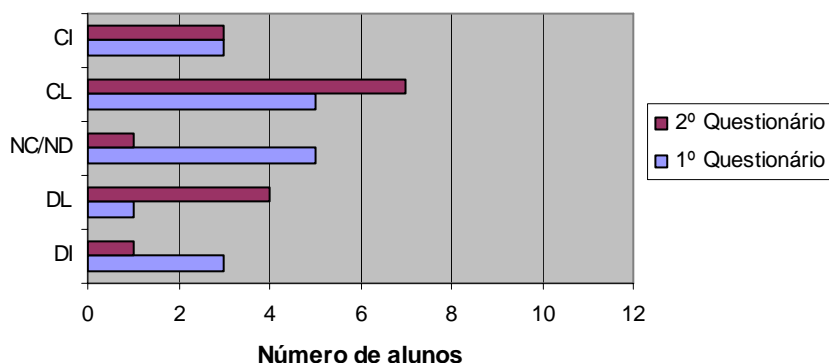
Quanto ao segundo questionário, e fazendo uma comparação com os resultados do primeiro, podemos afirmar que os alunos, mesmo depois da realização das actividades de investigação, ainda consideram o cálculo muito importante na matemática como verificamos no gráfico:



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

Além disso, continuaram a sentir a necessidade que chegar a um resultado certo é o grande objectivo em matemática (gráfico XI).

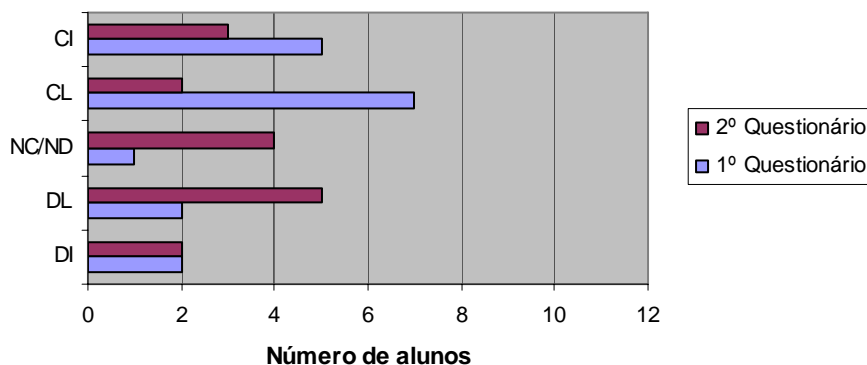
**Gráfico XI: Em matemática o grande objectivo é obter respostas certas**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

No entanto, parecem agora discordar de haver um único resultado ou uma única resolução para os problemas, o número de alunos que discorda aumentou em relação ao primeiro questionário, como se constata:

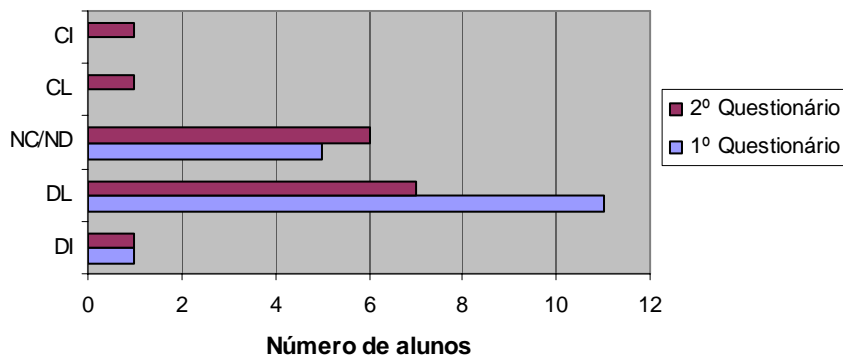
**Gráfico XII: Os problemas de matemática têm uma e uma só resposta correcta**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

Quanto à duração da resolução dos problemas em matemática grande parte dos alunos considerava que era longa e agora alguns deles parecem acreditar que é reduzida e o número de alunos que não tem dúvidas aumentou.

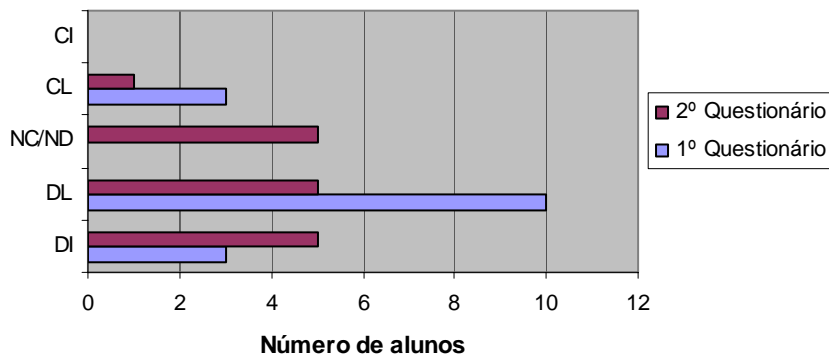
**Gráfico XIII: Os problemas de matemática resolvem-se rapidamente e em poucos segundos**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

Sobre a reduzida ligação da matemática que se ensina na escola com a vida real parece ter havido uma ligeira mudança, os alunos parecem verificar que a matemática tem utilidade e aplicação prática (gráfico XIV).

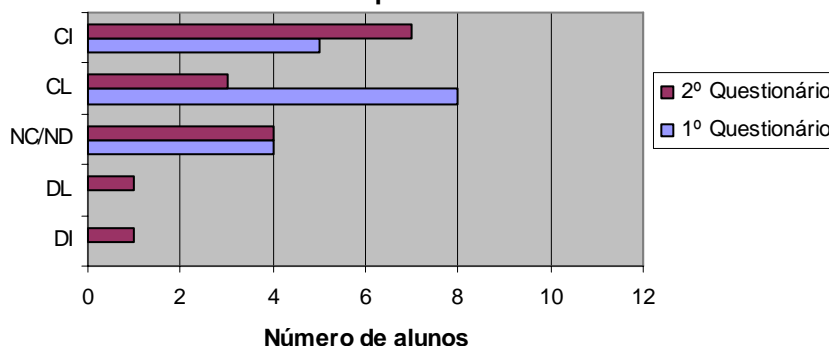
**Gráfico XIV: A matemática que se aprende na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

No gráfico seguinte, podemos constatar uma pequena alteração no que os alunos consideram ser o seu papel, não concordam que seja somente adquirir conhecimentos.

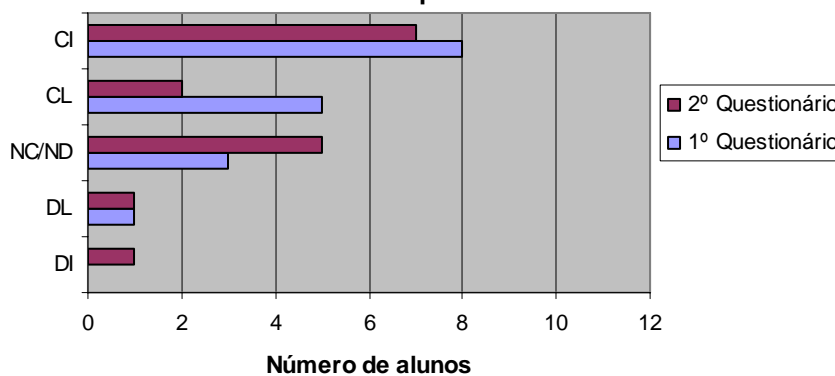
**Gráfico XV: O papel do aluno é receber conhecimentos de matemática e demonstrar que os adquiriu**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

Também se nota uma ligeira mudança no que diz respeito ao papel do professor. Nem todos os alunos parecem considerar que o professor apenas transmita conhecimentos.

**Gráfico XVI: O papel do professor é transmitir conhecimentos de matemática e verificar que os alunos os adquiram**



**Legenda:** CI- Concordo inteiramente; CL- Concordo ligeiramente; NC/ND- Não concordo/nem discordo; DL- Discordo ligeiramente; DI- Discordo Inteiramente

Quanto à parte de C do segundo questionário, os alunos referem que as suas dificuldades foram na “interpretação” e depois em “como descobrir as respostas” e “pensar em mais hipóteses”. Também na execução dos relatórios escreveram que tiveram dificuldades em “explicar o raciocínio” e em “explicar pormenorizadamente”.

Gostaram de trabalhar em grupo pois “é mais interessante” e “compreendem-se melhor os raciocínios”.

Quanto à importância destas actividades, os alunos referiram que “promovem e desenvolvem os conhecimentos”, há mais “interacção entre os alunos” e ainda que “melhoram os conhecimentos”.

Cerca de 50% dos alunos referiu que a noção da matemática se modificou, uma vez que passaram a “gostar mais da matemática” pois “é mais divertida”. Também verificaram que “a matemática está presente no dia a dia”. Alguns dos alunos referiram que há assuntos em que nunca tinham pensado: “há coisas que nos passam ao lado” e “passaram a ver os números de outra forma”.

Para os alunos, actividades de investigação são tarefas em que “se investiga para chegar a uma conclusão”, que “servem para informar sobre o que se está a trabalhar”, que “investigam várias respostas a um problema” e que “se investiga para descobrir o que não se sabe”.

## **CAPITULO V - CONCLUSÕES**

Quando se pretende que os alunos estejam preparados para enfrentar os desafios do futuro, que sejam capazes de analisar, raciocinar e comunicar as suas ideias, parece ser fundamental que o ensino e a escola tenham estes objectivos. A disciplina de matemática é essencial para desenvolver as competências exigidas pela sociedade. Ser matemática, científica e tecnologicamente competente é uma exigência da vida moderna, com o crescente papel da matemática, da ciência e da tecnologia (PISA 2003). Os resultados dos alunos em matemática, não são famosos e vários estudos referem Portugal como um país com fraco desempenho nesta disciplina (PISA 2000 e 2003). A relação dos alunos portugueses com a matemática é fraca, existe um grande insucesso. Verifica-se o pouco gosto ou interesse pela disciplina (APM, 1995). Esta imagem é preocupante e promove reflexão e discussão por parte dos professores e restantes profissionais ligados ao ensino.

Foi nesta perspectiva que surgiu a necessidade de envolver os alunos em actividades significativas e que lhes permitissem aumentar o gosto pelo estudo da matemática.

Uma das experiências de aprendizagem preconizadas no Currículo Nacional do Ensino Básico é com actividades de investigação. Este estudo que realizámos, visa precisamente a realização de investigações matemáticas com alunos do 8º ano do ensino básico. Estas investigações tinham como objectivo a consolidação do tema “Ainda os números”, leccionado no segundo período nomeadamente, a sequência de números e as potências. As actividades envolveram a procura de regularidades entre números e a aplicação de conceitos de número, como por exemplo, números primos, divisores e múltiplos. Pretendemos verificar:

- Quais são as perspectivas dos alunos sobre investigações;
- Quais as reacções perante as tarefas. Sentirão dificuldades? E que tipo de dificuldades?
- As mudanças na concepção da disciplina;
- Se haverá mais motivação e predisposição para a matemática?
- Se haverá mais sucesso?

Neste capítulo, apresentaremos as conclusões a que chegamos, agrupando-as em três secções: *Perspectivas e reacções perante as actividades*, *Concepções e predisposição para a matemática* e *Sucesso na matemática*.

#### *Perspectivas e reacções perante as actividades*

Ao iniciarem as actividades de investigação propostas, os alunos começaram por se sentir desorientados, sem saber muito bem o que fazer. Como refere Rocha (1998) no seu estudo “...a desorientação (...) parece ser a primeira e talvez a maior dificuldade com que os alunos se defrontam” (p. 189). Também Ponte (2003a) refere também dificuldades de natureza geral na realização de actividades de investigação.

Neste estudo evidenciaram-se a falta de hábitos de escrita e problemas ao nível da língua materna. De uma maneira geral os alunos necessitaram de apoio na elaboração do relatório, tendo sido muito sintéticos, resumindo-se à redacção de conclusões e não expondo os raciocínios elaborados para lá chegar. Esta conclusão está de acordo com o que, a este respeito, também é referido por Ponte (2003a): “...as conjecturas são por vezes entendidas desde logo como conclusões e a necessidade de justificação das conjecturas não chega a ser compreendida por muitos deles”. (p.122).

Inicialmente, os alunos deste estudo procuravam o apoio da professora para saber o que deviam fazer e se o que tinham feito estava

correcto. No entanto, gradualmente, foi-se notando um certo distanciamento da professora e uma redução das solicitações dos alunos. Também Segurado (1997) refere, no seu trabalho “os alunos, de uma primeira fase de grande dependência da professora, evoluíram para outra, em que se tornaram mais independentes” (p. 46)

O que se tornou mais notório na realização das actividades, foram as dificuldades de interpretação e a compreensão do enunciado (os alunos revelaram dificuldades ao nível da língua Portuguesa, na leitura e interpretação de enunciados e textos informativos/científicos) e consequentemente, na elaboração do relatório (como relatar/descrever os raciocínios, dificuldade na expressão escrita). Também Nunes (2004) no seu estudo constatou que “A maior dificuldade que os alunos sentiram na elaboração do relatório, está associada à comunicação escrita e à organização de raciocínios” (p. 145).

Estes alunos foram confrontados pela primeira vez com este tipo de actividades, e, inicialmente, não tinham uma noção clara sobre investigações matemáticas. No final concluíram que investigar é “procurar saber o que não se sabe” e manifestaram ter gostado da experiência, tendo valorizado, em especial, o trabalho em pequenos grupos que lhes proporcionou “a oportunidade de falar sobre as suas ideias e ouvir as opiniões dos colegas” (NCTM 1991, p. 80).

Também o facto de apresentarem os seus resultados à turma foi um aspecto positivo, conforme seria de esperar pois, “...as discussões realizadas com toda a turma exigem aos alunos a oportunidade de síntese, espírito crítico e a capacidade de resumir ideias ou conjecturas que sejam produto de trabalho individual ou de grupo” (NCTM 1991, p. 80).

*Concepções e predisposição para a matemática*

Os alunos inicialmente sentiam necessidade de encontrar uma resposta certa. E, quando lhes era pedido que justificassem ou descrevessem o raciocínio efectuado, eram resistentes, não entendendo a razão de tal tarefa, uma vez que já tinham encontrado a resposta. Nós, tal como Segurado (1997) também concluímos: “Foi notória a concepção dos alunos de que uma questão apenas tem uma resposta e que encontrada esta, o trabalho está concluído.” (p. 129.)

De facto, os alunos, de um modo geral, vêem a matemática como um conjunto de regras e algoritmos que devem repetir exageradamente. A perspectiva que os alunos tinham da matemática, estava bem visível nas suas atitudes face ao trabalho de sala de aula. De resto, também Matos (1992a) estabelece uma relação entre as atitudes e as perspectivas dos alunos: os alunos manifestam a sua representação da Matemática, através das atitudes que tomam face ao trabalho matemático, indicando também que essa representação tem por base as suas perspectivas acerca da disciplina. Quer dizer, as ideias que uma pessoa tem acerca de um assunto, determinam a sua atitude face a esse mesmo assunto. Aspecto este que, no nosso estudo, parece ter sofrido alterações no seguimento das actividades.

Os alunos passaram a estar mais envolvidos nas tarefas, a formular questões e a tentar descobrir as respostas. Passaram a desenvolver um trabalho muito mais rico em experiências e a estabelecer raciocínios de ordem superior. Toda esta mudança no tipo de envolvimento no trabalho, parece ter modificado a visão do que a matemática é.

A descoberta de facetas diferentes sobre os números e as relações entre eles, foi inesperada para alguns alunos. Descobrir que há algo mais para além do que se estuda e que são eles que descobrem, foi motivo de satisfação e de auto-estímulo para os alunos. A disciplina passou a ser vista com outra dinâmica, o que, pensamos, predispôs os alunos para o

trabalho. Esta conclusão está de acordo com as recomendações do NCTM (1991, p. 93): “As oportunidades de explicar, fazer conjecturas e defender as suas próprias ideias, oralmente e por escrito, podem estimular uma compreensão mais profunda de conceitos e princípios.”

Os alunos, com este tipo de actividades parecem ter alterado a sua visão da matemática e ter verificado a presença da matemática em aspectos do dia-a-dia. Reconheceram outra faceta da matemática que os fez reagir positivamente, com crescente gosto pela disciplina e compreensão da sua finalidade. Confirmamos assim, como é referido pelo NCTM (1991), que “A capacidade de ler, escrever, ouvir, pensar criativamente e comunicar acerca dos problemas, desenvolverá e aprofundará a compreensão dos alunos acerca da matemática” (p. 93).

Estas investigações, pela sua estrutura, são das actividades que mais desenvolvem estas capacidades, pelo que parecem de facto ter melhorado a compreensão dos alunos sobre a matemática. Na forma como os alunos enfrentaram as actividades, pudemos verificar interesse, confiança, perseverança, vontade de explorar situações e de consolidar possíveis alternativas, e ainda de reflectir sobre o seu próprio pensamento, o que, de acordo com NCTM (1991), é manifestação de uma atitude positiva em relação à matemática. Somos, pois, levados a admitir uma mudança na forma como os alunos encaravam a matemática e no gosto pelas actividades. Elas poderão ter sido resultado das interacções entre alunos e entre alunos e professora. Tal como é referido por Ponte (1998c) os alunos sentiram-se estimulados a descobrir novas relações entre conceitos o que lhes proporcionou maior compreensão e segurança nas ideias matemáticas.

Como Segurado (1997) e Nunes (2004), verificamos existir uma forte relação entre as experiências de aprendizagem dos alunos e as suas atitudes e perspectivas sobre a matemática. Também nós verificamos a importância de dar oportunidade aos alunos para reflectirem nas

experiências realizadas, quer oralmente, quer sob a forma de relatórios escritos.

Quanto a nós, o trabalhar na aula de uma forma diferente da “tradicional”, terá contribuído para uma mudança na visão redutora que os alunos tinham da matemática. E neste caso, ficamos com a convicção de que o papel do professor é importantíssimo na modificação das mentalidades, uma vez que é ele o gestor da aula. Neste estudo, as actividades favoreceram a interacção entre os alunos e entre estes e a professora, e houve mais envolvimento no trabalho. Foram mais cooperativos, desenvolveram o seu poder de argumentar, de apresentar as suas ideias, de colocar questões, de discutir diferentes estratégias e de ouvir a opinião dos outros.

As experiências de aprendizagens tiveram como objectivo, dotar o aluno de competências variadas no uso da matemática. A reacção dos alunos foi mudando. Começaram por se sentir um pouco perdidos e sem orientação, mas aos poucos, foram percebendo que eles próprios é que traçavam o seu próprio caminho. A predisposição para este tipo de actividades foi aumentando.

Um outro ponto de dificuldade, foi a elaboração de relatórios, com a descrição dos seus raciocínios e a explicação de resultados, actividade que os alunos ainda não estão habituados. Verificámos, em particular, que os alunos parecem não gostar de mostrar os erros, os caminhos e/ou conjecturas erradas, nem incluem nos seus relatórios as discussões divergentes entre os elementos de grupo.

Inicialmente, os alunos solicitavam insistentemente a ajuda da professora. Cada etapa era motivo de dúvidas e de incertezas, mas, gradualmente, foram-se tornando mais autónomos no seu trabalho. O trabalho em grupo foi muito útil, porque os alunos cooperaram mais e tinham a preocupação de explicar aos colegas de grupo o que tinham pensado e as conclusões a que chegavam. E, mesmo quando um colega não tinha percebido, já não chamavam a professora e tentavam eles

próprios ajudá-lo. A capacidade de se expressarem oralmente foi bastante desenvolvida neste tipo de trabalho.

### *Sucesso na matemática*

As explorações sobre números, que realizámos melhoraram a capacidade de resolução de problemas, a compreensão e desenvolvimento de conceitos matemáticos. Os alunos, com estas actividades desenvolveram e aplicaram os conhecimentos adquiridos sobre números, bem como, identificaram e reconheceram regularidades entre eles. No decorrer das actividades pudemos observar, que os alunos pareciam mostrar um domínio mais seguro e forte sobre este tema e assim, uma consolidação de alguns aspectos sobre números.

Ao envolver os alunos em actividades significativas pareceu-nos, que eles consolidaram aprendizagens, pois tornaram-se mais autónomos e aptos a resolver problemas. Os alunos, para além de adquirirem conhecimentos, também desenvolveram capacidades de pensamento e de reflexão sobre esses próprios conhecimentos e assim, possivelmente, perante um outro problema serão capazes de decidir autonomamente e com segurança.

Partindo desta experiência, os alunos deram sinais de caminharem no sentido de se tornarem matematicamente competentes, o que poderá contribuir para uma melhoria à disciplina de matemática.

### **Reflexão Final**

Na nossa actividade profissional, como professora do ensino básico e secundário enfrentamos variadas situações e problemas que nos levaram a reflectir sobre o tipo de trabalho desenvolvido na sala de aula e o modo como a disciplina de matemática é vista e pensada pelos alunos. Desta

forma, surgiu um conjunto de questões às quais procuramos responder com este trabalho e, de certa forma, melhorar a nossa prática lectiva, aproximando-nos do objectivo último, que é formar jovens conscientes, responsáveis e capazes de viver num mundo em mudança e em sociedades cada vez mais exigentes.

As questões inicialmente colocadas, referiam-se às atitudes dos alunos perante as actividades de investigação e de que modo estas modificariam a sua visão da matemática.

Na sala de aula, verificámos que os alunos têm uma apetência pelos trabalhos de grupo e há uma prevalência da interacção, quer com o professor, quer com os colegas de grupo. De facto, as interacções são fundamentais, quando o aluno pretende ultrapassar dificuldades, mas também para expor e desenvolver os raciocínios, para interpretar e traduzir por outras palavras os enunciados, desenvolvendo deste modo competências essenciais para a disciplina. Também Ponte (1998c) verificou que “... a interacção é essencial para a partilha de significados, para o intercâmbio das ideias e para a sustentação do ambiente de aprendizagem” (p. 120).

Também o seu papel como alunos é modificado, uma vez que são os próprios alunos a construir o seu conhecimento, estão mais envolvidos na aprendizagem e deste modo sentem-se mais motivados.

Antes de realizar este estudo, não nos tínhamos apercebido do grau de dificuldade que os alunos sentiam na interpretação das actividades, apresentavam um *deficit* na compreensão da língua portuguesa e conseqüentemente na linguagem matemática. Também constatamos a necessidade, que os alunos tinham em confirmar as suas conclusões a cada etapa no seu trabalho. Ainda têm uma visão redutora da matemática, por não quererem mostrar os erros ou caminhos /raciocínios inválidos. Outro factor relevante, foi a produção de relatórios sobre as actividades. Não estando habituados a realizá-los, limitaram-se a escrever alguns algoritmos e uma resposta. Escrever raciocínios e escrever os

caminhos percorridos não é ainda, muito bem visto pelos alunos na disciplina de matemática.

Este tipo de actividade, parece indicar que os alunos ficam mais predispostos para o trabalho de sala de aula e a desenvolver capacidades como a curiosidade, a atitude crítica, o gosto de comunicar, o gosto pela resolução de problemas e a autonomia. Deste modo, parece haver uma melhoria da sua atitude e conseqüentemente da sua aprendizagem o que contribuirá para melhores resultados a matemática. São estes os aspectos essenciais para que haja sucesso.

Um outro aspecto que este trabalho levantou, apesar do objecto de estudo não ter sido o professor, foram as dificuldades sentidas pela professora envolvida no estudo. A professora sentiu alguma dificuldade nas orientações a dar aos seus alunos durante a realização das tarefas, ao não querer validar as respostas, mas sim, fazer com que os alunos se questionassem e reflectissem sobre os resultados encontrados.

Este trabalho proporcionou-nos várias aprendizagens ao nível das actividades na sala de aula, da necessidade de cada vez mais proporcionar aos alunos experiências variadas e ricas, onde os alunos tenham um papel mais activo e mais consciente das actividades. Também nos consciencializou para as dificuldades apresentadas pelos alunos e que em muitos aspectos, condicionam a aprendizagem da matemática.

Acreditamos que *a modificação das actividades realizadas na sala de aula* é o caminho a seguir. Cada vez mais, devemos proporcionar aos alunos experiências variadas, em que estes possam desenvolver capacidades necessárias ao seu crescimento como pessoas competentes, criativas e responsáveis.

Também acreditamos, que o caminho é longo e que os resultados não se obtêm de imediato mas, será o caminho certo.

### **Limitações**

O facto de sermos professora e investigadora, acumulando as duas funções, a metodologia usada limitou o estudo. A natureza qualitativa do trabalho, com o objectivo de compreender as atitudes e mudanças dos alunos relativas às tarefas de investigação, levou à escolha dos alunos e à selecção das tarefas. Os alunos pertenciam a uma das turmas que a investigadora leccionava.

As actividades escolhidas foram sobre números, tema já leccionado, podendo não ser um dos temas preferidos pelos alunos. A escolha da aula de Estudo Acompanhado para realizar as actividades e o facto de ser durante o terceiro período, também condicionaram os resultados e as actuações dos alunos. Se fossem actividades sobre outros temas, com utilização de outros recursos e se fossem realizadas na aula de matemática, poderiam os alunos ter tido outra atitude? O facto de as actividades não estarem incluídas na avaliação, também poderá ter influenciado a reacção dos alunos?

Outro factor que pode ter condicionado o estudo, foi o uso das aulas de Estudo Acompanhado para a realização destas actividades. Os alunos têm estas aulas uma vez por semana, o que implicou que a discussão das actividades só se fizesse na segunda aula, havendo deste modo, uma quebra entre a realização e a discussão das actividades.

### **Recomendações**

Este estudo contribuiu para o conhecimento das reacções e atitudes que alunos do ensino básico revelam, quando são confrontados com tarefas de natureza investigativa.

Estas actividades fazem parte de um conjunto de experiências de aprendizagem preconizadas no currículo nacional do ensino básico. A realização de actividades de investigação deve ser frequente. É necessário que os professores incluam este tipo de actividades na sua prática lectiva. É importante que os professores incentivem os alunos para a produção de materiais escritos para a matemática nas mais variadas tarefas e também, que estes façam parte dos elementos de avaliação.

Será que os professores estão conscientes do que é saber e fazer matemática no séc. XXI? Será que estão a preparar os seus alunos para sobreviver na sociedade do futuro?

É necessário investigar, para saber se as experiências de aprendizagem previstas para o ensino da matemática no ensino básico estão a ser concretizadas. Sem se ter uma noção concreta de como os professores percebem a matemática, se seguem as orientações curriculares e as colocam em prática, não é possível melhorar o ensino e aprendizagem da matemática.

Tendo conhecimento das atitudes dos alunos perante as tarefas de investigação, da influência exercida pelas tarefas na concepção da matemática e no desenvolvimento de competências consideradas essenciais para a disciplina, poderão os profissionais ligados ao ensino utilizar este saber, para reflectir e aprofundar a importância das tarefas de investigação?

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.
- Almeida, C. (1992). Atitudes em relação à matemática. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte, *Educação matemática* (pp.173-176). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Associação de Professores de Matemática (1995). *Renovação do currículo de matemática*. (4ª edição). Lisboa: APM.
- Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001. Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM e IIE
- Azevedo, J. (2002). *O fim de um ciclo? A Educação em Portugal no início do século XXI*. Porto: Edições ASA.
- Bell, J. (1997). *Como realizar um projecto de investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Boavida, A. M. (1992). Resolução de Problemas: que rumos para a educação matemática?. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte, *Educação matemática* (pp.105-114). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brannen, J. (1995). Combining qualitative and quantitative approaches. an overview. In J. Brannen, *Mixing Methods: Qualitative and Quantitative Research* (pp.3-37). England: Avebury.
- Brown, M. (1992). Desenvolvimentos em investigação em educação matemática no Reino Unido. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte, *Educação matemática* (pp.15-43). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Brunheira, L. e Fonseca, H. (1998). Investigar na aula de Matemática. In P. Abrantes, L. Leal e J. Ponte, *Investigar para aprender matemática (textos seleccionados)* (pp.193-201). (2ª edição). Lisboa: Grupo: “Matemática para todos - investigação na sala de aula” e APM.

- Bryman, A. (1995). Quantitative and qualitative research: further reflections on their integration. In J. Brannen, *Mixing Methods: Qualitative and Quantitative Research* (pp.57-78).England: Avebury.
- Canavarro, A., Ponte, J. (2005). O papel do professor no currículo de matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.63-89). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação – APM.
- Carvalho, R. (2005). Educação para a autonomia na aprendizagem da matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.163-190). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação – APM.
- Davis, P. e Hersh, R. (1995). *A experiência Matemática*. Lisboa: Gradiva.
- Decreto – Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto (Organização curricular decorrente da reforma dos finais dos anos 80)
- Decreto – Lei n.º6/2001, de 18 de Junho (Reorganização curricular do ensino básico)
- Delors, J., Al Mufti, I., Amagi, I., Carneiro, R., Chung, F., Geremek, B et al (1997). *Educação – um tesouro a descobrir*. (3ª edição). Porto: Edições ASA.
- Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: DEB.
- Dias, P. (2005). *Avaliação reguladora no ensino secundário, processos usados pelos alunos em investigações matemáticas*. (tese de mestrado, Universidade de Lisboa)
- Fernandes, D. (1993). Complexidade, tensões e mudança na avaliação das aprendizagens. In L. Almeida, J. Fernandes e A. Mourão (Orgs.), *Ensino - aprendizagem da matemática. Recuperação de alunos com baixo desempenho* (pp.43-60). Riba d’Ave: Didáxis.
- Fernandes, P. (2005). Da reforma curricular do ensino básico dos finais dos anos 80 à reorganização curricular dos finais dos anos 90. In C. Leite, *Mudanças curriculares em Portugal: transição para o século XXI* (pp.51-73). Porto: Porto Editora.
- Fonseca, H. (2000). [Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula](http://ia.fc.ul.pt/textos/hfonseca/index.htm). (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Retirado de <http://ia.fc.ul.pt/textos/hfonseca/index.htm>

- Fonseca, H., Brunheira, L., Ponte, J. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática. In APM, *Actas Profmat99* (pp.91-101). Lisboa: APM.
- Gravemeijer, K. (1998). Developmental research: research for the sake of educational change. In *Desenvolvimento curricular em matemática* (pp.41-66). Portalegre: Secção de Educação Matemática - Sociedade Portuguesa de ciências da Educação.
- Grupo de Trabalho de Investigação (2005). *O professor e o Desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.
- Kelly, A. (1981). *O currículo: teoria e prática*. São Paulo: HARBRA.
- Landsheere, G. (1997). *A pilotagem dos sistemas de educação*. Porto: Edições ASA.
- Marques, R. (2001). *Saber Educar: guia do professor*. Lisboa: Editorial Presença.
- Matos, J., Carreira, S. (1996). *Modelação e aplicações no ensino da matemática. Situações e problemas*. Lisboa: IIE.
- Matos, J. F. (1992a). Atitudes e concepções dos alunos: definições e problemas de investigação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. P. Ponte, *Educação matemática* (pp.123-171). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Matos, J. M. (1992b). Conhecimento, sociedade e afectividade. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. P. Ponte, *Educação matemática* (pp.177-183). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Mertens, D. (1997). *Research methods in education and psychology: integrating diversity with quantitative & qualitative approaches*. London: SAGE Publications.
- Morgado, J., Paraskeva, J. (2000). *Currículo: factos e significações*. Porto: Edições ASA.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE (tradução portuguesa da edição original de 1989).
- NCTM (1999). *Normas para a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (tradução portuguesa da edição original de 1995).
- Nunes C. (2004). [A avaliação como regularização do processo de ensino-aprendizagem da matemática - Um estudo com alunos do 3º ciclo do](#)

- [ensino básico](http://ia.fc.ul.pt/textos/cnunes/index.htm). (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Retirado de <http://ia.fc.ul.pt/textos/cnunes/index.htm>
- Nunes, C. e Alves, M. (2005). Desenvolvendo o pensamento algébrico com actividades de investigação. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.249-274). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação - APM.
- Nunes, F., Oliveira, I. (1998). Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico: avanço ou recuo?. In *Desenvolvimento curricular em matemática* (pp.171-177). Portalegre: Secção de Educação Matemática - Sociedade Portuguesa de ciências da Educação
- Oliveira, H. (1998a). [Actividades de investigação na aula de matemática: Aspectos da prática do professor](http://ia.fc.ul.pt/textos/holiveira/index.htm). (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Retirado de <http://ia.fc.ul.pt/textos/holiveira/index.htm>
- Oliveira, H., Ponte, J., Segurado, I. e Cunha, H. (1997). Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. In V. Zack, J. Mousley e C. Breen (Eds.), *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change* (pp. 135-142). Geelong, Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education. Retirado de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-uk>
- Oliveira, H. Segurado, M. e Ponte, J. (1998b). Tarefas de investigação em matemática: histórias de sala de aula. In *Desenvolvimento curricular em matemática* (pp.107-125). Portalegre: Secção de Educação Matemática - Sociedade Portuguesa de ciências da Educação
- OCDE (2000). *PISA 2000- Conceitos fundamentais em voga na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos*. Retirado de [http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsid=338fileName=conceitos\\_literacia\\_matematica.pdf](http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsid=338fileName=conceitos_literacia_matematica.pdf)
- OCDE (2005). *O rendimento dos alunos em matemática* (Cap.2). Relatório PISA 2003. Porto: Santillana- Constância.
- Pacheco, J. (1996). *Currículo: teoria e prática*. Porto: Porto Editora.
- Paraskeva, J. (2000). *A dinâmica dos conflitos ideológicos e culturais na fundamentação do currículo*. Porto: Edições ASA.
- Ponte, J. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In F. L. Lin e T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53-72). Dordrecht: Kluwer.

- Ponte, J. (2003a). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. (2005a). Gestão curricular em matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.11-34). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação - APM.
- Ponte, J., Brocardo, J. e Oliveira, H. (2005b). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Ponte, J., Matos, J. (1998a). Processos cognitivos e interações sociais nas Investigações Matemáticas. In P. Abrantes, L. Leal e J. Ponte, *Investigar para aprender matemática (textos seleccionados)* (pp.119-137). (2ª edição). Lisboa: Grupo: “Matemática para todos - investigação na sala de aula” e APM.
- Ponte, J., Matos, J. e Abrantes, P. (1998b). *Investigação em educação matemática. Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J., Matos, J., Guimarães, H., Leal, L. e Canavarro, A. (1992). Students’ views and attitudes towards mathematics teaching and learning: A case study of a curriculum experience. *PME* 16, 2, 218-225. Retirado de [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind\\_uk.htm#Papers](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind_uk.htm#Papers)
- Ponte, J., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. e Ferreira, C. (1999). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7 (2), 41-70, retirado em 12/02/2006. ([http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos\\_pt.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm))
- Ponte, J., Oliveira, H., Cunha, M., Segurado, M. (1998c). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J., Oliveira, I. (1998d). A investigação em educação matemática em Portugal. In Associação de Professores de Matemática, *X Seminário de investigação em educação matemática* (pp. 7-36). Lisboa: APM.
- Ponte, J. e Santos, L. (1998e). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7 (1), 3-33, retirado em 12/02/2006. ([http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos\\_pt.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm))
- Ponte, J., Segurado, M. e Oliveira, H. (2003b). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations?” In A. Perter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen e A. Begg, *Collaboration in teacher education: Examples from the context*

*of mathematics education* (pp. 85-97), retirado em 1/03/2006.  
([http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind\\_uk.htm#Papers](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind_uk.htm#Papers))

Ramalho, G. (2005). Leitura e matemática no estudo PISA. In *2 Pontos: A revista dos professores portugueses*. Primavera 05, 7-8. Porto: Porto Editora

Relatório mundial da educação (1998). *Professores e ensino: num mundo em mudança*. Porto: Edições ASA.

Rocha, A. (2003). [Uma experiência com actividades de investigação na Aula de Matemática: Competências matemáticas, atitudes e concepções de dois alunos do 7º ano de escolaridade](#). (tese de mestrado, Universidade do Porto). Retirado de <http://ia.fc.ul.pt/textos/arochoa/index.htm>

Rocha, A. e Fonseca, C. (2005). Discutir matemática: um contributo para a aprendizagem. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.317-352). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação - APM.

Rocha, H. (1998). Investigando com a calculadora gráfica. In P. Abrantes, L. Leal e J. Ponte, *Investigar para aprender matemática (textos seleccionados)* (pp.183-191). (2ª edição). Lisboa: Grupo: “Matemática para todos - investigação na sala de aula” e APM.

Roldão, M. (1998). Currículo - um processo de construção, gestão e formação reflexiva centrado na escola. In *Desenvolvimento curricular em matemática* (pp.31-39). Portalegre: Secção de Educação Matemática - Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Roldão, M. (1999). Currículo como projecto. O papel das escolas e dos professores. In R. Marques, M. Roldão, *Reorganização e gestão curricular no ensino básico – reflexão participada* (pp.11-21). Porto: Porto Editora.

Segurado, M. (1997). [A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo](#). (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Retirado de <http://ia.fc.ul.pt/textos/msegurado/irene-tese.pdf>

Serrazina, L e Oliveira, I (2005). O currículo de matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.35-62). Lisboa: Grupo de trabalho de Investigação - APM.

Silva, O. (2005). Reorganização curricular no ensino básico: novas dinâmicas na escola?. In C. Leite, *Mudanças curriculares em Portugal: transição para o século XXI* (pp.205-220). Porto: Porto Editora.

- Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas: uma experiência*. (tese de mestrado, Universidade de Lisboa)
- Vieira, A. e Sá, M. (1998). *Experiências inovadoras no ensino. Parcerias educativas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Vieira, M. (2005). A gestão flexível do currículo e a inovação: um olhar construído a partir dos balanços das escolas. In C. Leite, *Mudanças curriculares em Portugal: transição para o século XXI* (pp.149-170). Porto: Porto Editora.
- Vilar, A. (1994). *Currículo e ensino: para uma prática teórica*. Porto: Edições ASA.

## **ANEXOS**

Anexo I – Actividade de investigação I

### NÚMEROS EM ESCADA

Chamam-se números em escada aos números que podem ser escritos como a soma de números naturais consecutivos.

Por exemplo:

$$5 = 2 + 3$$

$$7 = 3 + 4$$

$$12 = 3 + 4 + 5$$

$$15 = 4 + 5 + 6 \quad \text{ou} \quad 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

- ✘ Que números podem ser escritos como soma de 2 números naturais consecutivos?
- ✘ Quais podem ser escritos como soma de 3 números consecutivos? E 4?
- ✘ Haverá algum número que não seja em escada?
- ✘ Que números têm uma única representação em escada?
- ✘ Investiga outros aspectos relacionados com estes números!

Nota: podes começar por ler tudo e depois recomeçar e parar em cada uma das etapas para pensar e escrever.

Estás a investigar e por isso pode existir mais do que um resultado.

Anexo II – Actividade de investigação II

CALENDÁRIO E DATAS

Escolhe um quadrado 3x3 de datas de um calendário. Faz um círculo num número qualquer da 1ª linha e risca os outros números da linha e coluna desse número. Repete para outro número qualquer da 2ª linha. Resta-te apenas um único número na 3ª linha, circula-o.

Por exemplo

	3	10	17	24	31
	4	11	18	25	
	5	12	19	26	
	6	13	20	27	
	7	14	21	28	
1	8	15	22	29	
2	9	16	23	30	

❖ Acha a soma dos três números?

Compara o total encontrado com o número que está no centro do quadrado. O que se passa? Podes explicar o porque?

❖ O resultado é o mesmo se escolheres outros números para circular?

❖ Achas que os resultados são diferentes se usares quadrados 4x4 e 4 números circulados? Porquê?

Usa um calendário para testar a tua hipótese.

06

## SETEMBRO

segunda	4	11	18	25	
terça	5	12	19	26	
quarta	6	13	20	27	
quinta	7	14	21	28	
sexta	1	8	15	22	29
sábado	2	9	16	23	30
domingo	3	10	17	24	

06

## OUTUBRO

segunda	2	9	16	23	30
terça	3	10	17	24	31
quarta	4	11	18	25	
quinta	F	12	19	26	
sexta	6	13	20	27	
sábado	7	14	21	28	
domingo	1	8	15	22	29

07

## JANEIRO

segunda	F	8	15	22	29
terça	2	9	16	23	30
quarta	3	10	17	24	31
quinta	4	11	18	25	
sexta	5	12	19	26	
sábado	6	13	20	27	
domingo	7	14	21	28	

07

## FEVEREIRO

segunda	5	12	19	26
terça	6	13	E	27
quarta	7	14	21	28
quinta	1	8	15	22
sexta	2	9	16	23
sábado	3	10	17	24
domingo	4	11	18	25

07

## MAIO

segunda	7	14	21	28	
terça	F	8	15	22	29
quarta	2	9	16	23	30
quinta	3	10	17	24	31
sexta	4	11	18	25	
sábado	5	12	19	26	
domingo	6	13	20	27	

07

## JUNHO

segunda	4	11	18	25	
terça	5	12	19	26	
quarta	6	13	20	27	
quinta	F	14	21	28	
sexta	1	8	15	22	29
sábado	2	9	16	23	30
domingo	3	F	17	24	

Anexo III - 1º Questionário

Questionário

O questionário que se segue tem como objectivo conhecer a tua opinião sobre a disciplina de Matemática e as actividades realizadas nessas aulas.

Está dividido em três partes. Na primeira identificas-te, na segunda dizes o que é para ti a Matemática e na terceira dás a tua opinião sobre actividades que executas nas aulas.

Parte A

Nome \_\_\_\_\_

Ano \_\_\_\_\_

Idade \_\_\_\_\_

Sexo \_\_\_\_\_

Parte B

Assinala com um círculo o número (de 1 a 5) que melhor corresponde à tua opinião sobre cada uma das seguintes afirmações.

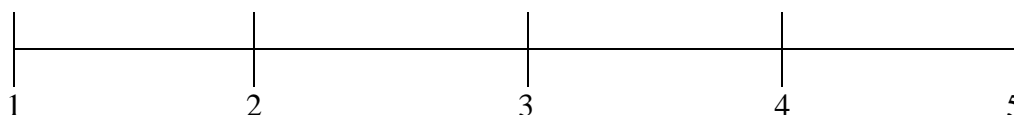
Discordo  
Inteiramente

Discordo  
ligeiramente

Não concordo  
nem discordo

Concordo  
ligeiramente

Concordo  
inteiramente



1. Na Matemática o mais importante é o cálculo.	1 2 3 4 5
2. Em Matemática o grande objectivo é obter respostas certas.	1 2 3 4 5
3. Os problemas de Matemática têm uma e uma só resposta correcta.	1 2 3 4 5
4. Os problemas de Matemática resolvem-se rapidamente e em poucos segundos.	1 2 3 4 5
5. A maioria dos alunos não pode esperar compreender a Matemática mas apenas memorizá-la e aplicar aquilo que aprenderam de um modo mecânico.	1 2 3 4 5
6. O papel do professor é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar que os alunos os adquiram.	1 2 3 4 5
7. O papel do aluno é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu.	1 2 3 4 5
8. A Matemática que se aprende na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real.	1 2 3 4 5
9. A Matemática é uma actividade sobretudo individual.	1 2 3 4 5

Parte C

1. O que entendes por tarefas de investigação?

---

---

---

2. Costumas realizar actividades em grupo?

---

3. Costumas realizar relatórios na aula de Matemática?

---

---

4. Faz uma cruz nos rectângulos que melhor traduzam os teus sentimentos perante as actividades seguintes:

	Não gosto	Gosto pouco	Não gosto nem desgosto	Gosto	Gosto muito
Trabalhos de casa					
Exercícios na aula					
Testes					
Trabalhos de pares/grupo					
Trabalhos de investigação					
Resolução de problemas					
Pesquisa					

Algum comentário

---

---

---

---

---

Anexo IV – 2º Questionário

Questionário

O questionário que se segue tem como objectivo conhecer a tua opinião sobre a disciplina de Matemática e as actividades realizadas nessas aulas.

Está dividido em três partes. Na primeira identificas-te, na segunda dizes o que é para ti a Matemática e na terceira dás a tua opinião sobre actividades que executas nas aulas.

Parte A

Nome \_\_\_\_\_

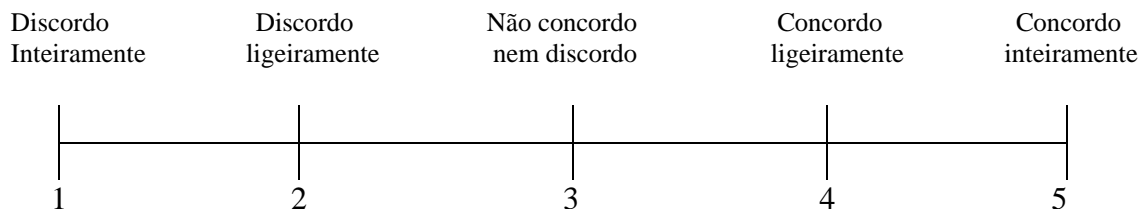
Ano \_\_\_\_\_

Idade \_\_\_\_\_

Sexo \_\_\_\_\_

Parte B

Assinala com um círculo o número (de 1 a 5) que melhor corresponde à tua opinião sobre cada uma das seguintes afirmações.



1. Na Matemática o mais importante é o cálculo.	1 2 3 4 5
2. Em Matemática o grande objectivo é obter respostas certas.	1 2 3 4 5
3. Os problemas de Matemática têm uma e uma só resposta correcta.	1 2 3 4 5
4. Os problemas de Matemática resolvem-se rapidamente e em poucos segundos.	1 2 3 4 5
5. A maioria dos alunos não pode esperar compreender a Matemática mas apenas memorizá-la e aplicar aquilo que aprenderam de um modo mecânico.	1 2 3 4 5
6. O papel do professor é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar que os alunos os adquiram.	1 2 3 4 5
7. O papel do aluno é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu.	1 2 3 4 5
8. A Matemática que se aprende na escola tem pouco ou nada a ver com o mundo real.	1 2 3 4 5
9. A Matemática é uma actividade sobretudo individual.	1 2 3 4 5

Parte C

1. Que dificuldades sentiste ao realizar as actividades?

---

---

---

2. E no relatório?

---

---

---

3. Gostavas de fazer as actividades em grupo ou individualmente?

---

---

---

4. Qual a importância que dás às actividades nas aulas?

---

---

---

5. As actividades mudaram a tua noção da Matemática?

---

---

---

6. O que entendes agora por tarefas de investigação?

---

---

---

Anexo V – Relatórios de alunos

## NÚMEROS EM ESCADA

Relatório do grupo \_\_\_\_\_

Neste relatório vou descrever todo o meu raciocínio e caminhos que percorri para responder às questões.

## CALENDÁRIO E DATAS

Relatório do grupo \_\_\_\_\_

Neste relatório vou descrever todo o meu raciocínio e caminhos que percorri para responder às questões.

Anexo VI – Grelha de registo da observação da aula

Grelha de registo da observação de aula

Identificação do grupo \_\_\_\_\_

Intervenções do professor	Nº de solicitações do professor:  Tipo de questões:
Intervenções entre os elementos do grupo	Como interagem?
Atitudes perante a tarefa	Como reagem?
Dificuldades sentidas	Que tipo?

Registo de algum episódio significativo:

---

---

---

---

Anexo VII – Página do relatório do grupo II na actividade I

elabora  
situação  
irlanda  
irlanda  
irlanda  
oda  
**NUMEROS EM ESCADA**

Relatório do grupo \_\_\_\_\_

Neste relatório vou descrever todo o meu raciocínio e caminhos que percorri para responder às questões.

1)  $1+2=3$   
 $2+3=5$   
 $3+4=7$   
 $4+5=9$   
 $5+6=11$   
 $6+7=13$

R: Os números ímpares porque como são números consecutivos, tem de se somar um par com um ímpar e o resultado é sempre ímpar com a excepção do 4

2)  $1+2+3=6$   
 $2+3+4=9$   
 $3+4+5=12$   
 $4+5+6=15$

R: Os números que podem ser escritos como soma de 3 números consecutivos são os múltiplos de 3 excepto o 3

$1+2+3+4=10$   
 $2+3+4+5=14$   
 $3+4+5+6=18$   
 $4+5+6+7=22$

R: Os números de 4 em 4 mas começamos a contar a partir do 10

3)  $2 = 1+1$  - não são consecutivos  
 $\times 2$   $4 \neq 1+2+3$   
 $\times 2$   $8 \neq 1+2+3+4$   
 $\times 2$   $16 \neq$

R: são números pares, que se iniciando pelo 2 vai-se sempre multiplicando por 2

4)  $3 = 1+2$   
 $5 = 2+3$   
 $7 = 3+4$   
 $11 = 5+6$   
 $12 = 3+4+5$   
 $6 = 1+2+3$   
 $13 = 6+7$   
 $14 = 2+3+4+5$   
 $10 = 1+2+3+4$   
 $17 = 8+9$   
 $19 = 9+10$   
 $20$

$1+2+3+4+5 = 15$   
 $2+3+4+5+6 = 20$   
 $3+4+5+6+7 = 25$   
 $4+5+6+7+8 = 30$

Anexo VIII – Página do relatório do grupo IV na actividade II

## CALENDÁRIO E DATAS

Relatório do grupo.

Neste relatório vou descrever todo o meu raciocínio e caminhos que percorri para responder às questões.

\*  $12 + 18 + 27 = 57$

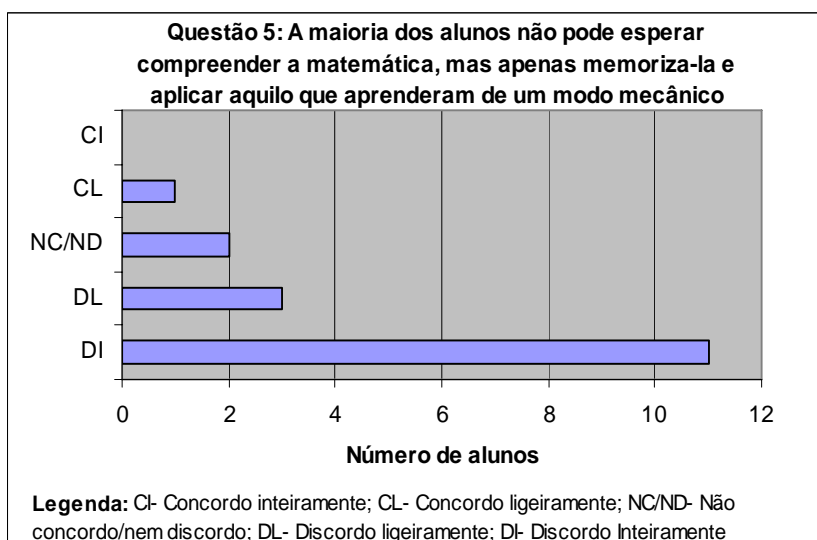
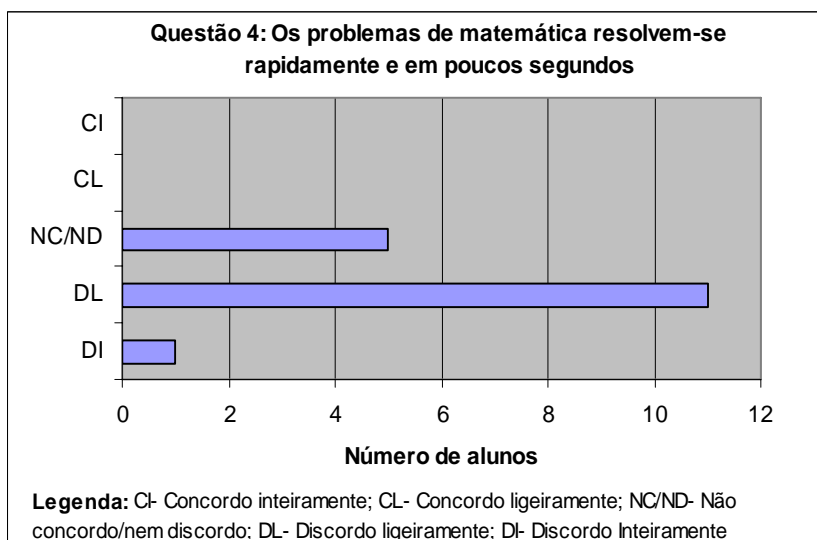
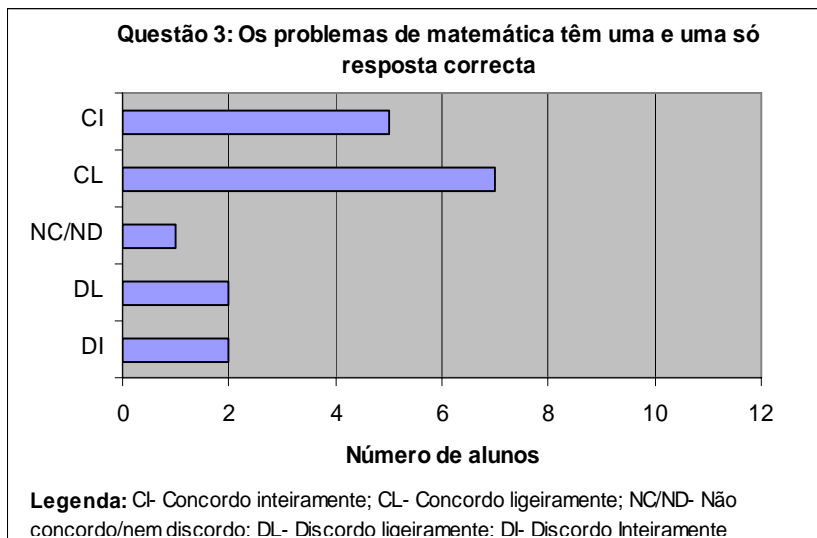
19, o nº que está no meio do quadrado  $3 \times 3$  é um terço da soma dos 3 nºs escolhidos.

Sim que se soma nº que não estejam na mesma linha e nº do meio é  $\frac{1}{3}$ .

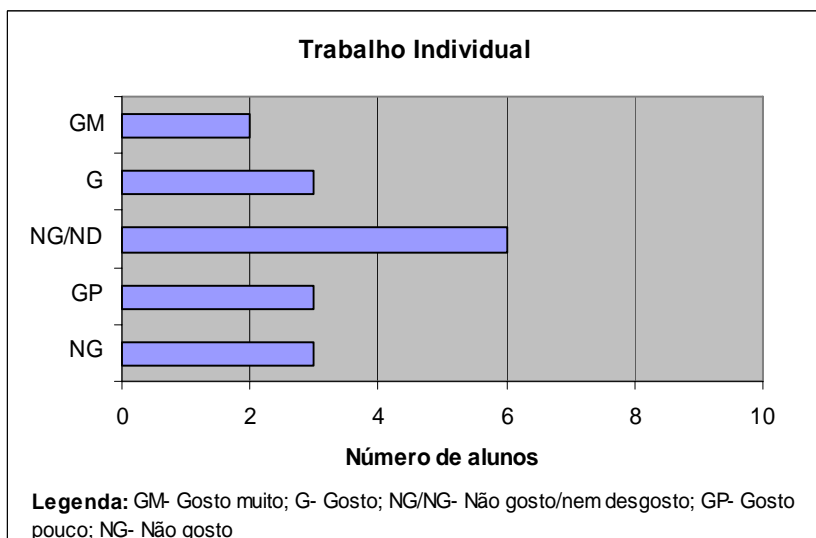
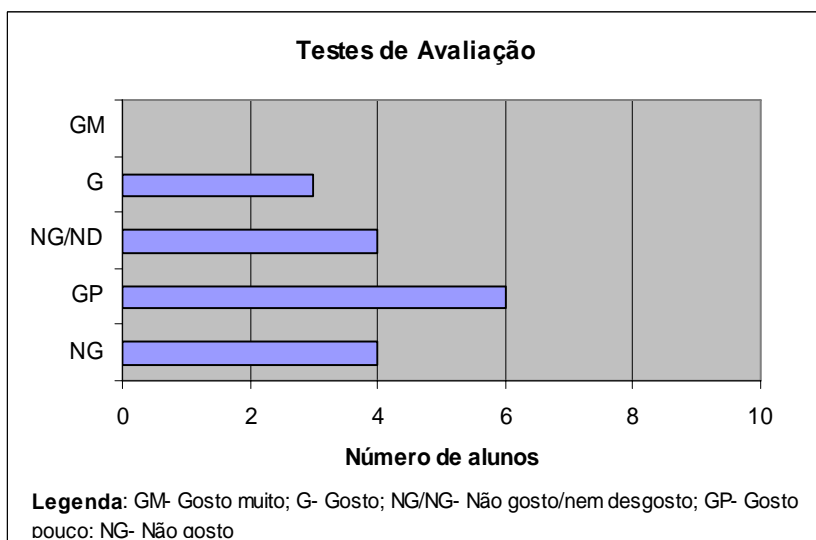
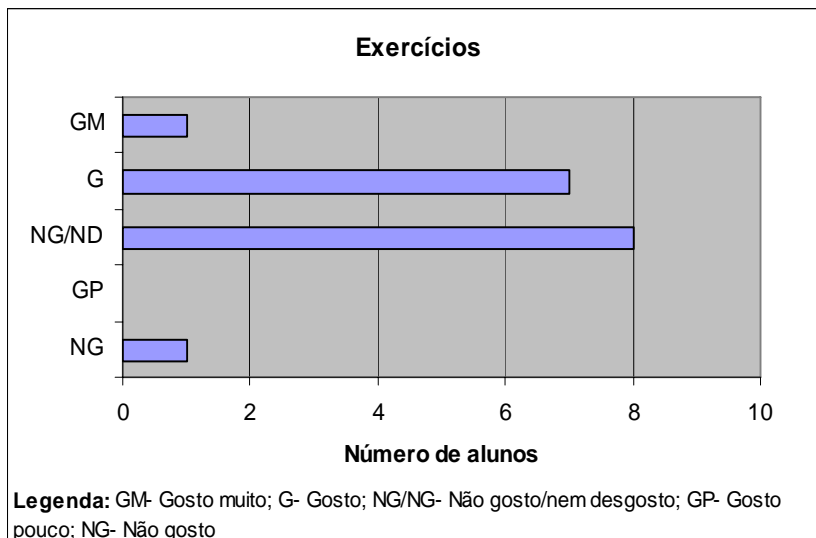
\* Sim.

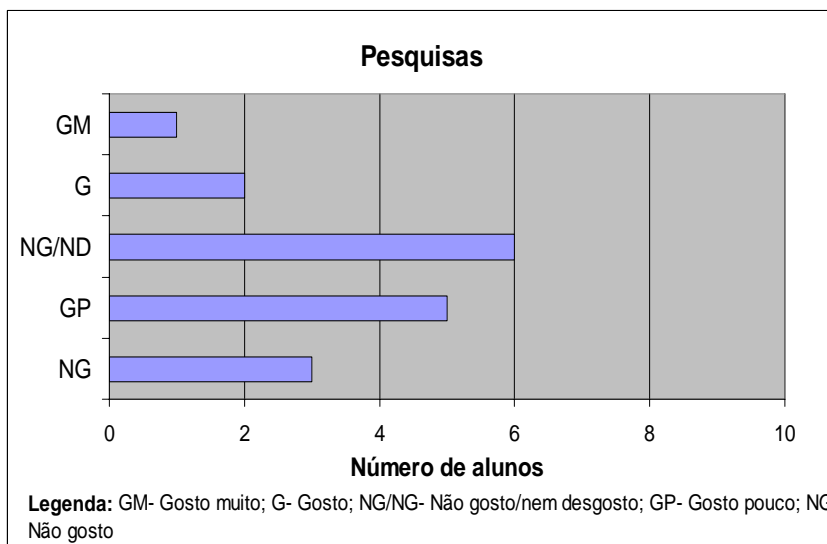
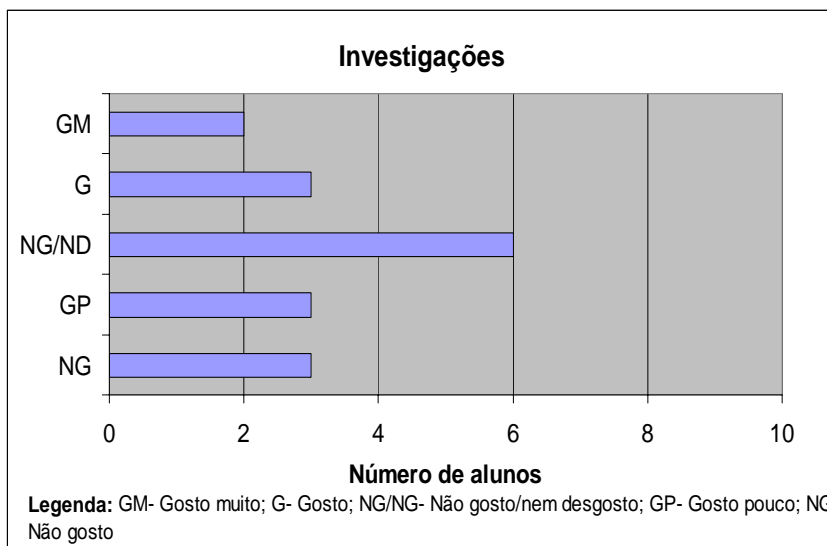
\* Daí a nº da soma dos números do centro.

Anexo IX – Gráficos relativos ao 1º questionário (parte B)



Anexo X - Gráficos relativos ao 1º questionário (parte C)





Anexo XI – Gráficos relativos ao 2º questionário (parte B)

