JUSTINA MARIA DA ROCHA PAIS NETO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Resolução de Problemas em Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico – Influência da formação contínua nas conceções e práticas dos professores de Matemática

Trabalho no âmbito do Mestrado em Supervisão e Coordenação da Educação

Orientadora: Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira

Universidade Portucalense Infante D. Henrique

Departamento de Ciências da Educação e do Património

PORTO
Agosto de 2011

Agradecimentos

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho, desejo expressar o meu sincero reconhecimento.

Em primeiro lugar, à minha orientadora, a Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira, pelo modo como sempre esteve disponível e pela sua orientação, determinante para a sua conclusão deste trabalho. Pelos conselhos, observações, comentários, sugestões e recomendações que foi tecendo, em especial pela paciência com que sempre me recebeu e pelo muito que me ensinou. Muito obrigada, por tudo.

Aos professores que participaram neste estudo, pela disponibilidade e por terem possibilitado a sua realização.

Às minhas filhas pelo apoio e compreensão, nomeadamente nas ocasiões em que não consegui estar presente.

A todos os meus amigos pelo apoio, em especial à Maria José pela disponibilidade na revisão de alguns capítulos.

Resolução de Problemas em Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico: Influência da formação contínua nas conceções e práticas dos professores de Matemática

Resumo

O presente estudo tem como objetivo compreender de que forma a formação contínua de professores de Matemática, na modalidade de oficina de formação, no âmbito do Programa de Matemática do Ensino Básico, influencia as conceções e práticas dos professores de Matemática no que concerne ao processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico e à importância da Resolução de Problemas nesse processo.

A investigação seguiu uma metodologia qualitativa e interpretativa, baseada em estudos de caso, e desenvolveu-se em duas fases. A primeira fase decorreu no contexto de uma oficina de formação que abordou as orientações do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) relativamente ao tema da Geometria. A segunda fase realizou-se no âmbito da concretização do Programa por duas professoras que frequentaram a oficina de formação, relativamente ao tópico *Triângulos e Quadriláteros* do 7.º ano de escolaridade. A seleção das professoras baseou-se, entre outros aspetos, na possibilidade de lecionarem tópicos de Geometria, no âmbito do PMEB, no ano letivo seguinte à oficina de formação.

A recolha de dados envolveu a observação das sessões da oficina de formação e de várias aulas lecionadas pelas professoras selecionadas, entrevistas de vários tipos e em vários momentos a essas professoras e recolha de documentos de natureza e origem diversas, produzidos pelas professoras e seus alunos. As entrevistas semiestruturadas e as aulas observadas foram registadas em áudio. A análise de dados foi feita de acordo com o referencial teórico considerado, e teve por base a identificação de diferentes elementos acerca das conceções e práticas das professoras selecionadas, bem como do impacto da oficina de formação nas suas conceções e práticas.

Este estudo evidencia que a forma como as professoras abordam a Geometria e a importância que atribuem à Resolução de Problemas nas suas práticas de ensino resultam das suas conceções acerca da Matemática e do Ensino – Aprendizagem. Numa das professoras, o impacto da formação nas suas conceções e práticas foi muito reduzido, aliado à sua falta de confiança relativamente à metodologia inerente ao PMEB e ao uso de tecnologias na sala de aula de Matemática. Na outra professora, a formação foi ao encontro das suas conceções sobre o ensino-aprendizagem da Geometria e sobre o papel da Resolução de Problemas nesse processo, ajudando a reforçar essas conceções e as suas práticas habituais de sala de aula.

Palavras – Chave: Geometria, Resolução de Problemas, Formação Contínua, Programa de Matemática do Ensino Básico.

Problem Solving in Geometry at the 3rd cycle of basic education: Influence of training in mathematics teachers' conceptions and practices

Abstract

This study aims to understand how the in service training of mathematics teachers, under the scope of the Mathematics Program for Basic Education, influences their conceptions and practices regarding the teaching and learning process in Geometry, at the 3rd cycle of basic education, and the importance of problem solving in that process.

This research followed a qualitative and interpretative methodology, based on case studies, and was developed in two phases. The first phase took place in the context of a training workshop which addressed the guidelines of the Mathematics Program for Basic Education (PMEB) about the subject of Geometry. The second phase took place during the implementation of PMEB by two teachers who attended the training workshop, with a focus on the topic *Triangles and Quadrilaterals*, taught at 7th grade. The selection of teachers was based, among other criteria on the possibility of teaching geometry topics within the PMEB in the academic year following the training workshop.

Data collection involved the observation of the workshop sessions and various lessons taught by the selected teachers, interviews of several types and conducted at various moments to these teachers, and the collection of documents of different sources and produced by the selected teachers and their students. The semi-structured interviews and the lessons observed were audio-recorded. The data analysis was done according to the theoretical framework, and was based on the identification of different elements about the conceptions and practices of the selected teachers, as well as about the impact of the training workshop on their conceptions and practices.

This study suggests that the way teachers approach Geometry and the importance they give to problem solving in their teaching practices are strongly related to their conceptions about Mathematics and its teaching and learning. The impact of the training workshop on one of the teachers was quite low, allied to her lack of confidence concerning the methodology inherent to PMEB and the use of technologies. The training workshop resonated with the other teacher's conceptions about the teaching and learning of Geometry and about the role or problem solving in this process, helping to reinforce her classroom practices.

Key - Words: Geometry, Problem Solving, Continuing Education, Mathematics Program for Basic Education.

SUMÁRIO

Lista de Abreviaturas e Siglas

AGD – Ambiente de Geometria Dinâmica

AP – Área de Projeto

APM – Associação de Professores de Matemática

DEB – Departamento do Ensino Básico

CNEB – Currículo Nacional do Ensino Básico

CCPFC – Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua

DGIDC – Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

EA – Estudo Acompanhado

GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional

GSP – Geometer's Sketchpad

LBSE – Lei de Bases do Sistema Educativo

ME – Ministério da Educação

MMM – Movimento de Matemática Moderna

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

PAM – Plano de Ação da Matemática

PM – Plano da Matemática

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

Índice de Figuras

Índice de Quadros

INTRODUÇÃO

> Numa sociedade onde a informação é cada vez mais abundante, a literacia matemática reveste-se de cada vez maior importância para que se possa exercer a cidadania plena. Por outro lado, a matemática é uma disciplina fundamental para muitos dos planos vocacionais dos alunos, pelo que ter insucesso repetido durante o ensino básico pode condicionar fortemente as opções de escolha que ficam em aberto. Por tudo isso, é natural que os professores e outros educadores se tenham preocupado em implementar práticas de sala de aula que fomentem atitudes mais positivas face a esta disciplina, contribuindo assim para promover a apreensão de conhecimentos e a aquisição de competências matemáticas. (César, 2000, p. 6)

O insucesso na disciplina de Matemática tem sido, desde sempre, alvo de preocupação, quer para o Ministério da Educação, enquanto assunto da agenda política, quer para os professores, como implementadores do currículo e profissionais do ensino, quer ainda para os pais e alunos. Todos esses agentes estão interessados numa aprendizagem Matemática efetiva e significativa. Neste sentido, tendo em atenção o diagnóstico efetuado pelos professores de Matemática sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos e as sugestões apresentadas para ultrapassar essas dificuldades e melhorar as aprendizagens, decorrentes da reflexão sobre os resultados dos exames de Matemática do 9.º ano de escolaridade de 2005 (GAVE, 2006), o Ministério da Educação (ME) definiu um Plano de Ação para a Matemática (ME, 2006a, 2006b).

O Plano de Ação para a Matemática (PAM) é composto por seis ações subdivididas em medidas, num total de quinze. A primeira ação, denominada *Programa Matemática – Equipas para o Sucesso*, refere-se, entre outros aspetos, à elaboração de projetos ao nível de cada escola/agrupamento com o intuito de combater o insucesso em Matemática. A segunda ação diz respeito à promoção da formação contínua em Matemática para professores de todos os ciclos do Ensino Básico e do Ensino Secundário.

Com a terceira ação do PAM pretende-se definir novas condições para a formação inicial dos professores e acesso à docência. A quarta ação consiste no reajustamento programático da disciplina de Matemática em todo o Ensino Básico. A quinta ação refere-se à criação de um banco de recursos educativos, entre os quais um banco de itens de exame e de preparação para o exame de Matemática do 9.º ano, um portal de recursos para o ensino da Matemática e brochuras de apoio científico e pedagógico para professores relativamente aos vários ciclos do Ensino Básico. A sexta ação pretende proceder à avaliação dos manuais escolares de Matemática para todo o Ensino Básico por peritos nacionais e internacionais (ME, 2006a, 2006b). Abordo de seguida as ações que considero pertinentes para os objetivos do estudo que aqui relato, os quais explanarei mais à frente.

A primeira das seis ações do PAM, que se passou a denominar por *Plano da Matemática: Equipas para o Sucesso*, iniciou-se em 2006/07, com a duração de três anos letivos. Atualmente está em curso o Plano de Matemática II, para o triénio 2009/10 – 2011/12. A segunda ação iniciou-se, de facto, antes mesmo do PAM, através do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo do Ensino Básico, que começou no ano letivo de 2005/06. Este programa de formação foi, decorridos dois anos letivos, alargado aos professores do 2.º ciclo do Ensino Básico. Ainda no âmbito da segunda ação do PAM, o apoio a programas de formação contínua em Matemática para professores do 3.º Ciclo e do Ensino Secundário, previsto para começar em 2006/2007, só se concretizou durante o ano letivo de 2007/08. A quarta ação do PAM refere-se ao *Programa de Matemática do Ensino Básico* (PMEB) (ME, 2007) cujo processo de generalização se iniciou em 2009/10. Neste ano letivo, cerca de 400 escolas aderiram à concretização deste programa, que entrou em vigor para todo o país no ano letivo de 2010/11.

Convém referir que o PMEB não é um programa radicalmente novo porque resultou de um reajustamento relativamente ao Programa de Matemática de 1991 (ME, 1991). No entanto, há alguns aspetos do PMEB que são inovadores (por exemplo, a introdução de novos tópicos) ou, pelo menos, são apresentados de forma muito concreta e clara (por exemplo, a ênfase nas capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemáticos, e a importância das conexões e das representações para uma aprendizagem significativa da Matemática), tornando-os muito mais evidentes em comparação com o programa que estava em vigor anteriormente.

A Geometria e a Resolução de Problemas, dois aspetos desde sempre fundamentais na aprendizagem da Matemática, não têm merecido muita atenção, por parte dos investigadores portugueses, durante a última década. A investigação centrada na Resolução de Problemas fez-se de uma forma mais visível, em Portugal (e em muitos outros países), durante a década de oitenta e o começo dos anos 90, mas foi sendo depois relegada para segundo plano pelo interesse que surgiu em torno das tarefas de investigação (com características próprias e pouco utilizadas nas salas de aula de Matemática) e em torno da figura do professor, nas suas mais variadas vertentes (Ponte, 1993; 2003; Ponte & Oliveira, 2000; Matos, 2008).

Desde os anos 80, e ainda hoje, muitos professores veem o ensino e aprendizagem da Geometria resumido às aplicações do Teorema de Pitágoras e a fórmulas para cálculo de perímetros, áreas e volumes – no 3.º ciclo do Ensino Básico – e resumido à Geometria Analítica, no Ensino Secundário. Com o início da generalização da implementação do PMEB, que decorre desde 2009/10, estes dois temas, Geometria e a Resolução de Problemas, têm merecido ultimamente um destaque considerável.

Um bom professor, de acordo com Arends (2008), deve perspetivar o aprender a ensinar como um processo ao longo da vida. Nesse sentido, a formação contínua de professores surge como um contributo importante para o seu desenvolvimento profissional. A formação contínua permite que o professor atualize, alargue e diversifique os seus saberes, para que melhor se adapte às mudanças sociais, culturais e tecnológicas que ocorrem constantemente. Em particular, a formação contínua de professores pode conferir-lhes novas competências e conhecimentos profissionais necessários à concretização de novos programas, mobilizando-os e preparando-os para a sua implementação.

1. Motivações para o Estudo

A minha experiência como aluna e mais tarde como professora pesou significativamente na decisão tomada sobre a temática deste trabalho, a Geometria. De facto, existiram lacunas na minha formação neste tema, no que concerne ao ensino pré-universitário. Nunca me foi lecionada Geometria Intuitiva enquanto aluna do antigo ensino unificado (atual 3.º ciclo do Ensino Básico) e, em termos de Geometria, a minha preferência, como aluna, ia para a Geometria Analítica. Mais tarde, já como professora de Matemática, a minha preferência foi também para esse ramo da Geometria, sobretudo porque, até 2002, lecionei maioritariamente no Ensino Secundário, nível em que há uma ênfase forte na Geometria Analítica.

A partir do ano letivo de 2003/04, ao ter assumido o cargo de orientadora de estágio pedagógico, tenho lecionado, sem interrupção, pelo menos uma turma do 3.º ciclo do Ensino Básico. Surgiram então mais preocupações relacionadas com o ensino e a aprendizagem da Geometria que, de certa forma, se intensificaram com a implementação do PMEB, não só pelo peso do tema neste programa mas também pelas recomendações metodológicas que o programa inclui acerca da Geometria.

Outro motivo que esteve presente na minha escolha pelo tema prende-se com a procura de respostas para uma certa antipatia e para a pouca importância que um número significativo de professores de Matemática, do 3.º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário, nutre pelo ensino da Geometria. Parece-me que um motivo se prende não só com a formação que tiveram enquanto alunos, baseada numa aprendizagem da Geometria com enfoque na sua vertente dedutiva, mas também com as suas conceções, enquanto professores, acerca da Geometria e do seu ensino. Não pretendo, com este estudo, testar qualquer tipo de hipótese; apenas registo a minha opinião pessoal sobre alguns fatores que possam estar na origem desta situação face ao ensino da Geometria que tenho vindo a constatar ao longo do tempo.

A expansão humana e a organização das comunidades humanas e da sua vida social – China, Mesopotâmia, Índia, Egito, México e Grécia – constituíram um ponto de partida para o desenvolvimento da Geometria. Nestas civilizações, a Geometria tinha uma função utilitária, evidente no desenvolvimento das medidas de comprimentos, áreas, volumes, ou de formas de divisão de terrenos. Nesta fase, existia já uma preocupação em adquirir conhecimento geométrico, isto é, começava a desenhar-se a importância de se aprender Geometria como uma ferramenta útil para a vida quotidiana. Foi, no entanto, a civilização grega que mais influenciou o desenvolvimento da Geometria como ciência. O interesse pela Geometria, tanto ao nível dos conhecimentos práticos como ao nível dos processos de raciocínio mais abstratos e globais, culminaria por volta de 300 a.C. com a sistematização do arquivo de Euclides, nos seus *Elementos*, e nos subsequentes trabalhos de Apolónio, Arquimedes e Ptolomeu.

A *perfeição* dos *Elementos* de Euclides tornou-se um protótipo para a racionalização da sistematização para todo o conhecimento. Durante muitos séculos, desde a época medieval, passando pela Renascença, a Geometria foi uma das mais importantes disciplinas na formação escolar. No entanto, a *perfeição* dos *Elementos* de Euclides que, ao longo de muitos séculos foi a base do ensino da Geometria, inibiu o progresso desta ciência, resultando numa espécie de *congelamento* do conhecimento geométrico, durante quase dois mil anos.

Só muito mais tarde surgiram as Geometrias não Euclidianas: no século XV, com Piero della Franscesca e Leon Battista e seus estudos no meio artístico sobre perspetivas; no século XVII, com Descartes e a fusão da Geometria e da Álgebra, e no século XVII, com Monge e a Geometria Descritiva. Todos estes aspetos (Geometria Projetiva, Geometria Analítica e Geometria Descritiva) eram considerados exteriores à Geometria Euclidiana. A consciencialização da possibilidade da existência de Geometrias não Euclidianas promoveu, de certa forma, a perda do papel central atribuída à Geometria *tradicional*, quer na Matemática, quer no conhecimento científico em geral. No final do século XIX, surgiu uma mudança radical do ponto de vista: a Álgebra como promotora de modelos para a Geometria; por exemplo, Rieman e Minkowski desenvolveram a Geometria Diferencial. Consequentemente, a Geometria ganhou em generalização mas a sua vertente intuitiva perdeu-se com as Geometrias não Euclidianas. Mammana e Villani (1998) sugerem que se devem estabelecer pontos de equilíbrio adequados entre os aspetos intuitivos iniciais e os aspetos formais e algébricos da Geometria de modo a que o ensino da Geometria seja, ele também, mais equilibrado.

Em Portugal, esta visão que os professores têm da Geometria como restrita à Geometria Euclidiana e a conteúdos bem definidos e, de certa forma, espartilhados, esteve presente nos programas de Matemática até ao Programa de 1991. Nos anos 80, os programas que vigoravam no nosso país (ao nível dos atuais Ensino Básico e Ensino Secundário) eram muito influenciados pelo movimento da Matemática Moderna. Neste movimento, a Geometria foi, de certo modo, relegada para segundo plano, ultrapassada pela Álgebra, passando a trabalhar-se, por exemplo, as construções geométricas na disciplina de Educação Visual em vez da disciplina de Matemática (Abrantes, 1999).

Abrantes (1999) defende uma nova presença da Geometria nos programas de Matemática. O autor é de opinião que a Geometria constitui uma área particularmente propícia à realização de explorações e investigações, resolução de problemas, formulação e teste de conjeturas, comunicação de descobertas, por parte dos alunos. Estes são processos fundamentais do pensamento matemático. Além das atividades que potenciam o desenvolvimento do pensamento matemático, Abrantes (1999), apoiado nas ideias de Freudenthal, refere dois aspetos da riqueza da Geometria: o indutivo e o dedutivo, que se completam. Por um lado

> as descobertas geométricas, sendo feitas também ‘com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes’; por outro lado, salientando a necessidade de explicação lógica das suas conclusões, a geometria pode fazer sentir aos alunos ‘a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito’. (Abrantes, 1999, p. 3)

A minha opção pela Resolução de Problemas, neste trabalho, é motivada por duas razões: (1) a minha preferência por enfatizar este processo na sala de aula (pela sua versatilidade, diversidade, potencialidades para a aprendizagem, por exemplo através do estabelecimento de conexões); e (2) a importância que a Resolução de Problemas tem no ensino da Matemática em Portugal e no mundo.

Em Portugal, desde os anos 80 que se podem encontrar referências claras acerca da importância da Resolução de Problemas para a aprendizagem da Matemática (APM, 1988; Ponte, 1993; ME, 1991; GAVE, 2006). A Resolução de Problemas teve um destaque significativo no programa em vigor desde 1991. Agora, com o reajustamento desse programa, o PMEB, volta a ter um lugar central no ensino-aprendizagem da Matemática, sendo apresentada como capacidade transversal, a par da comunicação e do raciocínio matemáticos (ME, 2007).

Na verdade, a Geometria e a Resolução de Problemas, separadas ou associadas, são áreas que têm um destaque considerável no PMEB. É minha convicção, apoiada em Abrantes (1999), que o ensino da Geometria através da Resolução de Problemas é decisivo para uma aprendizagem que permite o desenvolvimento do pensamento geométrico. E é esta também a perspetiva que encontro no PMEB acerca do ensino-aprendizagem da Geometria e do papel da Resolução de Problemas nesse processo.

Internacionalmente, também se encontram inúmeros documentos que referem a importância da Geometria e da Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem da Matemática (Cockcrof, 1982; NCTM, 1991, 2007; OCDE, 2003, 2006). No livro *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), a Resolução de Problemas é considerada parte integrante de toda a aprendizagem matemática. O ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas permite aos alunos adquirirem modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade e desenvolverem confiança perante situações desconhecidas (competências igualmente úteis fora da sala de aula, na vida quotidiana e no trabalho). Este tema é considerado um contexto natural para desenvolver capacidades de raciocínio e de argumentação, facilitando o trabalho com as demonstrações. A Geometria constitui ainda uma ferramenta para a reapresentação e resolução de problemas (da Matemática, noutras áreas e no dia a dia).

Não basta existirem recomendações muito claras nos documentos curriculares para que as práticas de sala de aula se alinhem com as orientações dos programas oficiais. É necessário que o ator principal no terreno, o professor, se aproprie das recomendações e perceba em que é que tem de mudar em relação às suas práticas usuais (Thurler, 2002). Neste sentido, a formação contínua constitui um espaço privilegiado para a tomada de consciência de várias dimensões relacionadas com a profissão docente, e pode constituir um trampolim para mudanças ao nível das práticas letivas.

Em Portugal, não têm sido muito frequentes os estudos contextualizados em ações de formação contínua e focados no seu impacto em termos das práticas letivas dos docentes de Matemática. Além disso, como já referi, a temática da Geometria não tem sido objeto de estudo pela comunidade de investigação em Educação Matemática portuguesa, e a área da Resolução de Problemas tem sido também bastante esquecida pela investigação nacional mais recente.

Assim, neste trabalho, procurei averiguar o impacto da frequência de uma oficina de formação sobre o ensino-aprendizagem da Geometria, no âmbito do PMEB e com forte enfoque na Resolução de Problemas, nas práticas letivas dos professores de Matemática, tendo como pano de fundo as orientações metodológicas do PMEB. A oficina formação abordada por este estudo, oferecida pela Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular do Ministério da Educação, precedeu o primeiro ano da primeira fase de generalização do PMEB e foi concebida em associação com os autores deste programa.

2. Questões de Investigação

Pretendo, neste estudo, compreender de que forma a formação contínua de professores de Matemática, no âmbito do Programa de Matemática do Ensino Básico, influencia as conceções e práticas dos professores de Matemática, no que concerne ao processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º ciclo e à importância da Resolução de Problemas nesse processo. Assim, com este estudo, pretendo dar resposta às seguintes questões de investigação:

1. Que conceções têm os professores de Matemática do 3.º ciclo do Ensino Básico sobre:

a) o ensino da Geometria?

b) a Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria?

2. Que influências têm as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas conceções dos professores de Matemática acerca do processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico e ao papel da Resolução de Problemas nesse processo?

3. Que influências têm as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas práticas dos professores de Matemática ao nível do processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico e ao papel da Resolução de Problemas nesse processo?

4. Que fatores facilitam ou dificultam uma integração das orientações programáticas e metodológicas abordadas durante as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas práticas de ensino de tópicos de Geometria em contexto de sala de aula?

Após este capítulo introdutório, esta dissertação inclui um capítulo em que abordo desenvolvimentos teóricos sobre alguns aspetos relacionados com os objetivos da investigação: ensino da Geometria, Resolução de Problemas e formação contínua. Segue-se um capítulo onde descrevo e justifico a metodologia de investigação utilizada. O quarto capítulo é dedicado à apresentação e discussão dos resultados da investigação realizada. Por fim, apresento as principais conclusões deste estudo bem como algumas implicações do mesmo.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo irei desenvolver as principais ideias teóricas sobre três grandes temas, relacionados com os objetivos do estudo. Começarei com uma análise das recomendações programáticas quanto ao ensino da Geometria (no Ensino Básico) e quanto ao lugar da Resolução de Problemas nos documentos curriculares oficiais portugueses desde meados do século XX. Deter-me-ei um pouco sobre a importância da Resolução de Problemas na aprendizagem da Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, em particular. Finalmente, tecerei algumas considerações sobre a temática do desenvolvimento profissional de professores e do papel da formação contínua nesse processo. Sempre que adequado, farei referência a estudos de investigação que têm sido desenvolvidos nestas temáticas, que serviram de apoio à formulação das questões de investigação apresentadas na introdução desta dissertação e que guiaram igualmente a metodologia de investigação usada.

2.1 Geometria e Resolução de Problemas nos Programas de Matemática do Ensino Básico

Começo por fazer uma breve análise à presença da Geometria e da Resolução de Problemas nos programas de Matemática em Portugal, desde a Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE), publicada em 1986, até à atualidade. Irei considerar os seguintes programas de Matemática correspondentes ao atual 3.º ciclo do Ensino Básico: (1) programas anteriores ao Programa de 1991 (entre os anos 60 e 80); (2) Programa de 1991; (3) Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001; (4) Programa de Matemática do Ensino de Básico de 2007. Cada um dos programas/currículos analisados encontra-se contextualizado em épocas diferentes e contém subjacentes diferentes finalidades para a educação e diferentes objetivos de aprendizagem, os quais tentarei fazer visíveis.

2.1.1 Programas de Matemática anteriores a 1991

Até ao final dos anos 80, vigoraram em Portugal programas de Matemática baseados numa abordagem tradicional e também no Movimento da Matemática Moderna (MMM). A abordagem tradicional marcou o ensino da Matemática nos anos 40 e 50 do século passado. Caracterizava-a uma aprendizagem apoiada essencialmente na memorização de factos e na mecanização de procedimentos. O ensino da Matemática reduzia-se à exposição de conteúdos e à proposta de resolução de muitos exercícios repetitivos (Ponte, 2002).

O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional que pretendia o reforço da formação matemática dos cidadãos, em resposta às preocupações surgidas após a segunda guerra mundial, e que visavam a valorização do conhecimento científico como fator de progresso e domínio estratégico. Os programas de Matemática baseados naquele movimento direcionaram-se para a formação pré-universitária, contribuindo para um excesso de formalismo e distanciamento da realidade. De facto, os programas privilegiavam as estruturas algébricas, destacando a importância do manuseamento dos símbolos matemáticos e não do seu significado. Assim, nos programas baseados no MMM, predominou o rigor matemático, em detrimento da compreensão de ideias e conceitos matemáticos (Ponte, 2002; Ponte, 1997). Apesar disso, o MMM deixou algo de positivo nos programas de Matemática – uma renovação dos temas, uma abordagem mais atual dos conceitos, uma preocupação com a interligação das ideias matemáticas. Contudo, o seu grande objetivo de proporcionar uma melhoria das aprendizagens à entrada da universidade não foi atingido (Ponte, 2004).

Em Portugal, o MMM conheceu dois períodos diferentes. No primeiro, durante a década de 60, iniciou-se a experimentação dos programas inspirados no MMM. Durante esta década, destacou-se José Sebastião e Silva como pioneiro dos ideais da Matemática Moderna. Sebastião e Silva foi autor de vários compêndios de matemática escolar, de referência nacional, para professores e alunos, onde, para além da matemática pura, mostrava aplicações da matemática, aspeto inovador até à data. Além da abordagem aos temas a lecionar, Sebastião e Silva preocupou-se também com os métodos de ensino, defendendo o: “Ensino vital de ideias, eis o que se impõe - em vez de exposição mecânica de matérias” (Silva, 1977, p. 8). Apoiado nas ideias de Polya, preocupou-se também com a renovação dos métodos de ensino da Matemática, criticando o método expositivo, predominante até então:

> O professor deve abandonar, tanto quanto passível o método expositivo tradicional (…) seguir método ativo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta. A par da intuição e da imaginação criadora, há que desenvolver ao máximo no espírito dos alunos o poder de análise e o sentido crítico. (Silva, 1975, p. 11)

Neste primeiro período do MMM em Portugal, para além da introdução de novos conteúdos, houve assim uma preocupação com os métodos a usar em sala de aula. Pretendia-se que o aluno assumisse um papel ativo na descoberta de conceitos para melhorar a compreensão das ideias matemáticas, não esquecendo porém as suas competências de cálculo. Apesar de todos estes esforços para substituir a abordagem tradicional ao ensino da Matemática por uma abordagem mais ativa por parte do aluno, verificou-se que o treino de procedimentos e a resolução de exercícios continuavam a ter um papel importante no ensino ainda no início dos anos 70.

O segundo período do MMM, em Portugal, teve início nos anos 70 com a generalização do programa experimental de José Sebastião e Silva, levado a cabo nos anos 60, a todos os níveis de ensino. Em termos do ensino unificado, correspondente ao atual 3.º ciclo do Ensino Básico, este programa vigorou até ao início dos anos 90, sendo substituído pelo Programa de 1991 (ME, 1991). Nesse programa, que vigorou entre os anos 70 e início de 90, destacavam-se o abstrato, o formal e as técnicas de cálculo. Não existiam referências às aplicações da Matemática e eram deixados para segundo plano o desenvolvimento da intuição e a compreensão das ideias matemáticas. O treino do cálculo de expressões algébricas e a prática de exercícios continuavam a ter um papel importante no ensino da Matemática, características que se mantiveram dos programas em vigor durante os anos 50. Na verdade, não houve uma substituição da abordagem tradicional ao ensino da Matemática pelo que era preconizado pelo MMM, mas sim uma integração das ideias do MMM nas práticas tradicionais de ensino, passando a existir, em Portugal, uma espécie de simbiose (associação) entre a abordagem tradicional e uma abordagem pela descoberta com base no MMM (Ponte, 1993, 2004; Ponte & Santos, 1997).

O ensino da Geometria em Portugal, no período que decorreu durante os anos 70 até ao Programa de 1991 e ao nível do atual 3.º ciclo do Ensino Básico, centrou-se na Geometria Dedutiva, seguindo uma sequência típica de abordagem: definição, propriedades, teoremas e exercícios. Verificava-se, assim, a ausência duma abordagem à Geometria Intuitiva. As tarefas de exploração e de investigação (Ponte, 2005) não faziam parte das propostas de trabalho na sala de aula de Matemática. Contrariamente ao que se passou em Portugal, internacionalmente, foram surgindo, durante este período, movimentos apelando ao regresso da Geometria Intuitiva aos programas de Matemática (Fonseca, 1999; Silva, 2008).

Com a generalização do programa experimental de Sebastião e Silva nos anos 70, no que toca à Resolução de Problemas, e apesar da tentativa levada a cabo por Sebastião e Silva, durante os anos 60, de combater o excesso de exercícios nas salas de aula, prevaleceu a prática de resolução de listas enormes de exercícios (Silva, 1975b). Estes eram formulados em contextos puramente matemáticos ou em contextos artificiais, no sentido em que as situações da realidade aparentemente envolvidas nos enunciados desses exercícios em nada eram relevantes para a sua resolução. Não existiam orientações, durante este período, para uma abordagem ao ensino-aprendizagem da Matemática com ou através da Resolução de Problemas.

No final dos anos 70 e início dos anos 80, o balanço do MMM era negativo. O MMM recebeu críticas, em especial pela ênfase colocada nas estruturas abstratas e no simbolismo carregado, o que se revelava de difícil compreensão para os alunos. A preocupação com o rigor da linguagem levava à ênfase em exercícios irrelevantes no sentido de não contribuírem para uma compreensão com significado dos conceitos envolvidos. Os alunos não apresentavam progresso em termos de raciocínio, capacidade de resolução de problemas e, curiosamente, no próprio cálculo. Aumentou a desmotivação dos alunos e pioraram os resultados dos exames (Ponte, 2004).

Acresce ainda referir a sobrelotação das escolas, fruto da abertura da escola às massas (com a revolução de abril de 1974) e da extensão da obrigatoriedade do ensino até ao atual 6.º ano, a falta de professores de Matemática, o predomínio de professores sem formação matemática nem pedagógica e o consequente incumprimento generalizado do programa (Matos, 1997). É de notar ainda que durante o período de tempo em que em Portugal se fez a generalização do programa experimental de Sebastião e Silva, com base no MMM (início dos anos 70), surgiu também internacionalmente um descontentamento geral em relação a este movimento. Esse descontentamento deu origem a um novo movimento, denominado *Back-to-Basics*, que surgiu inicialmente nos Estados Unidos da América e reclamou um regresso às competências essencialmente de cálculo básico, aritmética básica. Em Portugal o movimento *Back-to-Basics* não teve grande expressão. Tal deve-se à forte oposição dos educadores matemáticos portugueses que defendiam que as competências básicas não se limitavam ao domínio do cálculo, mas que deveriam incluir outros aspetos como, por exemplo, a resolução de Problemas (Ponte, 1993).

Uma alternativa ao ensino baseado na simbiose entre a matemática tradicional e o MMM surgiu, no nosso país, nos finais dos anos 80, apoiada nas orientações de vários documentos internacionais, (como o *Cockcroft Report* (Cockcroft, 1982) e a *Agenda para a Ação* do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980)) e na investigação em Educação Matemática que começava a dar os primeiros passos significativos em Portugal. As orientações documentais e os resultados da investigação apontavam fortemente para uma visão do ensino da Matemática orientada pela Resolução de Problemas como o foco da Matemática (Matos, 1997; Ponte 2003).

Com a fundação da Associação de Professores de Matemática (APM), em 1986, e a publicação do livro *Renovação do Currículo* (APM, 1988), após um seminário realizado em Vila Nova de Milfontes (envolvendo professores, investigadores e educadores matemáticos), criaram-se condições para a *recuperação* da Geometria no currículo (Veloso, 1998). No livro publicado por Veloso (1998), o autor apresentou uma metodologia inovadora para o ensino da Geometria com base em tarefas de investigação e na resolução de problemas. As sugestões apresentadas em relação ao ensino da Geometria e à importância e papel da Resolução de Problemas viriam a ser incorporadas no Programa de 1991 (ME, 1991).

2.1.2 O programa de Matemática de 1991

O programa de Matemática de 1991 (ME, 1991) surgiu como consequência da aprovação da Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) em 1986 e contemplava as ideias surgidas no Seminário de Milfontes (APM, 1988). Neste programa, além dos conteúdos, surgiram indicações metodológicas para as práticas letivas: "Os programas aprovados em 1991 sugerem, como orientações curriculares, a resolução de problemas, a relação com a realidade, a relação com os aspetos intuitivos e formais na apresentação do currículo" (Matos, 1997, p. 153). Valorizou-se, assim, o papel da intuição e dos materiais manipuláveis e foi colocada ênfase na realização, pelos alunos, de atividades matemáticas significativas, como a Resolução de Problemas e a aplicação da Matemática a situações da vida real. A Resolução de Problemas surgiu como uma linha de força transversal a todo o programa.

A Geometria ganhou peso na distribuição dos temas a lecionar, com a reforma curricular de 1991. Além disso, com este programa, pretendia-se alterar a forma como a Geometria era tratada durante o 3.º ciclo do Ensino Básico, em que era preciso saber de cor demonstrações de teoremas geométricos e praticar listas extensas de exercícios de caráter repetitivo e mecânico. No programa de 1991, a Geometria surgiu com mais tempo letivo ao longo dos anos que constituem o 3.º ciclo do Ensino Básico, cerca de 40% do total do tempo letivo dos três anos do ciclo, sendo mesmo o tema matemático com maior peso nos 8.º e 9.º anos do programa de 1991. Para cada um dos seus subtemas são indicados, por ano de escolaridade, o número de aulas previstas, sugestões metodológicas e os objetivos específicos de aprendizagem (ME, 1991).

O Programa de 1991 (ME, 1991) contemplou um plano de organização e sequência do ensino-aprendizagem onde constavam diferentes sugestões de trabalho para o professor, que concretizavam as intenções do programa. Estas sugestões incluíam um roteiro, por ano de escolaridade, com os temas previstos, seguido de um roteiro, para cada unidade didática, onde constavam: conteúdos, aulas previstas, objetivos específicos e sugestões metodológicas.

Os objetivos gerais de aprendizagem apresentados para o tema da Geometria no programa de 1991 (ME, 1991) eram: (1) identificar, descrever e comparar figuras geométricas; (2) conhecer e aplicar propriedades e relações geométricas, nomeadamente a igualdade e a semelhança na análise de figuras e na resolução de problemas; (3) realizar construções geométricas usando instrumentos adequados; (4) efetuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro; (5) aplicar conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes na resolução de problemas; (6) reconhecer e aplicar simetrias, translações e rotações a um estudo dinâmico no plano (ME, 1991). Em termos de conteúdos, no 7.º ano abordam-se a semelhança de figuras, aspetos simples da Geometria do espaço e do plano, sólidos, triângulos e quadriláteros; no 8.º ano, abordam-se o teorema de Pitágoras, a semelhança de triângulos, os lugares geométricos e as translações; e no 9.º ano, abordam-se a trigonometria do triângulo retângulo, a circunferência e polígonos, as rotações e os sólidos geométricos. No Quadro 1 sintetizo também as principais sugestões metodológicas do programa de 1991 associadas a cada ano de escolaridade e tópico geométrico.

Anos de escolaridade	Tópicos	Principais Sugestões Metodológicas
7.º ano	Semelhanças Do espaço ao plano: sólidos, triângulos e quadriláteros,	Resolução de problemas contemplando: construções, realização de experiências, seleção de estratégias, descrevendo processos e justificando o modo de proceder. Deverá fazer-se a ligação entre Espaço - Plano: através de modelos concretos, nomeadamente sólidos geométricos, de que se calcularão áreas e volumes por diversos processos: estimativa, enquadramento, usando fórmulas, pesando e comparando (ME, 1991, p. 15).
8.º ano	Decomposição de Figuras: teorema de Pitágoras Semelhança de triângulos Lugares Geométricos Translações	Resolução de problemas, destacando realização de tentativas, medições experiências, justificação de raciocínios; em particular no trabalho com lugares geométricos e na utilização dos critérios de semelhança. Resolução de puzzles geométricos no teorema de Pitágoras, atividade lúdica para desenvolver uma relação afetiva com a Matemática. Abordagem intuitiva das translações permitindo uma visão dinâmica do plano e possibilitar uma relação com a arte.
9.º ano	Circunferência e polígonos: rotações Trigonometria do triângulo retângulo Espaço – outra visão	Aplicação da do triângulo retângulo a situações reais. Introdução à geometria hipotético-dedutiva

Quadro 1: Sugestões metodológicas, relativas ao tema Geometria, no Programa de 1991

O Programa de 1991 (ME, 1991), em termos de sugestões metodológicas, colocou a ênfase em atividades baseadas numa abordagem intuitiva. Surgiu como uma preocupação constante o trabalho em sala de aula em torno de aspetos intuitivos: observação e análise de figuras, ligação à vida real, etc. Contudo não foram esquecidos o desenvolvimento progressivo do rigor, o recurso a raciocínios indutivos e dedutivos, a importância da comunicação e da argumentação, a construção rigorosa e também o esboço de figuras. Sugeria-se ainda a Resolução de Problemas, individualmente ou em grupo, como forma de desenvolver a capacidade de raciocínio e de comunicação (ME, 1991).

Contudo, e apesar do peso da Geometria no programa de 1991 ter aumentado, e das sugestões metodológicas que acompanharam esse programa, verificou-se que o ensino-aprendizagem da Geometria não se modificou, isto é, não foi ao encontro das recomendações do programa (Veloso, 1998). Na opinião de Ponte e Veloso (1999), apenas foi feita uma *justaposição* de tópicos tradicionais. Os autores apontam uma razão para este fenómeno, relacionada com as dificuldades dos professores em alterar a abordagem típica ao ensino da Geometria, e que se prende com o facto da maioria dos professores pertencer a uma geração que "…atravessou a sua vida escolar e universitária num período de grande recessão do ensino da Geometria" (Ponte & Veloso, 1999, p. 2).

Surgiram também algumas críticas ao programa de 1991, em particular relativamente à Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico: (1) a distribuição dos tópicos foi considerada arbitrária pela separação das transformações geométricas ao longo dos três anos deste ciclo, mesmo tendo em conta o que era lecionado no 2.º ciclo (simetrias no 6.º ano de escolaridade, semelhanças no 7.º, rotações no 8.º e translações no 9.º); (2) não houve referência explícita ao uso da tecnologia e existia uma falta muito grande de computadores nas escolas, o que impediu a sua utilização no ensino da Geometria; (3) a falta de formação dos professores que se encontravam nas escolas foi considerada como um entrave às alterações ao ensino da Geometria que se impunham com o programa de 1991; (4) este mesmo programa foi visto pelos professores como sendo longo e retalhado, tendo eles optado frequentemente por *sacrificar* a Geometria focando-se noutras áreas temáticas; (5) as práticas dos alunos ao resolver problemas envolviam o recurso a uma lista de conceitos ou ao uso imediato de fórmulas, não existindo o hábito de selecionar uma estratégia de resolução, isto é, não havendo propriamente uma atividade de resolução de problemas (Veloso, 1998; Fonseca, 1999).

2.1.3 Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001

No *Currículo Nacional do Ensino Básico* (CNEB), publicado em 2001, a educação matemática é vista como forma de contribuir para a formação geral do aluno, não se restringindo ao ensino de conteúdos específicos. Este documento introduziu modificações curriculares importantes, valorizando a noção de *competência matemática* e inovando a forma como apresenta os temas matemáticos a abordar. O conceito de competência matemática caracteriza-se pela “promoção do desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes” (ME, 2001, p. 58) bem como da “mobilização de saberes para compreender a realidade e abordar situações e problemas” (p. 59).

No CNEB (ME, 2001), não há alteração em termos dos conteúdos do tema Geometria, comparando com o programa de 1991. Em termos do desenvolvimento de competências específicas em Geometria, ao longo de todos os ciclos, o CNEB contempla a visualização, as conexões dentro e fora da Matemática, as transformações geométricas, a formulação e resolução de problemas, e a utilização de ideias geométricas na resolução de problemas dentro e fora da Matemática.

O CNEB (ME, 2001) apresenta um conjunto de indicações para a prática de sala de aula como forma de promover o desenvolvimento da competência matemática: a promoção de diferentes tipos de experiências matemáticas aos alunos; o contacto com aspetos da história, desenvolvimento e utilização da Matemática; e a utilização de recursos diversificados. Quanto à Resolução de Problemas, ela surge como um dos tipos de experiência de aprendizagem a proporcionar em sala de aula, de forma a desenvolver a competência matemática dos alunos. A Resolução de Problemas é considerada no CNEB como um contexto universal de aprendizagem matemática, associada à comunicação e ao raciocínio. Pode-se, assim, inferir, que o CNEB advoga o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas.

2.1.4 O Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007

Como já referi na introdução deste trabalho, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), homologado pelo Ministério da Educação em 2007, é um reajustamento do programa de Matemática de 1991. Apesar de se tratar de um reajustamento, verificam-se algumas mudanças significativas. Por exemplo, existem diferenças em termos de estrutura e linguagem do próprio documento, em particular uma maior clareza na explanação das finalidades e objetivos do programa e no papel esperado do professor e do aluno.

Na organização dos temas matemáticos a abordar também se verificam alterações no PMEB (ME, 2007) em relação ao programa anterior (ME, 1991). Surgem destacados quatro temas matemáticos ao longo dos três ciclos do Ensino Básico: (1) *Álgebra* (enfatizando-se uma iniciação ao pensamento algébrico logo desde o 1.º ciclo através do estudo de padrões e regularidades); (2) *Organização e Tratamento e Dados* (fazendo-se o estudo deste tema desde o 1.º ciclo, e com maior aprofundamento face ao programa anterior); (3) *Números e Operações* (envolvendo o desenvolvimento do sentido de número e da compreensão e destreza na utilização dos algoritmos das operações); e (4) *Geometria* (dando uma maior ênfase à visualização e ao seu papel na aprendizagem). Paralelamente, existe, ao longo de todos os ciclos e de cada ano de escolaridade do Ensino Básico, outro tema: as *Capacidades Transversais*. No PMEB (ME, 2007), verifica-se assim um reforço explícito da importância do desenvolvimento de três capacidades transversais para uma aprendizagem significativa da Matemática: a Resolução de Problemas, o Raciocínio e a Comunicação.

Existem outras diferenças que se podem identificar em relação ao programa de 1991 (ME, 1991): por exemplo, o PMEB (ME, 2007) enfatiza a articulação vertical e horizontal entre os três ciclos do Ensino Básico e no interior de cada ciclo, tanto no que toca a temas como em relação a objetivos de aprendizagem; além disso, o PMEB evidencia os contributos nacionais e internacionais dos últimos 20 anos da investigação em Educação Matemática para aspetos de construção e decisão curricular. Mais ainda, o facto de existir apenas um documento abrangendo os três ciclos do Ensino Básico facilita a consulta e análise do próprio programa, por parte do professor. É preciso realçar que o PMEB surge sem que haja uma rutura com o CNEB (ME, 2001), mas sim com um caráter de complementaridade e, na minha opinião, uma clarificação do que se pretende desenvolver, e como se recomenda desenvolver, nos alunos em termos da sua competência matemática.

O plano de implementação do PMEB (ME, 2007) seguiu um processo faseado. No ano letivo de 2008/09 decorreu o período de experimentação em turmas piloto dos 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade. Ao todo existiram 40 turmas piloto, espalhadas por todo o país. No ano letivo de 2009/10 iniciou-se a primeira fase de generalização a todas as escolas/agrupamentos que se candidataram para esse efeito (igualmente nos 1.º, 3.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade). Todas as escolas/agrupamentos que iniciaram o trabalho com o PMEB neste ano letivo tiveram acompanhamento científico e pedagógico, em conjunto com o acompanhamento do Plano da Matemática II. Finalmente, no ano letivo de 2010/11, o PMEB foi generalizado a todas as escolas/agrupamentos do país com a sua concretização obrigatória ao nível dos anos de escolaridade referidos.

A Resolução de Problemas no PMEB

Como já referi, as capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação surgem de forma destacada no PMEB (ME, 2007) e com constante importância ao longo dos três ciclos do Ensino Básico. No que diz respeito à Resolução de Problemas, além de constituir uma das orientações metodológicas importantes para o professor estruturar as atividades a desenvolver na sala de aula, tem ainda, no PMEB, outros papéis: é um objetivo de aprendizagem e um tema a abordar (ME, 2007).

A capacidade de Resolução de Problemas é vista como uma via para a aquisição de conhecimentos em Matemática, sendo um dos principais objetivos do ensino da Matemática. Como se pode ler no próprio programa,

> Os alunos devem ser capazes de *resolver problemas.* Isto é, devem ser capazes de:
>
> • compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
>
> • apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;
>
> • monitorizar o seu trabalho e refletir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;
>
> • formular problemas.
>
> A resolução de problemas é uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático. Neste processo, os alunos devem compreender que um problema matemático, frequentemente, pode ser resolvido através de diferentes estratégias e dar atenção à análise retrospetiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm. (ME, 2007, p. 5)

No 3.º ciclo do Ensino Básico, o propósito principal de ensino, relativamente às capacidades transversais, é desenvolver nos alunos a capacidade de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática e de as usar na construção e mobilização de conhecimento matemático (ME, 2007). No caso da Resolução de Problemas, o objetivo geral de aprendizagem consiste no desenvolvimento da capacidade de “resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados” (ME, 2007, p. 62).

A capacidade de resolver problemas, no PMEB (ME, 2007), é entendida como o aluno ser capaz de identificar as condições – o que é conhecido – e o que se pretende encontrar; selecionar as estratégias e os recursos apropriados para resolver problemas e saber aplicá-los, explorando conexões matemáticas para superar eventuais dificuldades; e verificar soluções e rever processos. Neste sentido, no PMEB, são indicadas a compreensão do problema e a conceção, aplicação e justificação de estratégias como tópicos específicos relativos à Resolução de Problemas. De forma mais concreta, em termos de objetivos específicos para os tópicos indicados, o PMEB (ME, 2007) refere os seguintes:

> (1) identificar os dados, as condições e o objetivo do problema;
>
> (2) conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados;
>
> (3) averiguar a possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema;
>
> (4) analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respetiva solução;
>
> (5) formular problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas.
>
> (ME, 2007, p. 63)

No PMEB (ME, 2007) encontra-se ainda a referência à necessidade de uma experiência continuada de Resolução de Problemas bem como algumas recomendações relacionadas com tipos de problemas a propor aos alunos em sala de aula, abordagens de resolução e recursos tecnológicos a usar.

O PMEB aconselha que se devem propor diversos tipos de problemas, por exemplo: problemas com informação irrelevante, problemas sem solução, problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes (ME, 2007). São recomendadas diferentes abordagens à Resolução de Problemas, nomeadamente: (1) desdobrar um problema complexo em questões mais simples; (2) explorar conexões matemáticas para obter múltiplas perspetivas de um problema; (3) resolver um problema análogo mas mais simples; (4) explorar casos particulares; e (5) resolver o problema admitindo que se conhece uma solução (ME, 2007). De notar a grande proximidade destas abordagens às heurísticas de Polya (1945) sobre as quais me irei debruçar mais à frente. O PMEB refere também o recurso às tecnologias para a resolução de problemas e para a análise de problemas em diferentes representações (por exemplo, na representação gráfica de um problema algébrico).

São apresentadas no PMEB outras indicações metodológicas em relação à Resolução de Problemas. Por exemplo, os problemas a propor aos alunos em sala de aula devem envolver situações próximas da realidade; sempre que possível, os problemas devem estar relacionados com as outras disciplinas mas também devem contemplar situações puramente matemáticas (ME, 2007). A Resolução de Problemas, tendo em conta as recomendações já descritas, deve ser uma experiência continuada em sala de aula, possibilitando momentos de discussão em pequeno e em grande grupo, permitindo a reflexão e potenciando o desenvolvimento da autoconfiança e da autonomia do aluno para enfrentar situações novas. Assim, o ensino através da Resolução de Problemas é privilegiado no PMEB.

A Geometria no PMEB

Ao longo de todo o Ensino Básico, a Geometria aparece como elemento estruturante do pensamento matemático dos alunos, e vai apresentando um grau de profundidade crescente. A Geometria tem, no PMEB (ME, 2007), como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, referido no correspondente propósito principal para o 3.º ciclo:

> Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão das transformações geométricas e da noção de demonstração, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos. (ME, 2007, p. 50)

Relativamente ao programa de 1991 (ME, 1991), o PMEB reforça a importância da visualização para a aprendizagem da Matemática; além disso, confere um papel mais significativo às transformações geométricas. Uma alteração relevante neste programa relativamente ao programa anterior é que se estuda desde o 1.º ciclo as transformações geométricas (ME, 2007). Os tópicos geométricos a abordar no 3.º ciclo do Ensino Básico, no âmbito do PMEB (ME, 2007), não diferem dos que figuravam no programa de 1991 (ME, 1991); são eles triângulos e quadriláteros, semelhanças, translações, teorema de Pitágoras, áreas e volumes, circunferência e trigonometria do triângulo retângulo.

Em termos de indicações metodológicas para o tema da Geometria, para o 3.º ciclo do Ensino Básico, o PMEB (ME, 2007) sugere uma abordagem que inclua tarefas de exploração, atividades que envolvam experimentação, resolução de problemas e tarefas que permitam o estabelecimento de conexões com outros temas matemáticos. Recomenda ainda a utilização de diferentes recursos, tais como materiais manipuláveis, instrumentos de medida e de desenho, programas de computador e *applets*.

Uma questão que gostaria de destacar no PMEB (ME, 2007) é a referência à realização de demonstrações em Geometria no Ensino Básico. A demonstração surge, nas indicações metodológicas, como uma das tarefas a propor aos alunos, pois estes devem elaborar “justificações, produzindo pequenas cadeias dedutivas, familiarizam-se com o processo de demonstração e iniciam o raciocínio geométrico dedutivo” (ME, 2007, p. 51). Mas ela surge também como um conceito específico que deve ser compreendido pelos alunos:

> Espera-se que os alunos se familiarizem com o processo de demonstração matemática, nomeadamente ao demonstrarem propriedades e relações que encontram ao realizarem atividades de investigação.
>
> (….)
>
> Também devem ser encorajados a questionar e avaliar a correção matemática das demonstrações apresentadas pelos colegas e/ou pelo professor. (ME, 2007, p. 52)

Hanna e os seus colaboradores (Hanna, DeBryun, Sidoli & Lomas, 2004; Hanna, Jahnke & Pulte, 2010) têm-se interessado pelo uso da demonstração no ensino da Geometria. Os autores consideram ter havido um desenvolvimento da demonstração paralelo à ascensão da tecnologia. Nos seus trabalhos, procuraram estudar se e quando o professor deve intervir no sentido de ajudar os alunos a entender e a produzir demonstrações. Estes investigadores defendem que o ensino da demonstração em Geometria deve surgir gradualmente aos alunos como forma de compreenderem as limitações das justificações visuais, fruto de investigações e explorações. A demonstração permite, assim, aos alunos validar, compreender e explicar as ideias/justificações, promovendo a compreensão da Matemática (Hanna et al., 2004, 2010).

No quadro seguinte (Quadro 2), apresento uma síntese da presença da Resolução de Problemas e da Geometria nos programas de Matemática em Portugal desde o final da década de 80 do século XX.

	Resolução de Problemas	Geometria
Programa em vigor nos finais dos anos 80	- Predominância do cálculo. - Para cada problema existe uma única estratégia e uma resposta certa. - Situações artificiais.	- Quase ausente - Abordagem de forma próxima aos *Elementos de Euclides*. - Memorização de definições, teoremas, demonstrações, rotinas.
Programa de 1991	- Ênfase na realização, pelos alunos, de atividades matemáticas significativas, como a resolução de problemas e a aplicação da Matemática a situações da vida real. - Diminuição do tempo dedicado ao uso de algoritmos.	- Regresso significativo à Geometria com presença considerável ao longo dos 3 anos do Ensino Básico; cerca de 40% no total. - Compreensão de conceitos e aplicação na resolução de problemas. - Construções geométricas e reforço da visualização.
Currículo Nacional do Ensino Básico	- Presente ao longo de todos os ciclos e em cada um dos temas.	- Presença ao longo dos 3 ciclos do Ensino Básico, apresentando as competências a desenvolver nos alunos em relação aos conteúdos do Programa de 1991.
Programa de 2007	- Grande destaque como uma das três capacidades transversais. - Surge de diferentes formas no programa: objetivo, conteúdo e metodologia.	- Presença ao longo dos 3 ciclos do Ensino Básico, continuando com um peso significativo. - Destaque para a demonstração.

Quadro 2. Síntese das ideias principais nos programas de Matemática, em Portugal, sobre Geometria e Resolução de Problemas

2.2 A Resolução de Problemas na Aprendizagem da Geometria

Resolver problemas é uma atividade presente no trabalho diário dos matemáticos e é fundamental para o desenvolvimento da Matemática contribuindo para a criação de relações dentro da Matemática e com as outras ciências. Em termos de ensino da Matemática, a Resolução de Problemas favorece a criação de ambientes de aprendizagem ricos e estimulantes (Polya, 1968, 1977, Schöenfeld, 1985; Pereira, 2002).

A educação matemática dos alunos tem adquirido grande importância neste século XXI, fruto da necessidade de pensar matematicamente e tomar decisões para se poder ser um cidadão ativo num mundo em mudança. A perspetiva dominante no PMEB (ME, 2007) enquadra-se nesta linha. Desta perspetiva emerge a utilização da Resolução de Problemas como forma de promover uma aprendizagem significativa da Matemática (ME, 2007; Tenreiro-Vieira, 2010).

Segundo Matos (2007), a identidade da Educação Matemática, em Portugal, está ligada com a Resolução de Problemas, que constitui um eixo orientador do ensino-aprendizagem da Matemática (APM, 1988; ME, 2007). Como já referi, atualmente a Resolução de Problemas, enquadrada no CNEB (ME, 2001) e no PMEB (ME, 2007), surge em diversos aspetos: através dos objetivos e finalidades do programa, nas capacidades transversais a desenvolver e nos temas matemáticos a abordar.

A importância da Resolução de Problemas na aprendizagem da Matemática tem sido reconhecida internacionalmente desde há muitos anos (NCTM, 1980, 2007). Além de ser um dos objetivos da Matemática escolar é um meio pelo qual os alunos aprendem Matemática. Além disso, a Resolução de Problemas oferece uma oportunidade única de mostrar a relevância da Matemática no quotidiano dos alunos. De facto, ao resolver problemas, os alunos podem consolidar e ampliar os seus conhecimentos, adquirem modos de pensar, hábitos de persistência, curiosidade e confiança perante situações desconhecidas (NCTM, 2007). Assim, a Resolução de Problemas constitui parte integrante de toda a aprendizagem matemática.

2.2.1 Papel da Resolução de Problemas na aprendizagem da Matemática

Vários autores defendem a utilização da Resolução de Problemas como forma de promover a aprendizagem da Matemática (Polya, 1977; Santos-Trigo, 1996; Pereira, 2002; Chapman, 2011). São várias as vantagens apontadas. Possibilita que os alunos construam, por eles mesmos, novos conhecimentos; permite que entendam e sejam capazes de usar a Matemática, que apliquem e adaptem diversas estratégias, que analisem e reflitam sobre o processo de resolução de problemas, que deem significado à formalização de conceitos matemáticos, que desenvolvam o gosto pela descoberta e pelo trabalho mental, que desenvolvam a sua curiosidade, criatividade e gosto pela disciplina. Além disso, esta metodologia de ensino faz com que a Resolução de Problemas contribua com dados para a avaliação contínua das aprendizagens dos alunos (Van de Walle, 2001; Pereira, 2002; NCTM, 2007), tão central no PMEB (ME, 2007).

Chapman (2011) considera a Resolução de Problemas como a base da aprendizagem e do pensamento matemático. A autora baseia-se na perspetiva de que a Resolução de Problemas é um processo em aberto que exige flexibilidade no pensamento e comportamento de professores e alunos. É de opinião que, para terem uma experiência de aprendizagem significativa em Matemática, os alunos precisam de trabalhar por um tempo prolongado em Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas é uma atividade que gera ambientes muito favoráveis à aprendizagem matemática pelo que a seleção dos problemas a usar, tendo em conta o potencial para a aprendizagem dos diferentes temas e o trabalho em torno de diversos tipos de problemas, é fundamental para a aprendizagem matemática (Ponte, 2010; Chapman, 2011). Os problemas constituem um tipo de tarefa a propor aos alunos, entre outros tipos. Convém, antes de mais, distinguir os termos tarefa e atividade pois são frequentemente confundidos.

Segundo Ponte (2005), uma tarefa proporciona o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade do aluno. Em geral as tarefas são propostas pelos professores mas podem também emergir dos alunos. Existem vários tipos de tarefas: problemas, investigações, exercícios, projetos, explorações, etc. (Ponte, 2005). Cada tarefa tem características diferentes, potencialidades e limitações distintas também como discuto mais abaixo. Atividade diz respeito ao que o aluno faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação, a partir de uma tarefa proposta. Assim, um problema é uma tarefa; a resolução de problemas é a atividade que os alunos podem desenvolver com base nessa tarefa. É importante realçar que, segundo Ponte (2005), só há aprendizagem quando há atividade matemática e reflexão, por parte do aluno, sobre a atividade realizada.

Apoiada em Ponte (2005), abordarei alguns tipos de tarefas matemáticas, tendo em conta duas dimensões: (1) a perceção dos alunos acerca da dificuldade da tarefa, isto é, o grau de desafio matemático da tarefa (que varia entre os polos de desafio *reduzido* e *elevado*); e (2) a *completude* da informação que é dada e do que é pretendido, isto é, o grau de estrutura da tarefa (que varia entre os polos *aberto* e *fechado*). Debruçar-me-ei sobre quatro tipos de tarefas matemáticas: os exercícios, os problemas, as investigações e as explorações.

Um exercício é considerado uma tarefa fechada de complexidade reduzida. Um aluno está perante um exercício quando dispõe de um processo imediato para a sua resolução. Os exercícios são úteis para que os alunos ponham em prática conhecimentos já adquiridos, possibilitando a sua consolidação (Ponte, 2005).

Um problema é uma tarefa fechada mas que, contrariamente ao exercício, comporta um grau de dificuldade apreciável. Num problema, o aluno não dispõe de um processo imediato de resolução (Ponte, 2005). Tanto num exercício como num problema, está claramente indicado o que é dado e o que é pedido.

Explorações e investigações são tarefas abertas, as primeiras de complexidade reduzida e as segundas de complexidade elevada. Investigações são tarefas que, apesar de fornecerem informação e colocarem questões, implicam que o aluno elabore uma estratégia de resolução e formule questões próprias para a sua resolução. As explorações, para além de contrastarem com as investigações no grau de desafio, apresentam também, em geral (e na minha opinião), um grau de estrutura não tão aberto como o grau de estrutura típico de uma investigação, grau este que também contribui para o seu elevado grau de desafio. Ponte (2005) apresentou um referencial para os quatro tipos de tarefas que mencionei, tendo por base as duas dimensões consideradas (Figura 1).

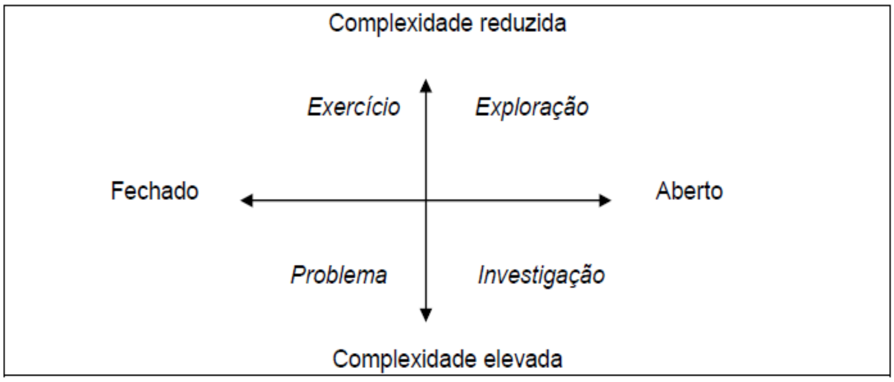


Figura 1: Diferentes tipos de tarefa para a aula de Matemática, segundo Ponte (2005, p. 21)

O que é um problema?

A distinção entre os vários tipos de tarefa que fiz acima pressupõe uma certa conceção sobre o que é um problema. Contudo, nem sempre este conceito é ou pode ser entendido da forma que foi apresentada. O que se entende então por problema? Existem diferentes conceções de problema e uma grande dificuldade em definir de forma concreta o que é um problema (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008; Schöenfeld, 1991 e Ernest, 1992, citados por Santos, Boavida, Oliveira & Carreira, 2008). Na verdade, é possível entender o conceito de problema como estando centrado na tarefa em si (Smith, 1991), na pessoa que o resolve – o aluno (Kantowski, 1977; Pereira, 2002; Santos, Boavida, Oliveira & Carreira, 2008), ou em ambos os aspetos (Ponte, 2005).

Pereira (2002) define problema como uma situação em que se pretende alcançar um determinado objetivo, mas em que se desconhece como o atingir. Acontece, por vezes e segundo o autor, em contextos de educação, confundir-se exercício com problema. Um exercício é uma atividade que consiste no uso de conhecimentos já conhecidos, na aplicação de resultados teóricos (fórmulas ou algoritmos), remetendo a atividade para a reprodução de procedimentos. Ao contrário do exercício, um problema envolve uma criatividade significativa, na medida em que é necessário procurar, adaptar ou inventar estratégias. Santos e colaboradores (Santos et al., 2008) sugerem que um problema é uma situação para a qual se pretende uma resposta sem que se disponha de uma forma pronta de chegar a essa resposta; requer mobilização de conhecimentos, pressupõe desafio e interesse, levando ao envolvimento na procura de uma solução; pode admitir vários processos de resolução, e pode ter várias soluções ou mesmo não ter solução.

Qualquer uma das definições indicadas atrás evidencia que o conceito de problema é relativo ao sujeito que o resolve e é compatível com a que Ponte (2005) apresenta e que discuti acima. Neste trabalho, adoto a definição de problema apresentada por Ponte pois parece-me reunir as características que os outros autores sugerem. Um bom problema em Matemática será aquele que permite construir novos conhecimentos através da sua resolução (NCTM, 1991). Também Pereira (2002) defende que um bom problema matemático deve promover um melhor entendimento desta ciência. O autor acrescenta ainda um conjunto de características para o que considera ser um bom problema para o ensino-aprendizagem da Matemática: ter um enunciado acessível e de fácil compreensão; ser desafiador; exercitar o pensamento matemático do aluno; exigir, raciocínio e criatividade durante a sua resolução; ser útil para a introdução ou consolidação de ideias ou conceitos matemáticos; ser natural e interessante.

Vários autores têm classificado os problemas por tipos, dando origem a classificações diferentes (Vale & Pimentel, 2004). Por exemplo, Pereira (2002) dividiu os problemas em quatro tipos, de acordo com o seu objetivo de aprendizagem. Este autor considerou: (1) *problemas de sondagem*, para introdução natural e intuitiva de novos conceitos; (2) *problemas de aprendizagem*, que reforçam e familiarizam os alunos com um novo conceito; (3) *problemas de análise*, que têm como função descobrir novos resultados a partir de conceitos já aprendidos; e (4) *problemas de revisão ou aprofundamento*, que pretendem rever e consolidar conhecimentos.

Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008) sugerem uma classificação dos problemas (com destaque para os problemas do 1.º ciclo do Ensino Básico mas que se pode estender a outros ciclos deste nível de ensino) segundo a análise dos seus enunciados e processos de resolução. Os enunciados dos problemas podem conter apenas a informação necessária para a sua resolução, podem ter informação insuficiente para a sua resolução ou podem ter informação extra para que possam ser resolvidos. Estes dois últimos tipos de problemas exigem capacidades de seleção por parte dos alunos, aumentando a sua complexidade.

Em termos dos processos de resolução, Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008) distinguem *problemas de cálculo*, de *problemas de processo*, de *problemas abertos*. “Os problemas de cálculo requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados observados” (p. 17). Conforme são necessárias apenas uma ou mais operações, existem *problemas de um passo* ou *problemas de mais do que um passo*. São normalmente os problemas de cálculo que se encontram nos manuais escolares, exigindo a aplicação de conhecimentos prévios e de destrezas. Em comparação com a proposta de Pereira (2002), os problemas de cálculo referem-se aos problemas de revisão ou aprofundamento.

Os problemas de processo

> não podem ser resolvidos apenas por seleção da(s) operação(ões) apropriada(s). Estão, geralmente, embutidos em contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir. Requerem persistência, pensamento flexível e uma boa dose de organização. (Boavida et al., 2008, p. 18)

De facto, estes problemas permitem desenvolver vários tipos de capacidades, incluindo a aplicação de conhecimentos e destrezas previamente aprendidos mas também a compreensão e identificação da estrutura matemática do problema. No entanto, permitem também a introdução de novos conceitos. Os problemas de sondagem, de aprendizagem e de análise, segundo Pereira (2002), relacionam-se com os problemas de processo e podem constituir até uma subdivisão deste tipo de problemas considerados por Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008). Assim, os problemas de processo são mais versáteis que os problemas de cálculo em termos de potencialidade para uma aprendizagem significativa da Matemática.

Os problemas abertos, na aceção de Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008),

> podem ter mais do que um caminho para chegar à solução e mais do que uma resposta correta. Para os resolverem, os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjeturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão. (p. 20)

Os problemas abertos relacionam-se com os problemas de análise de Pereira (2002), mas há alguma contradição em relação ao que Ponte (2005) sugere quanto a uma tarefa aberta. De facto, numa tarefa fechada também pode existir mais do que um caminho para se chegar à solução e também pode existir mais do que uma solução à tarefa. Para Ponte (2005), uma tarefa é aberta quanto existe um grau de ambiguidade no ponto de partida ou no ponto de chegada da tarefa que exige a formulação de sub-tarefas, ou a formulação de problemas. Assim, o que Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008) chamam de problemas abertos (ou de investigações, segundo estes autores) não é inteiramente compatível com a classificação de tarefas proposta por Ponte (2005).

O ensino e a Resolução de Problemas

Se o conceito de problema não é consensual, muito menos o conceito de Resolução de Problemas, que foi adquirindo diferentes significados ao longo do tempo (Ponte, 2005). As ideias de Polya (1977) influenciaram definitivamente o que é a Resolução de Problemas e o seu lugar no currículo. Polya foi o responsável por tornar clara a posição da Resolução de Problemas no ensino da Matemática. Em particular, o seu modelo de resolução de problemas tem inspirado o trabalho em sala de aula em torno deste tipo de tarefa.

Polya (1967) defende a Resolução de Problemas como uma forma de ensinar a pensar considerando-a a espinha dorsal do ensino da Matemática, desde a antiguidade. Na sua opinião, resolver problemas é fundamental para apreciar e desenvolver o gosto pela Matemática. As ideias de Polya têm estado presentes nos programas em Portugal desde o final dos anos 80, quando os próprios programas enfatizaram o ensino através da Resolução de Problemas.

Polya (1967) classifica os problemas em dois tipos: os *problemas rotineiros* e os *problemas não rotineiros*. Os primeiros exigem apenas a aplicação de regras conhecidas, resumindo-se a problemas de palavras. Polya recomenda o uso dos problemas não rotineiros, dado que contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, uma vez que exigem criatividade e originalidade por parte do aluno. Os problemas rotineiros são, na opinião do autor, úteis e necessários, contudo não devem ser usados em exagero no ensino-aprendizagem da Matemática (Polya, 1967).

O modelo de resolução de problemas de Polya consiste em quatro fases: (1) compreensão do problema; (2) conceção de um plano; (3) execução do plano; e (4) reflexão sobre o que foi feito. Este modelo não é linear e estas fases podem sobrepor-se ou decorrer numa outra ordem (e, muitas vezes, é o que acontece). Embora possa ser, hoje em dia, considerado como evidenciando uma visão demasiado simplista da atividade de Resolução de Problemas, na minha opinião, este modelo ajuda, de facto, a pensar no que é importante em termos de trabalho em sala de aula (Polya 1967, 1977).

Apesar do reconhecimento geral do papel importante da Resolução de Problemas na aprendizagem da Matemática, observa-se que essa atividade pode ser implementada de forma diferente em sala de aula (Santos-Trigo, 1996). Santos-Trigo (1996) discute três abordagens para a Resolução de Problemas na sala de aula. A primeira abordagem, o ensino *da* resolução de problemas, centra-se nas estratégias e heurísticas (processo pedagógico de encaminhar o aluno a descobrir por si mesmo a *verdade*). Esta abordagem enfatiza as etapas e os modelos de resolução de problemas, tais como o modelo de Polya que apresentei. Nesta perspetiva, o lugar da Resolução de Problemas é tipicamente *no final do capítulo*, quase sempre como um exercício disfarçado, que enfatiza a lógica do *manual* em oposição à lógica do *trabalho em sala de aula* (Santos et al., 2008).

A segunda abordagem para a Resolução de Problemas na sala de aula, segundo Santos-Trigo (1996), o ensino *com* resolução de problemas, está associada à lecionação de determinados tópicos, como as equações e a proporcionalidade direta ou inversa. Esta abordagem centra-se na utilização ou aplicação de conteúdos matemáticos para resolver problemas. Portanto, a *compreensão* prévia do conteúdo matemático é um pré-requisito para o aplicar em vários contextos. Como consequência, esta abordagem de Resolução de Problemas destaca as aplicações em vez da compreensão propriamente dita do conteúdo matemático em questão. O ensino com resolução de problemas acaba por deixar a Resolução de Problemas para uma posição marginal, muitas vezes limitada à realização, por exemplo, do *problema do mês* (Santos et al., 2008).

Santos-Trigo (1996) considera uma terceira abordagem para a Resolução de Problemas na sala de aula: ensino *através* da resolução de problemas. Nesta abordagem, o conteúdo matemático emerge da própria atividade de resolução de problemas, tendo semelhanças com o próprio desenvolvimento da Matemática. Os alunos têm um papel ativo, uma vez que estão envolvidos na construção do conhecimento do conteúdo em questão. A Resolução de Problemas desempenha múltiplas funções e caracteriza o ambiente de aprendizagem; o desenvolvimento dos conceitos interliga-se com situações problemáticas, com propostas de outros tipos de tarefas (no sentido de Ponte, 2005), com o desenvolvimento do raciocínio matemático, com a comunicação matemática, etc. Nesta perspetiva, "os problemas estão em primeiro plano, enquanto via facilitadora da aprendizagem" (Boavida et al., 2008, p. 14). Assim, a Resolução de Problemas surge enquadrada pelo currículo (ME, 2001, 2007), pelos seus objetivos e finalidades, capacidades a desenvolver, temas a tratar, recursos a usar (como a tecnologia) e papéis a desempenhar pelo aluno e pelo professor na sala de aula (Santos et al., 2008).

O uso de tecnologias traz inúmeras vantagens para a Resolução de Problemas, uma vez que elas potenciam ambientes ricos de aprendizagem. Em particular, as tecnologias possibilitam o desenvolvimento de uma maior capacidade de cálculo numérico e de uma maior destreza e compreensão no trabalho com gráficos pois é possível gerar de uma forma rápida e precisa imagens e gráficos de relações entre ideias/conceitos matemáticos. As tecnologias contribuem para a produção de dados, apoiam os alunos em atividades de modelação (que são casos especiais de atividades de resolução de problemas) e permitem-lhes efetuar infindáveis simulações. Ao resolver problemas com recurso à tecnologia, os alunos expressam ideias, experimentam os modelos que constroem, refletem e criam ou ajustam ideias e pensamentos (Van de Walle, 2001; Candeias, 2005; Ferreira, 2007; NCTM, 2007).

É preciso notar que, tal como Boavida e colaboradores (Boavida et al., 2008), não pretendo transmitir que a Resolução de Problemas deva ser

> a única alternativa para a atividade matemática na sala de aula. A aprendizagem da Matemática envolve outras experiências fundamentais entre as quais se incluem atividades mais rotineiras que apela, nomeadamente à memória e ao treino. O que se defende é que este tipo de atividades deve ser complementado com outras mais desafiantes, como seja a resolução de problemas. (p. 13)

O professor e a Resolução de Problemas

O PMEB (ME, 2007) considera o professor como o principal responsável pela gestão curricular, em especial ao nível da sala de aula. A gestão do currículo na sala de aula e, em particular, a seleção e implementação de tarefas matematicamente válidas (NCTM, 1994) devem proporcionar, aos alunos, pontos de partida para o desenvolvimento de uma atividade matemática significativa. Nesse sentido, e como já referi várias vezes, a Resolução de Problemas constitui uma orientação metodológica importante para o professor estruturar as atividades a desenvolver na sala de aula. Essas atividades devem envolver os alunos numa participação ativa, construindo o saber no decurso da própria atividade matemática. Assim, é o ensino *através* da Resolução de Problemas (Santos-Trigo, 1996) que espelha o cerne de uma aula de Matemática de acordo com as orientações do PMEB.

Pereira (2002) é de opinião que o professor deve ajudar os alunos a encarar a resolução de um problema como vencer um jogo. Professor e alunos devem entender o objetivo, conhecer as regras e saber selecionar as estratégias que devem ser tomadas com vista à vitória, isto é, à solução (ou soluções) do problema. Mas não basta ao professor propor aos alunos que resolvam problemas para introduzir conceitos, aplicar conhecimentos e destrezas, para desenvolver capacidades várias, etc. Muito importante é a maneira como o professor orienta a sua exploração em sala de aula, ou seja, é determinante o papel do professor no ensino *através* da Resolução de Problemas (ME, 2007; Ponte, 2005).

Vários investigadores têm sugerido que existe uma correlação entre as conceções dos professores sobre a Matemática e o ensino da Matemática, e a forma de construção do conhecimento matemático dos alunos, uma vez que as conceções dos professores se refletem nas suas práticas e estas condicionam as aprendizagens dos alunos (Vale, 1993; Thompson, 1992; Fonseca, 1995; Santos-Trigo, 1996; Segurado & Ponte, 1998). De acordo com Ponte (2002), as conceções do professor são essencialmente de natureza cognitiva, constituindo uma forma de pensar, de organizar objetos e ações. Segundo o mesmo autor, as conceções estão estritamente ligadas às atitudes e entendimento das situações. No entanto, podem bloquear o entendimento e a atuação dos professores face a novas situações (Ponte, 1992). Ernest (1989, 2001) também afirma que as decisões do professor sobre as rotinas da sala de aula são necessariamente orientadas pelas suas crenças sobre a aprendizagem. Devo referir que, dado que este trabalho não se centra especificamente nas conceções dos professores, não distingo os termos *crença* de *conceção*, embora eles tenham, para muitos autores, significados diferentes.

Fonseca (1995), apoiada em Lester e Charles (1992) e em Canavarro e Ponte (1994), refere que a integração, por parte dos professores, da Resolução de Problemas no currículo – no sentido do ensino *através* da Resolução de Problemas (Santos-Trigo, 1996) – não é fácil, sendo importante conhecer a ligação que os professores têm com a Resolução de Problemas. Essa ligação, de acordo com a autora, processa-se ao nível: (1) das suas conceções acerca da Matemática e da Resolução de Problemas; e (2) dos seus pensamentos nas ações que desenvolvem na sala de aula (desenvolvendo a sua capacidade de resolvedores de problemas e refletindo sobre os processos utilizados).

Em sintonia com Pajares (1992), Fonseca (1995) considera que as conceções dos professores acerca da Matemática atuam como um filtro através do qual eles processam e interpretam informação. A autora, apoiada em Lester (1989) identificou três conceções acerca da Matemática: a conceção dinâmica; a conceção platónica ou estática e a conceção instrumentalista. Na primeira, a *conceção dinâmica*, de cujos princípios partilham os movimentos curriculares do final dos anos 80 em Portugal e, consequentemente, o PMEB (ME, 2007), o ensino tem como objetivo principal permitir que os alunos se envolvam em atividades que requerem pensamento criativo e descoberta, que os tornem comunicadores de ideias e resolvedores de problemas, confiantes e criativos. Assim, nesta conceção, a Matemática é um campo de criação, em expansão continuada, em que os resultados de mantêm em aberto. O papel do professor, na sala de aula, é facilitar a aprendizagem, proporcionando aos alunos experiências significativas de aprendizagem e integrando, entre outros aspetos, os métodos e abordagens dos alunos na resolução das tarefas propostas.

Na *conceção platónica* ou estática, a Matemática entende-se como um corpo fixo de conhecimentos, composto por verdades cristalinas, estruturais, interligadas, um produto estático, imóvel, que foi descoberto e não criado (em oposição à conceção dinâmica da Matemática). Esta conceção está presente no Movimento da Matemática Moderna dos anos 60, em que se enfatizaram as estruturas e conceitos unificadores da Matemática: teoria de conjuntos e funções. Na sala de aula, o papel do professor é o de um explicador, transmissor de conhecimentos. Apesar de se dar ênfase à construção de um corpo de conhecimentos, a aprendizagem faz-se por perceção (Fonseca, 1995).

Quanto à *conceção instrumentalista*, ainda segundo Fonseca (1995), a Matemática é uma coleção útil de factos, regras e procedimentos que, no entanto, não os relaciona. Esta conceção está presente no movimento denominado *Back-to-Basics* que colocava a ênfase no domínio de conteúdos e procedimentos mínimos, privilegiando o conhecimento de factos e regras, sem estabelecer ligações significativas entre conceitos e procedimentos. Na sala de aula, o professor expõe conteúdos para toda a turma; a aprendizagem é feita por repetição de forma a automatizar os procedimentos de cálculo. O professor formula questões, os alunos ouvem e respondem; fazem exercícios ou problemas utilizando procedimentos que foram modelados pelo professor sem que isto signifique que compreendam necessariamente o que foi exposto.

De acordo com Fonseca (1995), as duas últimas conceções, conceção platónica e conceção instrumentalista da Matemática, implicam que, na sala de aula, o professor tenha um papel central, ou melhor, *centralista*, uma vez que apresenta o único método correto para a resolução das tarefas (o método do professor) e de seguida resolvem-se vários exercícios para consolidar o mesmo procedimento. Uma visão instrumentalista, centrada nos conteúdos e na aquisição de técnicas, pode inibir a aprendizagem.

Fonseca (1995) destacou a influência das conceções dos professores nas ações que eles desenvolvem na sala de aula. A autora defende que os professores devem desenvolver a sua própria capacidade de resolvedores de problemas e refletir sobre os processos utilizados na resolução de problemas, aproximando-se de experiências semelhantes às que devem propor aos seus alunos. Aprender a expor o seu pensamento matemático e a utilizá-lo para resolver problemas traz benefícios em termos de ensino pois torna os professores sensíveis ao pensamento matemático dos seus alunos.

Também Van de Walle (2001) destaca a importância da atuação do professor na sala de aula quando propõe a resolução de problemas. O autor defende que ensinar Matemática através da resolução de problemas não significa apresentar um problema, sentar-se e esperar que os alunos o resolvam. Assim, considera que o professor deverá atuar ao longo de três fases importantes: (1) *antes*, o professor deve garantir que os alunos estejam motivados para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas relativas ao problema em questão estejam claras; (2) *durante*, o professor deve observar e monitorizar o trabalho dos alunos, desbloqueando e fornecendo algumas pistas sempre que os alunos encontrem demasiados obstáculos ou percam a motivação; neste sentido, o professor deve avaliar o desempenho dos alunos com vista a ir regulando a sua aprendizagem; e (3) *depois*, o professor deve aceitar as soluções dos alunos independentemente da sua correção ou da sua preferência por uma ou outra resolução, conduzindo a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam os seus resultados e métodos utilizados. De notar que estas recomendações para o papel do professor durante atividades de Resolução de Problemas é perfeitamente compatível com as orientações metodológicas que atravessam o PMEB (ME, 2007) em relação ao trabalho com tarefas não (ou menos) rotineiras.

Chapman (2011) debruçou-se também sobre o papel do professor durante a resolução de problemas, procurando, em particular, estudar como o professor prepara a sua exploração e facilita as ações dos alunos. A autora defende que as ações que o professor desenvolve durante a resolução de problemas dependem da sua experiência pessoal e do significado pessoal que dá ao processo de ensino-aprendizagem. Assim, as conceções que os professores desenvolvem sobre a Matemática e a Resolução de Problemas, ligadas também à sua experiência pessoal em vários contextos (sobretudo contextos de aprendizagem escolar e contextos de experiência profissional), determinam como eles conduzem a atividade matemática dos alunos na resolução de problemas.

As recomendações para o papel do professor em relação à Resolução de Problemas são já antigas. Polya (1957, citado por Chapman, 2011) já recomendava que o professor deve desempenhar um papel ativo durante a Resolução de Problemas, observando e questionando os alunos durante as suas experiências ao resolver problemas. O objetivo geral é fazer com que os alunos tentem o mais possível pensar autonomamente. O modelo de resolução de problemas de Polya, que já apresentei neste trabalho, fornece uma orientação para os principais momentos em que a atuação do professor é importante, embora, como também referi, não se possa ver o modelo de forma linear pois há muitos movimentos para a frente e para trás que podem ocorrer, sem prejuízo do processo de resolução.

Charles e Lester (1982, citados por Chapman, 2011) defendem a perspetiva de Polya, que complementam com a identificação de alguns comportamentos que o professor deve evidenciar em cada uma das etapas do modelo de resolução de problemas de Polya (com as salvaguardas que já indiquei). Na fase de compreensão do problema, o professor poderá fazer perguntas para ajudar os alunos a entenderem a tarefa que têm perante eles. Em relação à fase de elaboração de um plano de resolução, o professor deve direcionar a atenção dos alunos para outros problemas relacionados, sempre que possível, de forma a ajudá-los a elaborar um plano de resolução. No que toca à terceira fase do modelo de Polya, o professor deve incentivar os alunos para resolverem o problema autonomamente, executando o seu plano. Finalmente, na fase de verificação da resposta obtida, o professor deve pedir aos alunos para descreverem a estratégia utilizada na resolução do problema, justificando as opções tomadas sempre que tal seja adequado. Charles e Lester acrescentam mais algumas recomendações: (1) *antes* de começar a resolver um problema, o professor deve discutir as palavras ou frases do enunciado da tarefa que os alunos não entendam; (2) *durante* a resolução do problema, o professor deve fornecer pistas mas apenas se necessário, de forma a desbloquear situações de impasse; e (3) *após* a resolução do problema, o professor deve proporcionar as condições para que os alunos possam mostrar e discutir (re)soluções.

2.2.2 Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria

É importante ensinar Geometria por diversas razões: fornece uma melhor compreensão do mundo que nos rodeia, é importante para o estudo de outras áreas da Matemática, é usada diariamente em várias áreas do saber e profissões (engenharia, arquitetura, investigação científica); além disso, as explorações geométricas podem desenvolver a capacidade de Resolução de Problemas (Abrantes, 1999). Esta última razão é particularmente importante para este estudo, uma vez que o desenvolvimento do sentido espacial potencia e é potenciado pela Resolução de Problemas e a Resolução de Problemas é uma das principais razões para se estudar Matemática (Van de Walle, 2001).

Outro motivo para a importância da Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem da Geometria prende-se com o facto de ser uma das vertentes da competência geométrica. O conceito de competência geométrica é entendido aqui com base no CNEB (ME, 2001), cujas ideias-chave provêm do trabalho de Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999). Assim, a competência geométrica inclui:

> - A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer o analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente, recorrendo a materiais manipuláveis e a *software* geométrico;
> - A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em geometria e outras áreas de matemática;
> - A compreensão de conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas;
> - A aptidão para efetuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades;
> - A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;
> - A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente;
> - A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real e o reconhecimento e a utilização de ideias geométricas em diversas situações, nomeadamente, na comunicação. (ME, 2001, p. 62)

A Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem da Geometria é francamente enfatizada pelo PMEB (ME, 2007). A introdução natural e intuitiva de novos conceitos pode fazer-se com recurso à resolução de problemas, isto é, à custa de problemas de sondagem na perspetiva de Pereira (2002). Neste caso, o aluno pode precisar apenas de saber alguns conceitos básicos para resolver o problema, mas este tipo de pré-requisito não é obrigatório. Assim, a resolução do problema contribui para a construção de conhecimento matemático novo. O material de apoio ao PMEB disponibilizado pela DGIDC – por exemplo, as tarefas destinadas ao ensino do tópico *Teorema de Pitágoras*, no 8.º ano de escolaridade (ME, 2010c) – contém alguns exemplos de problemas com a intenção de proporcionar um trampolim para a construção de novos conhecimentos.

A Resolução de Problemas pode ser usada como forma de o aluno utilizar e aplicar conceitos de Geometria relacionando-os com o seu dia-a-dia. Não se trata da reprodução de fórmulas matemáticas, pois os problemas exigem intuição e criatividade do aluno. Neste sentido, surgem os problemas de aprendizagem e de análise, segundo Pereira (2002). O material de apoio ao PMEB disponibilizado pela DGIDC – por exemplo, as tarefas destinadas à aplicação dos critérios de paralelismo e perpendicularidade de sólidos geométricos, para o 8.º ano de escolaridade (ME, 2010b) – contém alguns exemplos de problemas com a intenção de mobilizar ou aplicar conhecimentos já adquiridos e para descobrir novos conceitos.

A Resolução de Problemas pode ainda ser usada como forma de o aluno rever ou consolidar conceitos e procedimentos de Geometria. Neste sentido, surgem os problemas de revisão e aprofundamento, de acordo com Pereira (2002). O material de apoio ao PMEB disponibilizado pela DGIDC – por exemplo, as tarefas destinadas a resolver problemas utilizando o conhecimento adquirido sobre isometrias e simetrias (ME, 2010a) – contém alguns exemplos de problemas cujo objetivo recai na consolidação do que já foi aprendido.

Uma outra razão para o recurso à Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria prende-se com as preferências dos alunos. Lopes (2010), numa investigação centrada na abordagem curricular da Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico, sugere que os alunos indicam a resolução de problemas como a atividade mais importante, na sala de aula, para a sua aprendizagem, apesar de questionar o entendimento dos alunos sobre a resolução de problemas.

Sem dúvida que uma integração adequada da tecnologia e materiais manipuláveis na sala de aula de Matemática contribui para esta receção positiva dos alunos à resolução de problemas em Geometria (Lopes, 2010). O desenvolvimento da tecnologia, em particular a disponibilidade crescente de computadores e de programas de geometria dinâmica nas escolas, proporciona mais e melhores meios para que a ênfase no ensino incida mais nos aspetos conceptuais da Matemática e menos nos seus aspetos mais mecânicos (Candeias, 2005). Em particular, o recurso ao *software* de geometria dinâmica para a resolução de problemas de Geometria permite ao aluno construir os seus próprios modelos, manipulá-los, respeitando a sua estrutura, e assim estudar as suas propriedades. Além disso, os ambientes de geometria dinâmica possibilitam a formulação e teste de conjeturas, ajudando os alunos num processo complexo como o da demonstração (Candeias, 2005; Ferreira, 2007; Raposo, 2011; Van de Walle, 2001).

Num estudo sobre aprendizagem em Geometria, realizado por Candeias (2005), foi positiva e determinante a utilização de um ambiente de geometria dinâmica (GSP – Geometer's Sketchpad) em diferentes experiências de aprendizagem, em particular na Resolução de Problemas. O autor concluiu que os alunos, apesar de enfrentarem tarefas desafiantes e exigentes, resolveram a maioria dos problemas propostos com recurso a construções no computador, tendo este sido um meio facilitador da construção de um repertório significativo de estratégias de resolução de problemas e da compreensão de conceitos geométricos.

Se o GSP tem custos de utilização, o *Geogebra* é um *software* de utilização livre que, além desta vantagem, permite efetuar conexões várias, destacando-se as conexões entre a Geometria e a Álgebra (Raposo, 2011). O *Geogebra*, e outras tecnologias semelhantes, pode ainda funcionar como um referencial das aprendizagens, como ponto de partida e/ou de apoio ao trabalho colaborativo dos alunos, dentro e fora da sala de aula, podendo contribuir para melhorar essas mesmas aprendizagens.

2.3 Desenvolvimento Profissional do Professor

Neste trabalho, a noção de desenvolvimento profissional está associada ao desenvolvimento do conhecimento profissional do professor. Embora existam várias perspetivas de conhecimento profissional do professor (por exemplo, Shulman (1986) e Ponte (1999)), recorro ao conceito de conhecimento profissional do professor apresentado por Montero (2005, citado por Roldão, 2008), que se apoiou em sínteses de diversas abordagens, sustentadas em inúmeros estudos de caso. Assim, o conhecimento profissional do professor é entendido como

> o conjunto de informações, aptidões e valores que os professores possuem, em consequência da sua participação em processos de formação (inicial e em exercício) e da análise da sua experiência prática, uma e outras manifestadas no seu confronto com as exigências da complexidade, incerteza, singularidade e conflito de valores próprios da sua atividade profissional; situações que representam, por sua vez, oportunidades de novos conhecimentos e de crescimento profissional. (Roldão, 2008, p. 178)

O conhecimento profissional do professor é, assim, um conceito em construção progressiva, sendo da responsabilidade do próprio, que deve assumir uma postura de empenhamento formativo (Ribeiro, 1999).

De acordo com Pimentel (2011), o conteúdo do conhecimento do professor de Matemática pode ser desdobrado em três dimensões: o conhecimento matemático, o conhecimento didático e o conhecimento curricular. Estas três dimensões do conhecimento profissional do professor são as preconizadas no documento oficial do programa de formação contínua, no qual este estudo se baseia.

2.3.1 Formação contínua e desenvolvimento profissional do professor

Se o conhecimento profissional do professor é um conceito em constante progressão, o mesmo se passa em relação ao desenvolvimento profissional do professor, que pode ser entendido então como um: "conjunto de todas as experiências formais e informais ao longo da carreira do professor desde a formação inicial até à reforma" (Ribeiro, 1999, p. 55). O desenvolvimento profissional do professor pode processar-se de diferentes formas e processos: frequência de cursos ou outras atividades (projetos, trocas de experiências, participações em encontros, etc.) ou através de diversas estratégias nas quais se incluem processos de autoquestionamento, leituras individuais, reflexões, etc. (Ponte, 2005, Ribeiro, 1999).

A formação contínua de professores contribui para o desenvolvimento profissional do professor pois é um meio através do qual o professor pode ir renovando e alterando as suas conceções e práticas, promovendo, no professor, maior segurança, autonomia, iniciativa e capacidade de reflexão (Pimentel, 2011; Ponte, 2008). Como prática frequente, a formação contínua surgiu apenas no início dos anos 90 mas verificou-se uma evolução nos últimos anos. Atualmente já "não se pretende cursos ou sessões de formação em que o formador ensinava teorias e técnicas, mas completamente desligados da prática" (Pimentel, 2011, p. 6). Pretende-se da formação contínua não só desenvolver o conhecimento matemático do professor, mas, e em simultâneo, potenciar experiências que envolvam os professores na ação, destacando a reflexão, partilha e discussão dessas experiências.

A própria legislação sobre a formação contínua reforça a sua importância para o desenvolvimento profissional do professor. Nas alterações introduzidas ao Regime Jurídico da Formação Contínua de Professores pelo Decreto-Lei nº 15/2007, de 19 de janeiro, está consignada a relação entre a formação contínua e o desenvolvimento profissional do professor, quando, na alínea a) do artigo 33º, se lê que o professor pode:

> Sem prejuízo do cumprimento dos programas ou prioridades definidos pelos serviços centrais ou regionais do Ministério da Educação ou pelo agrupamento de escolas ou escola não agrupada, escolher as ações de formação que mais se adequem ao seu plano de desenvolvimento profissional. (s/p)

Vários autores consideram a formação contínua de professores uma área de intervenção fundamental no âmbito da melhoria do ensino em Portugal, uma vez que consideram o professor o principal agente de mudança. Marques (2004), citando Nóvoa (1997), defende que uma melhoria da formação contínua dos professores poderá ser um caminho para uma melhor educação, de modo a que cada geração de jovens seja capaz de enfrentar os desafios do mundo em mudança.

Também Moreira, Lima e Lopes (2009), num trabalho realizado para avaliar o sistema de formação contínua em vigor em Portugal desde 1992, referem que a formação contínua é "um grande investimento na política educativa em Portugal, como forma de melhorar o sistema educativo, através da qualificação e da capacitação do corpo docente das escolas" (p. 893). Seabra e Martinho (2009), apoiadas em Ponte (1998, 2008) referem também a importância da formação contínua para o desenvolvimento profissional do professor, uma vez que os professores em Portugal têm sido confrontados, desde os anos 80 do século passado, com problemas relacionados com a massificação do ensino e, mais recentemente, com a implementação de um novo Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007).

Não só estes (e muitos outros) trabalhos relativamente recentes mas também outros documentos mais antigos, como o relatório *Matemática 2001* (APM, 1998), reforçam que os conhecimentos abordados/aprofundados em contextos de formação contínua devem estar ligados à prática docente, ajudando o professor a enfrentar as mudanças e incentivando o aperfeiçoamento das suas práticas. Outro aspeto que gostaria de realçar (e que se relaciona com o facto de o presente estudo se desenrolar num quadro de mudança curricular) relaciona-se com o facto de a investigação apontar para uma estreita relação entre, por um lado, o conhecimento e a formação dos professores e, por outro, o sucesso das reformas e a melhoria das aprendizagens dos alunos (Pimentel, 2011).

Perspetivas sobre formação contínua de professores

Segundo Ribeiro (1999), o papel da formação contínua de professores, na perspetiva dos formadores de professores, oscila entre dois polos "…por um lado a formação visaria transmitir teorias produzidas pelas Ciências da Educação e, por outro, visaria sobretudo desenvolver habilidades do educador através da reflexão sobre a prática" (p. 46). Os professores são os visados na sua formação contínua mas, como refere Ribeiro (1999), "é preciso que o professor tenha vontade de mudar" (p. 47). A autora, apoiada em Cró (1998), levanta questões relacionadas com as conceções dos professores sobre a sua própria aprendizagem e sobre o seu desenvolvimento profissional, o que inclui a sua visão de mudança de práticas.

Os trabalhos de Schön (1987) contribuíram para que a reflexão sobre a prática profissional tenha vindo a adquirir uma importância crescente na formação contínua de professores. Schön defende que reconhecer a prática letiva e questionar essa prática podem conduzir à transformação e melhoria do ensino. Assim, a formação contínua que envolve uma reflexão sobre a prática profissional terá maior impacto nas atividades e experiências de ensino.

Importa, pois, analisar as perspetivas dos professores sobre a formação contínua. A análise que faço aqui é baseada em Marques (2004). O autor identifica três perspetivas: a reflexiva, a construtivista e a interativa-reflexiva, esta última congregando características das outras duas. Apoiado em Schön (1987), Marques (2004) refere que a perspetiva de formação *reflexiva*, em que a análise da prática letiva vincula novos conhecimentos, sendo fonte de novos saberes, se opõe a uma perspetiva técnica da formação, que vê a sala de aula como recetáculo de conhecimentos adquiridos. A perspetiva reflexiva de formação contínua promove a autonomia do professor na orientação do seu desenvolvimento profissional, e favorece a autoformação.

A perspetiva *construtivista* de formação contínua, segundo Marques (2004), surgiu como contraponto ao modelo tradicional, tecnicista, em que os alunos (formandos) são vistos como entidades passivas e o professor (formador) como um técnico e consumidor de conhecimentos. O foco da formação contínua numa perspetiva construtivista está em quem aprende e não em quem ensina. Este modelo apela a uma visão de aprendizagem como um processo ativo e interativo, em que o aluno (formando), o professor (formador) e a escola intervêm conjuntamente. O professor (formador) é visto como um “sujeito em contexto, potencial transformador de ambientes” (Marques, 2004, p. 23). Uma iniciativa de formação contínua, segundo o autor, deverá, entre outras potencialidades, envolver os professores (formandos) na resolução de problemas no contexto específico da sua escola, encorajar os professores (formandos) a sugerir causas para problemas educacionais, bem como predizer consequências para os mesmos. Nesta perspetiva existe uma corresponsabilização do professor no seu desenvolvimento profissional (Marques, 2004).

Marques (2004) apresenta uma outra visão de formação contínua como prática reflexiva, com base no trabalho de Chantaraune-Demaille (1997), chamada *interativa-reflexiva*. Marques sugere esta terceira perspetiva como oposição a outra perspetiva atual sobre formação contínua de professores baseada nas ideias de Zeichner (1997). Segundo este autor, a formação contínua de professores tem o caráter de uma ciência aplicada cujo objetivo é resolver os problemas ou dificuldades inerentes à prática letiva, usando as teorias educacionais, e pode melhorar com o envolvimento direto e ativo da comunidade em que a escola se insere. No entanto Marques (2004), adverte para que esta perspetiva poderá ter o risco de centrar a formação contínua numa reprodução de padrões externos à escola, opinião que também partilho. Enquadram-se na perspetiva interativa-reflexiva as formações que pretendem resolver problemas reais do ensino através do trabalho colaborativo, atividades reflexivas, trabalho de equipa. Em síntese, segundo Marques (2004), a perspetiva reflexiva valoriza a transmissão de conhecimentos, a perspetiva construtivista enfatiza os processos de pesquisa colaborativa, e a perspetiva interativa-reflexiva agrega as características das outras duas. Como irei descrever no terceiro capítulo deste trabalho, a ação de formação contínua sobre a qual se desenrolou a presente investigação insere-se na última perspetiva apresentada por Marques (2004).

Formação contínua em Portugal

De acordo com Moreira e colaboradores (Moreira et al., 2009), o sistema português de formação contínua procura dar resposta

> a três intenções convergentes que se prendem com as opções individuais de formação, com as dinâmicas institucionais e com a lógica de mudança do sistema educativo, missão essa que emerge das alterações que têm vindo a ser introduzidas pelos sucessivos diplomas legais regulamentadores do sistema de formação contínua. (p.896)

Moreira e colaboradores (Moreira et al., 2009) elaboraram uma síntese histórica dos diplomas legais que têm regulamentado a formação contínua em Portugal. Assim, a primeira referência à formação contínua de professores surge no artigo 35º da Lei de Bases de Sistema Educativo (Lei 46/86). A ligação à progressão da carreira surge com o Decreto-Lei nº 344/89, de 11 de outubro. Este diploma legal reconhece ainda a importância da formação contínua nos domínios das competências científica e pedagógica.

Em 1992, é aprovado o Decreto-Lei nº 249 que realça a melhoria da qualidade de ensino como uma das finalidades da formação contínua. Este decreto refere que as instituições de ensino superior estão especialmente vocacionadas para a formação contínua, aparecendo, no entanto, outras entidades que podem levar a cabo ações de formação. E entre estas estão os centros de formação das associações de escolas resultantes de agrupamentos de escolas de uma determinada área geográfica, definida pelo Ministério da Educação. O Regime Jurídico da Formação Contínua, que está em vigor desde 1992, tem por quadro os termos de referência para essa formação aprovados pelo Ministério da Educação.

O Decreto-Lei nº 249 refere ainda a necessidade de se organizar o Conselho Coordenador de Formação Contínua de Professores. São definidas as áreas de formação, a saber: (1) as Ciências da Educação, a par das Ciências das Especialidades de Ensino/Aprendizagem; (2) a Prática e Investigação Pedagógicas; (3) a Formação Pessoal, Deontológica e Sócio Cultural; (4) a Língua e Cultura

Portuguesas; e (5) as Técnicas e Tecnologias de Informação. São também indicadas as modalidades que a formação pode assumir, nomeadamente: (1) os Cursos de Formação; (2) os Módulos; (3) a Frequência de disciplinas singulares no Ensino Superior; (4) os Seminários; (5) as Oficinas; (6) os Estágios; (7) os Projetos; e (8) os Círculos de Estudos (Moreira et al., 2009). Mais à frente desenvolverei um pouco acerca destas modalidades de formação contínua.

A publicação do Decreto-Lei nº 274/94 dá uma nova redação ao Decreto-Lei nº 249/92 e cria, em substituição do Conselho Coordenador da Formação Contínua de Professores, um órgão de caráter Científico-Pedagógico, designado por Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua (CCPFC). Posteriormente, a publicação do Decreto-Lei nº 207/96, de 2 de novembro, introduz algumas alterações à regulamentação da formação contínua de professores. Destaco: (1) o estabelecimento das finalidades da formação contínua que visam a valorização pessoal e profissional do docente em estreita articulação com o trabalho que desenvolve a nível do seu estabelecimento de ensino; (2) as áreas de formação; (3) as entidades com competência para a realização de ações de formação contínua; e (4) a composição e as atribuições do CCPFC.

No Decreto-Lei nº 207/96, de 2 de novembro, é também criada como nova área de formação, as Ciências da Especialidade, que constituem matéria curricular nos vários níveis de educação. A par destas alterações, reconhece-se ainda como entidades formadoras os centros de formação de associações de escolas e os centros de formação de associações profissionais ou científicas sem fins lucrativos.

De acordo com o CCPFC, os objetivos da formação contínua englobam: (1) melhorar a qualidade do ensino e das aprendizagens; (2) aperfeiçoar competências dos professores nos vários domínios da atividade educativa; (3) estimular a autoformação, a prática de investigação e a inovação; (4) promover o desenvolvimento de competências e a aquisição de capacidades que favoreçam a construção da autonomia de escolas e de profissionais; (5) estimular processos de inovação passíveis de gerar dinâmicas formativas; e (6) apoiar programas de reconversão e mobilidades profissionais e o complemento de habilitações.

O Decreto-Lei nº 207/96 enuncia também novos objetivos de formação, que reforçam a autoformação dos docentes e a prática de inovação educacional, no compromisso de dar resposta a necessidades de formação identificadas e manifestadas pelos estabelecimentos de educação e ensino associados e pelos respetivos educadores e professores. Além disto, apresenta como novas competências a desenvolver pela formação contínua: (1) coordenar e apoiar projetos de inovação dos estabelecimentos de educação e ensino associados; e (2) promover a articulação de projetos desenvolvidos pelas escolas com os órgãos de poder local. A ênfase nestas duas competências parece-me refletir um esforço para envolver a comunidade e impulsionar a autonomia das escolas.

O Despacho 16794/2005, de 3 de agosto, estabelece que, para a progressão na carreira, pelo menos 50% dos créditos a completar pelos professores por cada ano letivo deve respeitar a área de docência do professor. Esta recomendação é reforçada pelo Decreto-Lei nº 15/2007, de 19 de janeiro, mais conhecido por Estatuto da Carreira Docente, aumentando para um mínimo de dois terços as ações de formação a frequentar na área científico-didáctica que o docente leciona.

Outro aspeto que me parece importante realçar está relacionado com as áreas de formação que, por sua vez, estão relacionadas com os domínios do desenvolvimento profissional do professor. Esta informação consta da Circular n.º 7/2006, da Direção-Geral dos Recursos Humanos da Educação sobre a aplicação do Despacho 16794/2005, de 3 de agosto, acerca do conceito de área de formação adequada:

> ações que, tendo por referência a área ou disciplina curricular do seu âmbito específico de docência, com aplicação direta em sala de aula, visem a atualização e o aperfeiçoamento científico e/ou que se orientem para a melhoria das práticas de ensino aprendizagem, seja por efeitos de atualização e aperfeiçoamento das didáticas específicas ou seja por produção e/ou atualização de novos materiais ou equipamentos pedagógicos. (p.1)

2.3.2 Tipos e modalidades de formação contínua de professores

Marques (2004) identificou três tipos de formação contínua (que se mantêm atualmente, em Portugal): a voluntarista, a adaptativa e a preventiva. A formação contínua de professores *voluntarista* tem origem na escola como apoio aos projetos apresentados pelos professores, fruto da sua vontade de se desenvolverem, num contexto de experimentação e inovação.

A formação contínua de professores *adaptativa* deriva de projetos oficiais de inovação educacional, tais como currículos escolares, metodologias de ensino ou avaliação dos alunos. Este tipo de formação surge a partir da identificação de necessidades dos professores, como problemas específicos do desempenho, mudanças marcantes nos contextos de trabalho nas escolas ou ainda inovações importantes ao nível científico-tecnológico e educacional. Por último, a formação contínua de professores *preventiva*, também denominada por Marques (2004) por formação de *manutenção*, tem como objetivo atualizar regularmente conhecimentos e competências necessárias a um bom desempenho dos professores na sua função escolar.

No Decreto-Lei nº 249, de 1992, são definidas as modalidades que a formação contínua de professores pode assumir e que já listei anteriormente. Apresento, de seguida, e com base em Marques (2004), as principais características das modalidades de formação contínua atualmente disponibilizadas pelos centros de formação: (1) curso de formação; (2) oficina de formação; e (3) projeto de formação.

Os *cursos de formação* são ações centradas no saber e no saber-fazer, bem como na transmissão de conhecimentos profissionais. Têm como finalidade desenvolver no professor competências que deem resposta a necessidades do sistema de ensino. O objetivo das *oficinas de formação* é resolver ou aprofundar um problema (por exemplo, uma revisão curricular), desenvolvendo saberes e práticas orientados para a conceção de procedimentos ou materiais didáticos que melhorem a intervenção educativa do professor. Finalmente, na modalidade de *projeto de formação*, o objetivo é o desenvolvimento de metodologias de investigação-ação, centradas na realidade de cada escola. Faço em seguida algumas considerações sobre as oficinas de formação pois esta modalidade de formação contínua constituiu um contexto determinante na condução da presente investigação.

No Regulamento para Acreditação e Creditação de Ações de Formação, na modalidade de oficina de formação, pode ler-se que esta é:

> …uma modalidade de formação contínua dominantemente realizada segundo componentes do saber-fazer prático ou processual, orientada para os seguintes objetivos:
>
> a) Delinear ou consolidar procedimentos de ação ou produzir materiais de intervenção, concretos e identificados, definidos pelo conjunto de participantes como a resposta mais adequada ao aperfeiçoamento das suas intervenções educativas;

b) Assegurar a funcionalidade (utilidade) dos produtos obtidos na oficina, para a transformação das práticas;

c) Refletir sobre as práticas desenvolvidas;

d) Construir novos meios processuais ou técnicos. (p.1)

Na minha opinião, esta modalidade de formação contínua, tal como as outras que foram mencionadas, contribuirá para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática conferindo-lhe, entre outros aspetos, maior capacidade para experimentar novas abordagens e refletir sobre elas de forma colaborativa, potenciando, dessa forma, o sucesso da disciplina. Como sugerem Alarcão e Roldão (2008), "quando a reflexão é de natureza colaborativa e colegial, e incide sobre a atividade investigativa, a resolução de problemas, a análise de situações educativas e as interações em contexto diversificados, apresenta-se como estratégia de grande potencial formativo" (p. 30).

O Ministério da Educação, a partir de 2006, lançou um programa de ações de formação diretamente relacionadas com o PMEB (ME, 2007), sobre os quatro grandes temas deste programa, e focadas nos 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico (uma vez que o Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo já estava no terreno). Estas ações de formação contínua foram coordenadas pela equipa de autores do PMEB e seguiram um formato geral, mais ou menos estandardizado, na modalidade de oficina de formação.

Nestas oficinas de formação, além do trabalho autónomo dos formandos, houve uma forte componente de trabalho de grupo, presencial. Existiram sessões presenciais que incluíam exposições breves acerca do documento do PMEB e exposições temáticas, alternando com momentos mais interativos nos quais se relatavam experiências e se esclareciam eventuais dúvidas. Nas sessões presenciais, os formandos envolveram-se em trabalho conjunto, de natureza reflexiva ou prática. Como já referi anteriormente, o trabalho de natureza reflexiva é muito importante. Pimentel (2011), apoiada em Serrazina (2002) e em Ball (2009) defende que a reflexão do professor sobre as implicações da sua prática abre novas possibilidades para a ação e só desta forma lhe permitir evoluir na sua prática de ensino.

As sessões presenciais das oficinas de formação foram pensadas para estar separadas no tempo pela aplicação, no terreno, das propostas dos materiais produzidos durante essas mesmas sessões presenciais, fruto de trabalho conjunto. De facto, a aprendizagem da Matemática baseia-se na atividade do aluno, que depende das situações de aprendizagem que o professor lhe propõe e de como as gere em contexto de sala de aula (Ponte, 2005). Daí que a seleção, adaptação ou criação de tarefas seguida pela implementação em sala de aula e reflexão sobre as aprendizagens dos alunos fosse um aspeto importante destas oficinas de formação. Em geral, as oficinas de formação terminavam com a apresentação das reflexões realizadas sobre o trabalho empírico realizado, em plenário e presencialmente, possibilitando a partilha e a reflexão entre pares.

Na investigação desenvolvida por Marques (2004), o autor refere uma recomendação do CCPFC, em 1998, para a melhoria da formação contínua de professores em Portugal. Esta recomendação aponta para a necessidade de proporcionar uma formação contínua contextualizada no trabalho da escola. Segundo Marques (2004), a formação contínua não conseguirá motivar os professores se valorizar a uniformização dos produtos e dos processos de formação e se a sua conceção for da responsabilidade de especialistas exteriores à escola. O autor refere que a formação contínua, para ser bem sucedida, terá que ter ligação íntima às práticas pedagógicas, gestão escolar e necessidades dos professores.

Assim, Marques (2004) defende que a formação contínua de professores deverá evoluir para um modelo de comunidade de desenvolvimento profissional. Deverá ainda desenvolver as relações necessárias entre as Ciências da Educação e a disciplina que o professor leciona, focando problemas práticos que o professor enfrenta ao nível da sala de aula, promovendo a reflexão, e adaptando-se à vida profissional do professor.

As recomendações de Marques (2004), no sentido de melhorar a formação contínua, são corroboradas por Moreira e colaboradores (Moreira et al., 2009) num estudo avaliativo que realizaram sobre a formação contínua em Portugal. Da análise dos planos de formação contínua, entre 1998 e 2003, as autoras destacam "o predomínio da modalidade de curso de formação, caracterizada por ser uma modalidade de curta duração, de natureza transmissiva, cujo referencial é o professor não inserido nos contextos da escola" (p. 899). Assim, a modalidade de formação mais frequente parece não ir ao encontro das recomendações avançadas por Marques (2004). No mesmo estudo, Moreira e colaboradores (Moreira et al., 2009) constatam que os professores tipicamente não colaboram na elaboração do seu plano de formação:

> O enunciar das necessidades de formação que se consubstancia na construção do plano de formação de cada centro, resulta largamente dos contributos do diretor do centro de formação, da comissão pedagógica, das propostas das escolas associadas, de sugestões e/ou pedidos de grupos de docentes. (p. 900)

A partir de 2001, as autoras observaram uma diminuição dos cursos de formação e um aumento das modalidades de projeto e oficina de formação. Até hoje verifica-se sobretudo a predominância da modalidade de oficina de formação (Moreira et al., 2009).

Em termos da orientação formativa dos planos propostos pelos centros de formação, ela fundamentou-se, a partir de 2005, na pertinência das áreas prioritárias definidas pelo Ministério da Educação e em função das solicitações das escolas associadas (a esses centros de formação) relativamente à formação na área das Ciências da Especialidade; neste âmbito, destacaram-se o PMEB (ME, 2007) e as novas tecnologias (Moreira et al., 2009). Como consequência do congelamento da progressão na carreira, em 2006, verificou-se uma diminuição de participação de formandos em iniciativas de formação contínua. No ano de 2007, as ações de formação foram enquadradas na missão Computadores, Redes e Internet na Escola – Tecnologias de Informação e na Rede de Bibliotecas Escolares (RBE), continuando a ser privilegiada a modalidade de oficina de formação.

Moreira e colaboradores referem ainda a ausência, nos relatórios dos centros de formação, de informação sobre o impacto da formação contínua nas práticas dos professores (Moreira et al., 2009). Apenas constam dos referidos relatórios as avaliações da ação de formação feitas pelos formandos. Assim, não conhecendo o impacto da formação contínua nas práticas pedagógicas dos professores, não será possível conhecer o impacto da formação contínua na qualidade do ensino e das aprendizagens.

2.3.3 Alguns estudos sobre formação contínua de professores

Apesar de existirem vários estudos no âmbito formação contínua de professores de Matemática em Portugal, destaco aqui seis deles. Os motivos para esta seleção relacionam-se com a proximidade que têm com o presente estudo, seja ao nível dos objetivos de investigação, seja ao nível do contexto em que se realizaram, isto é, a implementação do PMEB (ME, 2007).

Ribeiro (1999) realizou um estudo envolvendo quatro professoras de Matemática do Ensino Secundário que frequentaram uma ação de formação sobre o uso das novas tecnologias (calculadora gráfica e o programa *Cabri II*). Este estudo decorreu durante o período de reajustamento do programa de Matemática para o Ensino Secundário, que decorreu entre os anos letivos de 1997/98 e 1999/00. O objetivo da autora era estudar a influência da formação contínua de professores no seu desenvolvimento profissional, bem como os fatores que influenciam os efeitos dessa formação. Ribeiro (1999) concluiu que todas as professoras envolvidas concordavam com a institucionalização das novas tecnologias nos programas de Matemática do Ensino Secundário. Atribuíam-lhe um valor pedagógico positivo em termos de motivação para os alunos, considerando-as uma forma de ultrapassarem técnicas repetitivas e morosas e destacavam os benefícios que proporcionam em termos de visualização. No entanto, nenhuma das professoras envolvidas considerou que o uso da tecnologia iria melhorar a qualidade do ensino.

Em termos de impacto da formação, Ribeiro (1999) refere que se verificou a integração da calculadora por parte das professoras nas suas práticas de sala de aula. No entanto, as suas experiências de sala de aula com a calculadora levantaram novos problemas, dificuldades e desafios, o que levou a procurarem aprofundamento no domínio das calculadoras, influenciando o seu desenvolvimento profissional. Quanto à formação em *Cabri II,* Ribeiro (1999) verificou falta de impacto em termos de práticas das professoras envolvidas no estudo, motivada sobretudo pela ausência de equipamentos nas escolas.

Apesar de o impacto da ação de formação nas práticas das professoras não ter sido significativo (na perspetiva das próprias professoras), Ribeiro (1999) sugeriu como ponto forte desta formação sobre calculadoras e *Cabri II,* a sua utilização para a abordagem de alguns conteúdos. No entanto, apontou um aspeto não conseguido, mas importante, desta formação: não ter privilegiado atividades relacionadas com a resolução de problemas. Neste estudo a autora não observou as práticas das professoras envolvidas no estudo. Além disso, faltou uma certa componente prática nesta ação de formação, por ter sido na modalidade de curso.

Pimentel (2011) conduziu um estudo contextualizado no Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo do Ensino Básico. Este programa de formação contínua tem características inovadoras a nível nacional, uma vez que inclui as seguintes vertentes fundamentais: (1) sessões conjuntas de formação; (2) prática de sala de aula acompanhada pelo formador; (3) trabalho autónomo; e (4) reflexão sobre a prática. Pimentel (2011) verificou uma forte evolução no conhecimento profissional dos professores envolvidos naquele programa. A eficácia desta formação, na opinião da autora, relacionou-se com a vertente mais inovadora desta formação: o acompanhamento em sala de aula.

Seabra e Martinho (2009) e Dias (2010) realizaram estudos em contextos de formação contínua de professores (do 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico, respetivamente), na modalidade de oficina de formação, no âmbito do plano de implementação do PMEB (ME, 2007). Nestas formações, oferecidas pela DGIDC na modalidade de oficina, não existiu acompanhamento da prática de sala de aula pelo formador. Os resultados destes dois estudos evidenciaram que estas oficinas de formação proporcionaram condições para a implementação de estratégias de ensino diversificadas e inovadoras, indo ao encontro das recomendações do PMEB. Os formandos mostraram ter ficado mais esclarecidos relativamente a vários aspetos do PMEB e consideraram a formação um espaço importante de discussão e partilha, potenciador de práticas letivas inovadoras, contribuindo para o seu desenvolvimento profissional (Dias, 2010; Seabra, 2009).

Apesar dos contributos da formação contínua, na modalidade de oficina de formação, para o desenvolvimento profissional dos professores, é minha perceção que esta não é suficiente para que se alterem as práticas de sala de aula, ou seja, o impacto, ao nível da sala de aula, do que é abordado na oficina de formação pode ser limitado. Existem casos em que os professores não simpatizam com o conteúdo da oficina sendo a frequência da formação imposta, por exemplo, para progressão na carreira.

É também muito frequente encontrar professores relutantes em adotar e implementar práticas inovadoras quando desafiados por diferentes abordagens de ensino (Leikin, 2011). Nestes casos, e em particular no que toca ao PMEB (ME, 2007), os professores podem sentir-se incapazes de transpor as novas exigências para a sua prática. Noutras situações, as oficinas de formação podem funcionar sob medida, isto é, formatadas e como forma de assegurar um tipo de assistência técnica. E existem ainda os casos em que os professores, sozinhos, na sala de aula, têm dificuldade em transpor as condutas abordadas, não beneficiando de colegas ou do formador para se consciencializarem e refletirem sobre as suas experiências. O medo de fracassar e tentar de novo levar à prática, poderá, na minha opinião, impedir que se opere uma incorporação das orientações abordadas por parte dos professores.

No âmbito deste trabalho, é pertinente referir ainda uma investigação de Thurler (2002) sobre o desenvolvimento profissional do professor de acordo com os paradigmas das novas práticas escolares. A autora baseia o seu estudo em quatro abordagens complementares sobre o desenvolvimento profissional do professor: (1) reciclagens pontuais segundo o princípio da pulverização; (2) desenvolvimento de competências didáticas e pedagógicas; (3) análise de situações educativas complexas; e (4) cooperação contínua numa organização aprendiz. Neste referencial, a autora defende que o desenvolvimento profissional não deve depender apenas de fatores externos, por exemplo, o tempo em que decorre uma oficina de formação. Os professores devem, em paralelo, construir múltiplas redes de colaboração (trabalho colaborativo local, colaboração com redes de pesquisa, universidades, contribuição com publicações, participação em seminários e encontros, reflexões de todo o tipo). A autora designou este conjunto de apoios como rede de pessoas-recurso. Esta rede fornece ao professor apoio para resolver problemas, solicitando a sua intervenção pontualmente ou a longo prazo. O estudo desta autora parece-me importante para iluminar a presente investigação, na medida em que reforça a importância de que o desenvolvimento profissional do professor não se limita ao espaço em que decorre.

No estudo de Leikin (2011), sobre o impacto de uma formação de professores nas suas práticas, a autora procurou investigar como é que os professores, após a participação numa iniciativa de formação (contínua), implementavam tarefas de um certo tipo: tarefas com soluções múltiplas. Importa clarificar o sentido desta expressão – as tarefas com soluções múltiplas são tarefas em que é pedido explicitamente ao aluno que as resolva de várias maneiras. Inerente no texto de Leikin (2011) está a ideia de que estas tarefas se tratam de problemas, usando o quadro conceptual de Ponte (2005). A escolha deste tipo de tarefas assentou no facto de elas constituírem uma novidade para os professores envolvidos no estudo de Leikin (2011).

Foram identificados quatro estilos de implementação de tarefas com soluções múltiplas que caracterizam as formas como os professores, após a frequência de uma ação de formação sobre este tipo de tarefas, as usaram com os seus alunos em sala de aula: (1) implementação simples; (2) implementação adaptativa; (3) implementação direta; e (4) implementação inventiva (Leikin, 2011). Num estilo de *implementação simples*, "os professores simplesmente escolheram problemas que podem ser resolvidos pelo menos duas de formas diferentes, [e] que são normalmente prescritos pelo currículo" (Leikin, 2011, p. 10). Neste estilo, os professores solicitam soluções aos alunos e vão apoiando as suas explicações, focando a discussão nas preferências dos alunos por esta ou aquela resolução e nas dificuldades que eles associam a cada resolução.

Num estilo de *implementação adaptativa*, os professores fizeram adaptações às tarefas trabalhadas no curso de formação e que escolheram para levar à sala de aula. Essas adaptações "foram baseadas nas suas perceções acerca da adequabilidade das tarefas aos seus alunos. Normalmente, os professores limitaram o 'espaço de soluções'" (Leikin, 2011, p. 10). Em quase todas as aulas em que existiu implementação adaptativa, os professores concentraram-se na revisão de conhecimentos ou procedimentos previamente adquiridos.

Num estilo de *implementação direta*, os professores usaram nas suas aulas materiais que lhes foram fornecidos durante o curso de formação sem efetuarem qualquer modificação. Os professores procuraram realçar abordagens inovadoras às tarefas propostas aos alunos, tornando as suas aulas matematicamente ricas pelo estabelecimento frequente de conexões matemáticas. Este estilo de implementação foi usualmente precedido pelo estilo de implementação adaptativa (Leikin, 2011).

Finalmente, num estilo de *implementação inventiva*, os professores elaboraram tarefas com soluções múltiplas originais que lhes permitissem atingir os objetivos de aprendizagem traçados para os seus alunos. Este estilo exige uma "escolha cuidadosa dos problemas matemáticos" (Leikin, 2011, pp. 10-11). Este estilo de implementação foi raramente observado e aconteceu quando o objetivo da aula era o ensino de conteúdos novos.

Leikin (2011) concluiu que os estilos de implementação de tarefas (com soluções múltiplas) se relacionavam com os objetivos de aprendizagem traçados. As aulas em que existiu um estilo de implementação simples tinham como objetivo a revisão de conteúdos já lecionados. Os "estilos de implementação adaptativa e direta permitiram alcançar objetivos de aprendizagem mais complexos: revisão e mobilização de ferramentas previamente usadas para novas situações" (Leikin, 2011, p. 12). Apenas numa aula, das duas observadas a cada um dos doze professores envolvidos no estudo, foi evidente o estilo de implementação inventiva, proporcionando a aprendizagem de novos conteúdos. As razões apresentadas pelos professores que não usaram tarefas com soluções múltiplas nas suas aulas estavam relacionadas com as suas conceções sobre o processo de ensino-aprendizagem: falta de tempo e o facto de não serem apropriadas para os seus alunos, pois estes teriam dificuldades em trabalhar com diferentes resoluções. Por outro lado, os professores que usaram as tarefas com soluções múltiplas nas suas aulas afirmaram que o seu uso melhora a discussão matemática na sala de aula, potenciando um avanço no conhecimento matemático dos alunos (Leikin, 2011).

Leikin (2011) considera que é difícil quebrar com crenças preexistentes antes da formação sobre o recurso a tarefas com múltiplas soluções. Apesar de não ser simples, considera que existe um mecanismo que pode ajudar nessa rutura: os professores devem experimentar com sucesso a sua implementação na sala de aula, de modo a que possam mudar de opinião.

De seguida (Quadro 3), apresento uma síntese de alguns fatores que potenciam a eficácia das ações de formação, de acordo com os estudos analisados previamente:

Estudos	Ribeiro (1999)	Thurler (2002)	Seabra (2009) Dias (2010)	Pimentel (2011)	Leikin (2011)
Fatores que potenciam a eficácia das ações de formação	Implementação do programa do Ensino Secundário. Obrigatoriedade das calculadoras gráficas Incentivo ao uso de tecnologias (ex., *Cabri II*).	Construção de redes de colaboração (pessoas-recurso) em paralelo com a formação.	Implementação do PMEB. Esclarecimento de aspetos do PMEB. Oportunidades de partilha, discussão e reflexão.	Acompanhamento em sala de aula.	Experiência com sucesso da implementação de tarefas na sala de aula, para alterar as conceções.

Quadro 3: Fatores que potenciam a eficácia das ações de formação

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

Este estudo debruça-se sobre a influência da formação contínua de professores de Matemática, no âmbito do PMEB (ME, 2007) nas conceções e práticas dos professores de Matemática, especialmente no que concerne ao processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico e à importância da Resolução de Problemas nesse processo. Nas próximas secções, descrevo as principais opções metodológicas que tomei para conduzir esta investigação, focando, em particular, os métodos de recolha de dados e os procedimentos de análise da informação recolhida.

3.1 Opções Metodológicas

Este trabalho seguiu uma metodologia de investigação de natureza qualitativa e caráter interpretativo baseada em dois estudos de caso. O paradigma qualitativo está na base de toda a metodologia de investigação deste trabalho, pois a atribuição de significado, pelos atores (os professores) aos seus atos (as suas conceções e práticas) foi um dos aspetos a investigar (Bogdan & Biklen, 1994). O estudo de caso é um design de investigação que permite abordar de forma aprofundada os significados referidos anteriormente (Yin, 2002).

Os estudos de caso têm contribuído para um melhor conhecimento dos problemas da prática e das instituições educativas (Bodgan & Biklen, 1994; Yin, 2002). Um estudo de caso é, segundo Ponte (2006), uma investigação assumidamente particularística, dado que incide de forma deliberada “sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspetos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico” (p. 3). Este tipo de estudos tem também uma natureza fortemente descritiva, uma vez que “o investigador não pretende intervir sobre a situação, mas dá-la a conhecer tal como ela lhe surge" (Ponte, 2006, p. 4). Como afirmam Carmo e Ferreira (1998), "os investigadores interessam-se mais pelo processo de investigação do que unicamente pelos resultados que dela recorrem" (p. 180).

No entanto, um estudo de caso pode ir mais além do que fornecer uma descrição detalhada da realidade, ou melhor, de uma parte da realidade que se pretende estudar. Na opinião de Ponte (2006), um estudo de caso "pode interrogar a situação. Pode confrontar a situação com outras situações já conhecidas e com as teorias existentes. Pode ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futura investigação" (p. 4).

Ora, uma vez que pretendi, com o presente estudo, descrever uma realidade sem nela intervir e fazê-lo aprofundando o mais possível a situação particular de dois professores de Matemática, pareceu-me que um estudo de caso de natureza qualitativa é uma metodologia de investigação adequada aos propósitos deste trabalho. Uma vez que os dados recolhidos foram interpretados à luz da teoria estudada (e explicitada no capítulo II) e à luz da minha interpretação da realidade, os estudos de caso realizados têm um caráter interpretativo. De facto, o objetivo deste estudo não foi fazer juízos de valor, mas, numa perspetiva interpretativa, descrever e procurar compreender o ponto de vista dos participantes (Bodgan & Biklen, 1994; Ponte, 1994, 2006).

O presente estudo envolveu duas fases distintas. A primeira foi dedicada ao acompanhamento de duas turmas de uma oficina de formação contínua para professores de Matemática, sobre Geometria e no âmbito do PMEB (ME, 2007), e que decorreram num Centro de Formação do distrito do Porto, entre maio e julho de 2009. As duas turmas funcionaram em dois concelhos diferentes do distrito do Porto, mas foram lecionadas em conjunto pelas mesmas duas formadoras.

A segunda fase do estudo realizou-se nas salas de aula de duas professoras de Matemática que, após a sua participação na oficina de formação referida, foram selecionadas como informantes principais para este estudo. Esta segunda fase decorreu durante o ano letivo de 2009/10, com o meu acompanhamento em sala de aula, de uma turma de 7.º ano (no âmbito do primeiro ano da primeira fase da generalização do PMEB) de cada uma das professoras.

3.2 A Ação de Formação

A ação de formação que constituiu a primeira fase deste estudo decorreu de 23 de maio a 13 de julho de 2009, na modalidade de oficina de formação, versando a temática da Geometria no 3.º Ciclo do Ensino Básico. Esta oficina de formação, em qualquer das suas duas turmas, seguiu uma estrutura mais ou menos estandardizada emanada pelos autores do PMEB, que a desenharam, e designava-se: *O Novo Programa de Matemática do 3.º Ciclo – Geometria*. Esta formação dividiu-se por seis sessões ao longo dos três meses com diferentes horários. Duas das sessões, com duração de cinco horas cada, realizaram-se aos sábados; três sessões tiveram a duração de três horas e uma (a última) teve seis horas de duração.

O trabalho desenvolvido nesta oficina de formação teve como suporte o documento do PMEB (ME, 2007). Foram fornecidos ainda outros materiais de modo a apoiar os professores na discussão e reflexão sobre as questões abordadas. Refiro, a título de exemplo, três temas sobre os quais as formadoras disponibilizaram material de apoio: (1) a demonstração em Geometria (por exemplo NCTM, 1993); (2) a narrativa de aula (APM, 1997); e (3) o *software* de geometria dinâmica *GeoGebra* (por exemplo, Gonçalves, 2007).

A metodologia de trabalho utilizada ao longo das sessões desta oficina de formação dividiu-se essencialmente em momentos de trabalho de grupo e em momentos de discussões plenárias. Nos primeiros dez minutos de cada uma das sessões, as formadoras faziam o enquadramento no PMEB das tarefas a realizar ou realizadas na sessão anterior. No âmbito do trabalho de grupo, os formandos, após escolherem um tópico do tema Geometria, selecionavam uma tarefa que explorasse esse tópico e tinham de elaborar um plano de aula para o tópico selecionado. As discussões plenárias decorriam normalmente após a realização do trabalho de grupo e tinham, frequentemente, uma duração de cerca de 30 minutos. Normalmente era no final de cada uma das sessões da oficina de formação que existiam as discussões plenárias.

A avaliação dos formandos desta oficina de formação teve como suporte o trabalho de grupo realizado durante as sessões e um trabalho individual final. Este trabalho individual consistiu numa reflexão sobre o trabalho realizado durante a oficina, referindo os aspetos significativos para o desenvolvimento profissional de cada formando.

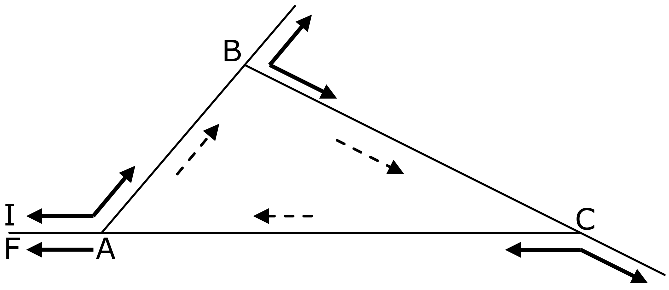
Nesta oficina de formação, devido ao seu *timing* (que coincidiu com o final do ano letivo de 2008/09), não foi possível implementar em sala de aula, durante o tempo em que a formação decorreu, as tarefas construídas por cada um dos grupos de formandos. Por esse motivo não foi possível discutir e refletir, dentro do espaço da oficina, a sua implementação, papel do professor, papel dos alunos, desafios encontrados, etc. Assim, os formandos apenas tiveram oportunidade de discutir, em pequeno e em grande grupo, as suas planificações para o ensino de alguns tópicos de Geometria do 3.º Ciclo do Ensino Básico, tendo a oportunidade de as levar à sala de aula apenas no ano letivo seguinte.

Ao longo desta oficina de formação, foi dada ênfase, pelas formadoras, à Resolução de Problemas. Este destaque foi evidente em diferentes formas: (1) a Resolução de Problemas como uma das capacidades transversais a abordar (juntamente com a Comunicação e o Raciocínio); (2) a Resolução de Problemas como um dos objetivos de aprendizagem do PMEB; e (3) a Resolução de Problemas como indicação metodológica. Neste último caso, foi realçada a utilização da Resolução de Problemas não só como forma de mobilização e aplicação do conhecimento matemático já adquirido mas também como forma de introduzir e explorar conceitos. Foi ainda destacado o papel importante da utilização das tecnologias (em particular do recurso a *software* de geometria dinâmica) na Resolução de Problemas em Geometria. A título de exemplo, apresento a seguir uma tarefa utilizada nesta oficina de formação em que está visível a preocupação, das formadoras em relação ao importante papel da Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria (Figura 2).

Tarefa: Ângulos (externos e internos) de polígonos

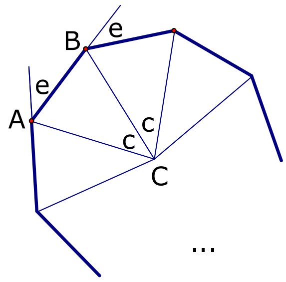
1. Coloque um objeto pontiagudo (um lápis, por exemplo) sobre o vértice A do triângulo da figura. Mova-o ao longo dos lados do triângulo e rode-o em cada ângulo externo como se esquematiza com as setas. Compare o sentido em que o objeto aponta no início (posição I) com o sentido em que aponta no fim (posição F). Quantos graus rodou o objeto entre a posição inicial e a posição final? A que é igual a soma dos ângulos externos de um triângulo?

2. Repita este procedimento para outros polígonos convexos, não necessariamente regulares. Formule uma conjetura quanto ao valor da soma dos ângulos externos de um polígono convexo.



3. Qual é a medida de um ângulo externo de um triângulo equilátero? Qual é a medida de um ângulo externo no caso de um quadrado e de um pentágono regular? E no caso de outros polígonos regulares? Formule uma conjetura quanto ao valor de um ângulo externo de um polígono regular com n lados.

4. É possível decompor um polígono regular com n lados em n triângulos isósceles congruentes (ver figura). Porquê? Qual é a relação entre os ângulos ‘e’ e ‘c’? Porquê?



5. Demonstre as conjeturas que formulou em 2. e 3.

6. A partir dos resultados anteriores, encontre uma expressão que permita determinar o valor de um ângulo interno de um polígono com n lados em função de n.

Adaptado de Mathematics Teacher, maio de 1990 (pp. 378-384)

Figura 2: Tarefa proposta pelas formadoras durante a oficina de formação

As duas turmas da oficina de formação

Uma das turmas, que designarei por A, funcionou numa escola secundária, a cerca de 30Km do Porto, e era constituída por 21 formandos. Apenas quatro professoras pertenciam a escolas onde, no ano letivo seguinte, funcionaria o 7.º ano no âmbito do PMEB. A maioria dos professores desta turma frequentou a oficina por precisar de créditos para progressão na carreira e evidenciou bastante desconhecimento do documento e orientações gerais do PMEB.

A turma B funcionou numa escola secundária situada a 15Km do Porto. Tinha 18 formandos, dos quais sete pertenciam à mesma escola secundária de uma cidade próxima, que aderiu ao início da generalização do PMEB no ano letivo seguinte à realização da oficina de formação. Este grupo de formandos era bastante heterogéneo em termos de idades e de experiência de ensino. Vários formandos evidenciavam domínio de *software* de geometria dinâmica e conhecimento de alguns aspetos inovadores constantes no documento do PMEB, tanto acerca de tópicos matemáticos, como das capacidades transversais.

3.3 Participantes

As professoras participantes no presente estudo foram selecionadas do conjunto de formandos que integraram as duas turmas da oficina de formação sobre Geometria, no âmbito do PMEB, sobre a qual incidiu a primeira fase do estudo. A seleção das professoras participantes teve como base os seguintes critérios: (1) a disponibilidade para serem observadas em sala de aula; (2) o grau de probabilidade de lecionarem tópicos de Geometria do 3.º Ciclo do Ensino Básico, durante o ano letivo de 2009/10 no âmbito do PMEB; e (3) a diversidade em termos de conceções manifestadas e práticas reportadas relativas ao ensino da Geometria e ao papel da Resolução de Problemas na aprendizagem deste tema.

A escolha recaiu sobre duas professoras, Catarina e Maria, que lecionavam Matemática em duas escolas diferentes do 3.º Ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário do Distrito do Porto. Cada uma das professoras referidas constituiu a base para a construção de um estudo de caso. Catarina e Maria não se conheciam e pertenciam a turmas diferentes da oficina de formação.

Maria

Maria pertencia à turma A da oficina de formação. À data da recolha de dados, tinha 43 anos, era casada, com dois filhos e lecionava Matemática há 17 anos. Pertencia ao quadro da escola onde lecionava, quase desde o início da sua carreira. Esta escola situava-se na sua cidade natal, onde também reside. Lecionou o 3.º Ciclo do Ensino Básico desde que foi colocada nesta escola. Ocasionalmente foram-lhe atribuídas uma ou duas turmas do Ensino Secundário, às quais não lhe era dada continuidade nos anos seguintes. Maria preferia lecionar o 3.º Ciclo do Ensino Básico uma vez que, na sua opinião, o Ensino Secundário exige mais “trabalho de casa” por parte do professor enquanto o 3.º Ciclo do Ensino Básico exige mais do professor durante a aula. Além disso, Maria considerava ter um perfil mais adequado ao 3.º Ciclo do Ensino Básico do que ao Ensino Secundário. Durante a recolha de dados, Maria era coordenadora do PM II na escola onde lecionava.

Em termos de temas matemáticos, Maria preferia lecionar tópicos de Álgebra e não se sentia muito à vontade com o tema da Geometria:

> …eu não devo ter muita queda para a Geometria, pronto. Ela (uma das formadoras) estava a falar e eu, mas eu para saber a área só preciso do lado. Nem era preciso o quadrado estar bem construído ou não. E se calhar a gente já vai com estas ideias para as aulas e não têm o material e a gente chega lá e desenha…Eu devo ser um bocado má nesse aspeto.
>
> (Entrevista, final da Oficina de Formação, julho 2009)

Antes da segunda parte deste trabalho, após a frequência da oficina de formação, Maria parecia possuir uma conceção da Matemática próxima duma conceção instrumentalista (Ernest, 1989). Assumia-se como uma professora tradicional no que fazia na sala de aula: "Isto que a (…) e a (…) nos estão a fazer ver em relação ao Novo Programa acho fantástico. Acho muito bom. E eu olho para as minhas aulas com o método tradicional" (Entrevista, final da Oficina de Formação, julho 2009). Relativamente às práticas de sala de aula, Maria reportou usar o método tradicional em que, após a exposição dos conteúdos para toda a turma, se resolvem exercícios com o objetivo de consolidar conhecimentos e treinar procedimentos:

> …por exemplo vejo-me há uns anos atrás em que tinha os miúdos mais tempo a fazer exercícios sozinhos e eu andava pelos lugares. E agora eu não me vejo muito com esse tempo. Agora mando logo para o quadro, se eu der esse tempo a aula fica um *Texas.*
>
> (Entrevista, final da Oficina de Formação, julho 2009)

Catarina

Catarina pertencia à turma B da oficina de formação. À data da recolha de dados para este estudo, Catarina tinha 32 anos, era solteira e tinha dez anos de serviço como professora de Matemática. No final da oficina de formação, em julho de 2009, Catarina não conhecia a escola onde seria colocada no ano letivo seguinte e, consequentemente, desconhecia se iria lecionar o 7.º ano no âmbito do PMEB. No entanto, foi colocada numa escola onde foi possível a recolha de dados como previsto. Ao longo da sua experiência letiva, passou por diferentes escolas do norte do país e lecionou Matemática em diferentes anos do Ensino Básico e Secundário, incluindo cursos noturnos de Educação e Formação de Adultos. Catarina preferia "variar", lecionando simultaneamente Matemática no Ensino Secundário e no 3.º

Ciclo do Ensino Básico. No último caso, preferia o trabalho com os alunos desde o 7.º ano até ao 9.º ano de escolaridade.

Os Números e a Geometria eram os temas preferidos de Catarina. Antes da segunda parte deste estudo, após a frequência da oficina de formação, Catarina aparentava ter uma conceção dinâmica da Matemática: sobressaía uma visão da Matemática como atividade, valorizando o desenvolvimento do pensamento autónomo dos alunos:

> Matemática: estudo das regularidades, compreensão, desenvolvimento do raciocínio. E na Geometria, está sempre ligada a uma imagem que a torna um bocadinho mais interessantes (…) a aprendizagem passa sempre pela procura de regularidades e entender as regularidades, tentar explicá-las. Passa tudo por aí.
>
> (Entrevista, final da Oficina de Formação, outubro de 2009)

Em termos de práticas de sala de aula, Catarina reportou assumir um papel de potenciadora de aprendizagens, a partir da implementação de tarefas diversificadas.

> Também depende dos materiais que tenho, mas às vezes até utilizo o mesmo enunciado e trabalho de uma forma diferente. Uma grande ajuda é a dos materiais da APM. Uma grande ajuda às vezes até utilizo o mesmo enunciado e trabalho de uma forma diferente (…) Uso também tarefas rotineiras. Acho que não se pode dispensar. Recorro ao *software* de Geometria e uso mais o *Geogebra*… permite ver muitos exemplos em pouco tempo, refutar conjeturas iniciais facilmente. É uma motivação enorme para eles. E é de facto muito mais interessante. Mas não dispenso as construções no papel. Os alunos ganham com os imprevistos que surgem durante as aulas. Ganham, fica muito mais interessante, participam não é só o professor. Lembro-me no meu tempo ter aulas em que não aprendia nada. Estava ali a escrever, escrever.
>
> (Entrevista, final da Oficina de Formação, outubro de 2009)

3.4 Métodos de Recolha de Dados

Entende-se por dados, segundo Bogdan e Biklen (1994), as provas e pistas contidas em todo o material recolhido pelo investigador e que vão constituir a base de análise do seu estudo. Na presente investigação, fez-se a recolha de diferentes tipos de informação, baseada numa variedade e riqueza de fontes. Constituíram as principais fontes de dados as sessões da oficina de formação, as aulas das professoras selecionadas, as próprias professoras e documentos de origem diversa, em particular gerados no âmbito da oficina de formação e no âmbito da prática letiva das professoras selecionadas.

Assim, os processos de recolha de dados, utilizados neste trabalho, foram: (1) a observação não participante das sessões da oficina de formação; (2) a observação não participante das aulas das professoras selecionadas durante o período do ano letivo de 2009/10 em que lecionaram o tópico *Triângulos e Quadriláteros* do tema Geometria do 7.º ano de escolaridade; (3) a realização de entrevistas semiestruturadas às duas professoras selecionadas em vários momentos (após a oficina de formação, no início do ano letivo de 2009/10, e durante e após a recolha de dados de natureza observacional em contexto de sala de aula, entre outros momentos) para além de várias conversas informais; e (4) a recolha de documentos produzidos por todos os formandos da oficina de formação referida, mas com especial enfoque nos trabalhos das duas professoras que participaram neste estudo, documentos produzidos no âmbito da prática letiva das duas professoras selecionadas que foi observada (planos de aula, testes, fichas de trabalho, etc.), e documentos gerados pelas observações realizadas – notas de campo. A opção pelo tópico *Triângulos e Quadriláteros* prendeu-se apenas com o facto de as duas professoras selecionadas terem lecionado o 7.º ano de escolaridade, no âmbito do PMEB, em 2009/10, altura em que foi possível recolher dados de natureza empírica nas suas salas de aula. Devido às minhas restrições de tempo para esta recolha de dados, escolhi o tópico *Triângulos e Quadriláteros*. De seguida relato com mais pormenor os procedimentos de recolha de dados que efetuei para esta investigação.

3.4.1 Observação não participante

A observação, como método de recolha de dados, permite captar os comportamentos dos sujeitos no momento em que ocorrem, contrariamente a outros métodos em que esses comportamentos são reconstituídos a partir de declarações – através de entrevistas ou questionários – ou vestígios deixados – documentos gerados ou encontrados (Quivy & Campenhout, 2005). A observação permite ao investigador recolher dados de uma forma espontânea e também uma maior autenticidade em comparação com os outros métodos Na realidade, a observação permite ao investigador aperceber-se de factos que, sendo familiares ou rotineiros para os participantes, lhes passam despercebidos; contudo, tais factos podem ser importantes para a investigação (Merriam, 1998).

Existem vários graus de participação do investigador na observação que faz dos fenómenos a investigar (Lessard-Hébert, 1996). Neste estudo, a opção pela observação direta não participante deveu-se a não querer interferir nem com o decorrer da oficina de formação, nem com o decorrer das aulas das professoras selecionadas. Observei do exterior (Quivy & Campenhout, 2005) todas as sessões das duas turmas da oficina de formação e todas as aulas do tópico *Triângulos e Quadriláteros* lecionadas pelas duas professoras selecionadas. Estas aulas que observei foram gravadas em áudio e parcialmente transcritas para posterior análise de conteúdo. Foram também registadas notas de campo das observações realizadas, com a ajuda de um guião de observação de aula (ver Anexo 4). Foram objeto de registo aspetos como os tipos de tarefas que foram propostas aos alunos e seus objetivos, os vários momentos das aulas, o papel da professora, os recursos usados, etc.

3.4.2 Entrevistas

Numa investigação de cariz interpretativo é apropriada a opção pela entrevista como elemento de recolha de dados, pois permite ao investigador retirar informações e elementos de reflexão com profundidade, através do contacto direto investigador-interlocutor. As entrevistas permitem a recolha de dados nas palavras dos próprios participantes no estudo, pois possibilitam recolher elementos e interpretações do entrevistado face ao fenómeno em estudo, respeitando os seus quadros de referência. Este facto permite a compreensão do sujeito quanto ao modo como ele vê e perceciona o fenómeno, bem como quanto ao(s) significado(s) que ele lhe atribui (Merriam, 1998; Quivy & Campenhoudt, 2005).

Entrevistas semiestruturadas

As entrevistas podem variar bastante no seu grau de estruturação, desde uma ausência total de estrutura à existência de um guião rígido para a condução das mesmas. Para este estudo, optei pela realização de entrevistas semiestruturadas (Merriam, 1998). Deste modo, foi possível colocar a todos os entrevistados um conjunto comum de questões não fechando a oportunidade a aspetos emergentes e não previstos, tais como algumas questões de esclarecimento e perguntas de *follow-up* que eventualmente se mostrariam relevantes para os objetivos da investigação.

As entrevistas com as professoras foram gravadas em áudio e depois totalmente transcritas para posterior análise de conteúdo. Foram realizadas várias entrevistas. A primeira decorreu no final da oficina de formação, em julho de 2009 (no caso de Maria) e em outubro de 2009 (no caso de Catarina); durante o período de recolha de dados nas salas de aula das professoras selecionadas, entre janeiro e abril de 2010, foram realizadas várias entrevistas, após cada observação, para estimular a reflexão sobre as práticas; no final da lecionação do tópico *Triângulos e Quadriláteros*, em maio de 2010, foi realizada a última entrevista.

A primeira e a última entrevistas tinham como objetivo captar as opiniões das professoras quanto a alguns assuntos pré-definidos (conceções sobre Geometria e importância da Resolução de Problemas; influência da oficina de formação nas conceções e práticas das professoras relativamente aos temas em análise; reflexão sobre a experiência de participação num estudo desta natureza). Estas duas entrevistas tiveram uma duração aproximada de 60 minutos.

As entrevistas intermédias realizaram-se no final de cada aula observada e variaram entre 8 e 10 em número. Tiveram menor duração do que a primeira e a última entrevistas, cerca de 10 minutos, uma vez que se realizaram durante os intervalos das aulas. Nestas entrevistas, pretendia que cada uma das professoras refletisse sobre as suas práticas, para entender o significado das opções que tomaram na aula que tinham acabado de lecionar, quer fossem protagonizadas pela professora, pelos alunos, ou por ambos. Cada uma das professoras foi estimulada a partilhar as suas opções (em termos de tarefas e metodologia), os seus dilemas e o modo como os ultrapassou.

Foi, portanto, necessário construir um guião que me orientasse durante cada uma das entrevistas que realizei. Foram elaborados três guiões: um para a primeira entrevista, outro para cada uma das entrevistas realizadas após cada aula observada, e um outro para a última entrevista. Os guiões de cada uma das três entrevistas foram comuns para as duas professoras e encontram-se, respetivamente, nos Anexos 1, 2 e 3.

Conversas informais

Eu não tinha qualquer conhecimento prévio de nenhum dos participantes neste estudo. Daí que houve, da minha parte, uma preocupação em estabelecer um clima mínimo de à-vontade logo na primeira fase do estudo, durante a realização da oficina de formação e, portanto, antes de selecionar as duas professoras que participaram neste estudo, incluindo as duas formadoras e a maioria dos formandos de cada uma das duas turmas da oficina de formação.

Após a oficina de formação e o início das aulas do ano letivo de 2009/10, foram estabelecidos alguns contactos entre mim e as duas professoras selecionadas. Estes contactos não foram presenciais; foram realizados dois contactos telefónicos e troca de correio eletrónico no sentido de, para além de manter o contacto com cada uma das professoras selecionadas, ir aferindo sobre a forma como estava a decorrer a implementação do PMEB.

Durante a segunda fase do estudo, em que observei aulas das duas professoras selecionadas, aconteceu, por diversas vezes, que, depois de desligar o gravador e estando já a despedir-nos, a conversa continuava. A proximidade foi entre mim e as professoras selecionadas foi fácil de conseguir e a conversa normalmente acabava porque havia outros compromissos a honrar (normalmente aulas, com outras turmas, por parte de cada uma das professoras participantes). Mas todas estas conversas (durante o percurso para a sala de aula, no final das entrevistas, ao telefone, etc.) foram também fontes de recolha de dados, embora o seu registo tenha sido muito limitado.

3.4.3 Recolha documental

Notas de campo

As notas de campo são, segundo Bogdan e Biklen (1994), um dos dados mais importantes da pesquisa qualitativa. Consistem no "relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150). Como consequência da definição apresentada, os autores apresentam dois tipos de notas de campo: (1) descritivo, quando as notas de campo pretendem captar conversas observadas ou imagens de locais, pessoas ou acontecimentos; e (2) reflexivo, em que a ênfase são os sentimentos, problemas, palpites e impressões do investigador.

As notas de campo funcionaram como um suplemento importante de outros métodos de recolha de dados. Complementaram as observações e as entrevistas, permitindo, no primeiro caso, registar lugares, acontecimentos e conversas, descrever pessoas, etc., e, no último caso, capturar impressões e comentários extra que o gravador não capta (Bogdan & Biklen, 1994). O guião de observação de aula que atrás referi (Anexo 4) permitiu orientar o registo das notas de campo na sua vertente descritiva, mas incluiu também aspetos de natureza reflexiva.

Documentos produzidos na oficina de formação

Durante a oficina de formação, cada um dos formandos produziu, em grupo, um trabalho que, juntamente com uma reflexão individual final, serviu de base para a respetiva avaliação. O guião desta reflexão final (Figura 3) foi previamente fornecido a cada formando.

Reflexão Individual

1. Experiência no contexto do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

   Atividade desenvolvida nas sessões de formação: metodologia de trabalho adotada nas sessões (dinâmica de trabalho de grupo e de grande grupo); pertinência dos materiais fornecidos na perspetiva do novo programa e na perspetiva do desenvolvimento profissional; papel das formadoras (intervenções pertinentes, adequadas, esclarecedoras ou nem por isso…)

2. Aprendizagens enquanto professores sobre:

   2.1. Novo Programa de Matemática;

   2.2. Didática da Matemática (preparação e dinamização de uma aula tendo em vista uma aprendizagem significativa por parte dos alunos)

3. Autoquestionamento pós – oficina (o que fazer com o conhecimento adquirido nesta oficina, etc.).

Figura 3: Guião da reflexão individual da Oficina de Formação

Quanto ao trabalho de grupo, cada grupo constituído por três a quatro formandos escolheu um tópico, do programa, do tema Geometria. Para esse tópico selecionou uma tarefa destinada à sua exploração em sala de aula elaborando o respetivo plano de aula. Na última sessão da oficina de formação, cada grupo apresentou, em suporte *powerpoint*, o trabalho realizado, seguindo-se uma breve discussão envolvendo formadoras e formandos.

As reflexões finais dos formandos e os trabalhos que foram produzidos pelos vários grupos foram recolhidos e analisados para este estudo. Com especial enfoque, foram analisadas as reflexões finais de Maria e Catarina, bem como os trabalhos dos respetivos grupos – o trabalho de Maria (realizado num grupo de três elementos) abordou o Teorema de Pitágoras; o trabalho de Catarina (realizado num grupo de quatro elementos) versou a construção e relação entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes, bem como as relações entre áreas e perímetros de quadriláteros.

Documentos produzidos pelas professoras durante as aulas observadas

Ao longo das aulas de cada uma das professoras participantes, do tópico *Triângulos e Quadriláteros* do tema Geometria, que foram observadas, recolheram-se vários documentos produzidos pelas duas professoras. Esses documentos foram essencialmente de três tipos: (1) tarefas utilizadas na sala de aula; (2) resumo com informação teórica; e (3) testes de avaliação sumativa onde foram contemplados itens sobre o subtópico abordado nas aulas observadas, *Triângulos e Quadriláteros*.

No caso de Maria, foram recolhidas cinco fichas de trabalho utilizadas nas aulas de Matemática e de Estudo Acompanhado, dois testes de avaliação e um resumo com as principais ideias/conceitos/procedimentos relacionados com o tópico, resumo esse utilizado pela professora para complementar a informação do manual escolar, uma vez que este não se encontrava de acordo com o programa. Este último material não foi disponibilizado pela professora aos alunos, foi produzido apenas para uso pessoal da professora.

Quanto a Catarina, utilizou quase sempre as tarefas disponibilizadas pela DGIDC, cujas fotocópias foram entregues aos alunos em cada uma das aulas observadas. Além destes materiais, Catarina utilizou uma tarefa retirada de uma publicação da APM. Foram recolhidos dois testes de avaliação e um documento em suporte *powerpoint* contendo uma explicitação dos três casos de semelhança de triângulos. Este material foi disponibilizado aos alunos e foi usado como forma de recordar os procedimentos referidos com recurso a material de desenho e medida.

3.5 Procedimentos de Análise da Informação Recolhida

A análise da informação recolhida, em investigação qualitativa, permite ao investigador conhecer a realidade como é concebida por quem é objeto de estudo possibilitando a recolha de informações úteis para o estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Nesta perspetiva, recorri à análise de conteúdo de todos os documentos recolhidos e gerados para obter pistas reveladoras que me permitissem dar respostas às questões de investigação formuladas.

Como já referi, a recolha de dados foi realizada através de entrevistas semiestruturadas e conversas informais com as professoras participantes, observações das sessões da oficina de formação frequentadas pelas participantes e das suas aulas relativas ao tópico *Triângulos e Quadriláteros* (7.º ano), registos áudio das entrevistas e das aulas observadas, notas de campo das observações realizadas, e recolha de diferentes documentos produzidos pelas participantes (tanto no âmbito da oficina de formação como no âmbito das aulas por elas lecionadas e observadas). A análise dos dados recolhidos teve por base, numa primeira fase, a identificação de elementos importantes, num conjunto de ideias gerais abrangendo conceções (acerca da Matemática, da Geometria, da importância da Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria), práticas na sala de aula, motivações para a frequência da oficina e outros aspetos que fossem relevantes sobre o perfil profissional de cada professora participante. Este conjunto de ideias foi sendo desenvolvido à medida que o estudo decorria. Numa segunda fase de análise, procurei estabelecer relações entre a frequência e conteúdo da oficina de formação e as conceções e práticas identificadas para cada uma das professoras selecionadas, tendo por referente as perspetivas e as interrogações procedentes da literatura revista e da fundamentação teórica realizada para este estudo.

Devido à natureza desta investigação, salvaguardou-se o anonimato e a integridade a todos os participantes no estudo, desde o início de todo o processo. Foram explicitadas as intenções desta investigação e o papel de cada participante no decurso da mesma, tendo sido obtido o seu consentimento informado para participar nesta investigação (Anexo 5).

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE DADOS

Neste trabalho pretendo perceber de que modo uma oficina de formação, no âmbito do Programa de Matemática do Ensino Básico, influenciou as conceções e práticas de duas formandas no que concerne à forma como ensinam Geometria, ao nível do 3.º ciclo, e como integram a Resolução de Problemas no ensino da Geometria. Foram recolhidos dados de várias fontes e através de vários instrumentos, entre os quais a realização de entrevistas e a observação de aulas de duas professoras que frequentaram uma oficina de formação sobre Geometria e o PMEB. As duas professoras foram selecionadas para a constituição de dois estudos de caso, que me permitiram melhor compreender o fenómeno em geral. Os dados recolhidos foram analisados na perspetiva de Bogdan e Biklen (1994) para quem a análise de dados significa: organizar, sintetizar e procurar padrões, de modo a interpretar e dar sentido a todo material recolhido. Nas secções seguintes, apresento os casos das duas professoras selecionadas, Maria e Catarina. Por questões de ordem ética, estes nomes são pseudónimos.

4.1 O Caso de Maria

O grupo de professores de Matemática da escola onde Maria lecionava tinha 14 elementos. Em termos de distribuição de serviço, em 2009/10, a direção da escola tentou concentrar as pessoas por anos de escolaridade, para permitir aos professores melhores condições para realizarem trabalho colaborativo. Maria, juntamente com duas professoras da sua escola, lecionou o 7.º ano do PMEB naquele ano letivo:

> Quem aderiu [ao início da generalização do novo programa] no fundo foi o grupo …. e dentro do grupo aquelas pessoas que têm mais tendência para o básico, acabaram por ficar. Eu não pensei nada, fui praticamente empurrada.
>
> (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009)

De referir que Maria gostava de lecionar o 3.º ciclo do Ensino Básico e, portanto, a sua integração no grupo que iria lecionar o 7.º ano, apesar de se ir iniciar um novo programa, foi natural.

4.1.1. Conceções e práticas de Maria antes da oficina de formação

Antes da frequência da oficina de formação, Maria parecia possuir uma conceção da Matemática próxima da conceção instrumentalista, privilegiando o conhecimento de factos e regras:

> …eles [os alunos] também precisam um bocado de mecanizar e do cálculo e a gente não tem tempo para tantas coisas (…) Trabalhei problemas das provas de aferição, com um dos meus filhos, por indicação da professora. Mas depois não sabe as reduções, a tabuada, as operações e assim não é possível. E os testes da professora têm reduções, operações… Os problemas são bonitos, desenvolvem raciocínio, mas e a tabuada que depois a professora pergunta? Se não tiverem isso, não conseguem fazer as outras coisas.
>
> (Entrevista pós aula, 19/04/2010)

Relativamente às práticas de sala de aula, Maria reportou usar o método tradicional em que, após a exposição dos conteúdos para toda a turma, se resolvem exercícios com o objetivo de consolidar conhecimentos e treinar procedimentos.

Maria referiu não propor aos alunos problemas, nem investigações, apenas tarefas rotineiras.

> …por exemplo vejo-me há uns anos atrás em que tinha os miúdos mais tempo a fazer exercícios sozinhos e eu andava pelos lugares. E agora eu não me vejo muito com esse tempo. Agora mando logo para o quadro, se eu der esse tempo a aula fica um Texas.
>
> (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009)

O trabalho com os alunos resume-se, assim, à resolução individual, no lugar ou no quadro, de exercícios de aplicação e consolidação de conhecimentos. Aliás, apesar de, no trabalho final para a oficina de formação, em grupo, ter preparado uma tarefa alinhada com as orientações do PMEB, Maria confessou que não costuma usar este tipo de tarefa em sala de aula: "Não, tanto; tanto pela descoberta, não. Não faço assim" (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009).

Durante a realização do seu estágio pedagógico, na formação inicial, Maria usou tarefas não rotineiras na sala de aula que, no entanto, disse ter abandonado, ao longo dos anos, devido ao mau comportamento dos alunos. Por outro lado, a professora pareceu justificar as suas opções metodológicas por considerar que os itens que normalmente surgem no exame nacional de 9.º ano apelam a tarefas rotineiras: "depois olha assim para um exame de 9.º ano e isto não tem nada a ver" (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009).

Contudo, Maria referiu usar tarefas não rotineiras nas aulas de Estudo Acompanhado (EA) ou Área de Projeto, no âmbito do Plano da Matemática. Nestas aulas, implementava tarefas de natureza diferente das que utilizava na aula de Matemática, uma vez que entendia que nestes espaços letivos não tinha *que dar matéria*. Por exemplo, nas aulas de EA dos 7.º e 8.º anos, que funcionaram em par pedagógico com outro professor de Matemática no ano letivo em que recolhi os dados para este trabalho, Maria utilizou jogos matemáticos para além de atividades de reforço dos conteúdos lecionados nas aulas de Matemática.

Apesar de Maria parecer ter uma postura diferente nas aulas de Matemática e de EA, pelo menos no que toca à escolha do tipo de tarefas a propor aos alunos, a professora considerou a abordagem de tarefas de natureza diferente e em regime de par pedagógico como uma experiência muito positiva, quer para os alunos, quer para os professores. No entanto, a experiência de Maria, em Área de Projeto de uma turma sua de 9.º ano, em usar tarefas de natureza diferente das da aula de Matemática, já não lhe pareceu ter sido tão positiva:

> …espírito diferente porque era área de projeto e também havia o exame (…) nós queríamos que os miúdos desenvolvessem projetos relacionados com a Matemática e eles não estavam muito interessado, os projetos tinham que ser impostos. E depois parece que, é assim não sei até que ponto é muito tempo de matemática.
>
> (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009)

A lógica de preparação para o exame nacional e a falta de adesão ou motivação dos alunos parecem ter estado na origem deste descontentamento de Maria em relação a uma abordagem, em Área de Projeto, diferente da que tipicamente escolhia para as aulas de Matemática.

Questionada sobre o que era para si a Geometria, Maria não foi capaz de responder. Em termos de Resolução de Problemas, referiu nunca ter utilizado essa abordagem no ensino da Geometria para introduzir um conceito nem para sistematizar ideias. Maria não conseguiu identificar dificuldades de aprendizagem dos alunos em Geometria, nem de elaborar sobre a capacidade de resolução de problemas geométricos dos seus alunos. Contudo, perante um item do exame nacional de 9.º de 2009, sobre rotações (Figura 4) a professora já conseguiu expressar um pouco mais as suas perspetivas sobre o ensino-aprendizagem da Geometria e o papel da Resolução de Problemas nesse processo.

> [As rotações] é dos tais capítulos que a gente diz que percebem e que é fácil. E nós damos aquilo a correr e mal dado e eu tenho a noção que dou aquilo mal dado. Também me culpo. (…) Quando a (…) fala ali que os alunos não sabem pôr o transferidor, é verdade e também eu culpo-me não perco o tempo necessário para estar com o material de desenho (…) há um ou outro que traz, mas os outros não trazem. Depois está na pasta de EV, no armário da sala de EV, está em casa ou não tenho. E a gente acaba por facilitar, facilitar. E culpo-me um bocado a mim, por ao longo dos anos os miúdos ou nunca têm ou…Mas é verdade eles na Geometria. Mas eles ali nas rotações eles olhar para as figuras..,mas se lhes pedirem mesmo para marcar os ângulos e assim …mas culpa minha porque na aula aquilo não é trabalhado.
>
> (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009)

9. A figura 2 $[ABCDEFGH]$ é um octógono regular inscrito na circunferência de centro O.

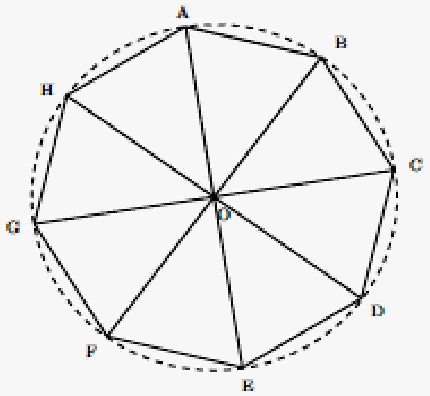


Fig. 2

Qual é a imagem do triângulo $[AOB]$ obtida por meio da rotação de centro no ponto O e de amplitude $135°$, no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio?

- ☐ $[COD]$
- ☐ $[EOD]$
- ☐ $[HOG]$
- ☐ $[GOF]$

Figura 4: Item 9 do Exame de Matemática do Ensino Básico, 2009

4.1.2 A frequência da oficina de formação

Maria integrou a turma A da oficina de formação, com 21 formandos. A seguir faço uma caracterização desta turma, que ajuda a enquadrar o trabalho realizado por Maria nesta iniciativa de formação e a compreender melhor as suas práticas após a mesma. Começo por caracterizar a turma como um todo, focando-me na motivação dos formandos para a frequência da oficina de formação, e descrevo as temáticas discutidas, os trabalhos apresentados e a avaliação que a turma fez à oficina de formação.

Percurso da turma A

Em geral, todos os formandos da turma A da oficina de formação pareceram evidenciar, nos diálogos que emergiram durante as sessões de formação e nas conversas informais durante os intervalos, uma conceção instrumentalista da Matemática, e perspetivar o ensino desta disciplina de modo muito tradicional, com uma prática de sala de aula em que é predominante o método expositivo e o recurso a tarefas rotineiras. Em termos de Geometria, a maioria dos formandos evidenciou uma conceção centrada na aplicação de fórmulas (por exemplo: o teorema de Pitágoras) e em definições (por exemplo: a classificação de triângulos).

A Resolução de Problemas pareceu apenas ser usada no final de alguns tópicos geométricos (por exemplo: calcular a amplitude de um ângulo de um triângulo aplicando a fórmula da soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo) como forma de aplicação de conteúdos já adquiridos – daí que pareceu ser predominante uma preferência por um ensino *com* Resolução de Problemas.

As práticas de sala de aula seguiam o esquema geral: exposição dos conteúdos (na maioria das aulas de acordo com a abordagem do manual) seguida da resolução de exercícios de aplicação do manual adotado. A maioria dos formandos da turma A não dominava nenhum *software* de geometria dinâmica. A maior preocupação destes professores prendia-se com a obtenção de bons resultados dos alunos nos exames nacionais.

A participação da maioria dos professores desta turma na oficina de formação não esteve diretamente relacionada com a implementação do PMEB mas com a necessidade de obtenção de créditos para progressão na carreira. No entanto, muito poucos admitiram conhecer o documento do PMEB. Aliás, apenas uma das escolas dos formandos aderiu ao início da generalização do PMEB, no 7.º ano, em 2009/10, e por decisão da direção da escola; assim, as duas professoras desta escola que frequentavam a turma A foram *empurradas* para lecionar o 7.º ano no âmbito do PMEB. Os restantes professores desta turma da oficina de formação admitiram não terem aderido nas respetivas escolas à primeira fase da generalização do PMEB, devido ao facto de não existirem manuais adaptados a este programa. Preferiram esperar pela generalização do programa a todo o país.

No início das sessões da oficina de formação, os formandos da turma A centraram-se na discussão dos conteúdos envolvidos no documento do PMEB.

Apesar dos esforços feitos pelas formadoras para um enfoque na Resolução de Problemas, ao mesmo tempo que se trabalharam conteúdos específicos de Geometria e aspetos de ordem didática, os formandos esqueciam sistematicamente, no trabalho presencial que desenvolveram, as capacidades transversais (em particular a Resolução de Problemas) e as metodologias recomendadas no programa.

Ao longo das sessões da oficina de formação, observou-se uma alteração na postura destes professores relativamente ao PMEB. Foi visível, por exemplo, na planificação de aulas, a inclusão das três capacidades transversais do programa e a preocupação em propor aos alunos a utilização de *software* e/ou material de desenho. Estes aspetos, no início da oficina de formação, não eram valorizados pelos professores e, portanto, não eram contemplados nos trabalhos que iam desenvolvendo nas sessões. Contudo, no final da formação, aquando da apresentação dos trabalhos, verificou-se que alguns aspetos não estavam alinhados com as orientações do PMEB.

De facto, persistiram alguns aspetos críticos relacionados com a ação do professor na sala de aula, em particular com a forma de promover o desenvolvimento das capacidades transversais. Os aspetos críticos identificados mais relevantes foram: (1) a manipulação do *Geogebra*: por exemplo, os professores tinham muita dificuldade em realizar construções fixas de triângulos e quadriláteros, o que impede a sua manipulação; (2) a ausência de detalhes importantes sobre a implementação de trabalho de grupo em sala de aula: apesar da referência à utilização trabalho de grupo com os alunos em sala de aula, os professores não especificavam como o iriam organizar, se existiria apenas um enunciado da tarefa por grupo, como reagir às questões dos alunos, etc.; (3) a dificuldade em seguir os momentos de aula recomendados pelo PMEB na exploração de tarefas de caráter exploratório: por exemplo, não havia evidência de momentos de síntese na planificação das aulas, não eram previstas questões de extensão; (4) a confusão entre o significado de conjetura e de demonstração; e (5) o foco excessivo nas tarefas a propor aos alunos: por exemplo, a reflexão sobre o papel do professor não pareceu ser valorizada; contudo, os professores podiam sentir que apenas deviam considerar este aspeto depois de acordarem sobre as tarefas a propor.

Durante a oficina de formação, Maria desenvolveu um trabalho, em grupo, enquadrado no tópico *Teorema de Pitágoras*. A ideia era discutir uma tarefa que conduzisse os alunos à demonstração do teorema, com recurso à régua e compasso. As colegas do grupo de Maria referiram tratar-se de uma tarefa por elas já usada para lecionar este tópico no 8.º ano. Na apresentação do trabalho ao grupo, as professoras notaram ter ficado "…agora com uma nova perspetiva" da tarefa, em relação à exploração que dela faziam no programa anterior. Ao serem confrontadas, por uma das formadoras, sobre o facto de não terem usado o *Geogebra* para que os alunos construíssem os quadrados sobre os lados do triângulo retângulo, responderam que se sentiam inseguras para tal abordagem. Face a esta resposta, as formadoras tiveram o cuidado de referir que nem tudo, neste programa, terá que ser novo, mas há que abordar de forma diferente coisas que já se faziam.

Um outro grupo de professores propôs uma tarefa sobre áreas e perímetros de figuras semelhantes, em que estabeleceram conexões com a Álgebra (em particular, o tópico *Sequências*). Foi o único grupo, desta turma A, onde foi visível a utilização de uma metodologia de trabalho em sala de aula coerente com as recomendações do PMEB, uma vez que, por exemplo, foram propostas a formulação de conjeturas (sobre a razão entre áreas e perímetros de figuras semelhantes) e a elaboração de sínteses intermédias. Um dos elementos do grupo referiu, curiosamente, durante a apresentação à turma: "… é uma aula ao contrário de dar matéria e depois exercícios, interessante" (Notas de campo, 5.ª Sessão da Oficina de Formação, julho 2009).

Na última sessão da oficina de formação, para a discussão final, as formadoras lançaram a seguinte questão: "O que ficou no final da formação?". Foram várias as opiniões emanadas dessa discussão. Por um lado, pareceu ser importante "perceber como vai funcionar a partir daqui no novo PMEB" e ter sido possível "dar um cheirinho do novo PMEB". Algumas opiniões evidenciavam perspetivas de mudança: "tentou dar-se uma perspetiva de que as coisas vão ser feitas de outra forma", mas para a qual é preciso apoio institucional: "as escolas deveriam ter ajuda, caso contrário não se aperceberão das diferenças". A possibilidade de se concretizar, em sala de aula, as práticas recomendadas no PMEB e enfatizadas na oficina de formação pareceu ser importante: "fiquei com a ideia de que há um fio condutor, entre tópicos e as capacidades transversais. Esta ação mostra que é possível levar à prática" (Notas de campo, Sessão 5.ª da Oficina de Formação, julho 2009).

Em função dos trabalhos apresentados ao longo da oficina de formação e da discussão final, as formadoras fizeram uma síntese reforçando os seguintes aspetos:

> Não analisar um tópico isolado. Esquematizar cada aula pensando no tema e sempre que possível fazer conexões. Esta estratégia permite cumprir o programa pois cumprir o programa não é apenas cumprir tópicos.
>
> O PAM [Plano da Matemática] foi preparando terreno para esta alteração e também criou um ritmo de trabalho colaborativo.
>
> Devemos mudar as questões que fazemos aos alunos, deixar de controlar a aula e dar poder aos alunos para pensar e iremos ficar surpreendidos. A tarefa por si só não gera conhecimento; o fundamental é o papel do professor. É verdade que é difícil e lenta a mudança de ritmo e de modelo do trabalho por parte dos alunos.
>
> …é necessário diversificar os instrumentos de avaliação.
>
> …. o uso (do *software*) permite maior rapidez relativamente ao processo manual; permite extensões da tarefa potenciando desafios e o material de desenho: treinar competências de medição e construção.
>
> (Notas de campo, Sessão 5.ª da Oficina de Formação, julho 2009)

4.1.3 O percurso de Maria

O motivo que levou Maria a frequentar esta oficina de formação prendeu-se com o facto de vir a lecionar o 7.º ano, no âmbito do PMEB, em 2009/10. No início da oficina desconhecia totalmente o documento do programa. À medida que foi tomando contacto com este documento, Maria não se apercebeu de grandes diferenças nos tópicos do PMEB em comparação com o programa anterior. A grande diferença, na sua opinião, era nas capacidades transversais e na forma como o professor deve gerir a aula. Contudo, não foi capaz de identificar e articular o papel do professor e do aluno no âmbito do PMEB, nem o que se pretende em termos de aprendizagem do tema Geometria no mesmo programa

Questionada, no final da oficina de formação, sobre o que, na sua opinião, mudou com o PMEB, Maria respondeu: “Pelo que eu tenho visto, o que me parece assim mais diferente é realmente mais descoberta, aprendizagem pela descoberta” (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009). Maria reconheceu ainda que a frequência desta oficina lhe trouxe vantagens para o ano letivo seguinte, uma vez que iria lecionar o 7.º ano deste novo programa: “A ação ajudou-me e alertou-me para muitas coisas que a maioria das pessoas ainda não conhece sem a formação” (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009).

O tópico que o grupo da Maria selecionou para o trabalho a apresentar no final da formação foi o *Teorema de Pitágoras*. A tarefa (disponibilizada no Anexo 6) que apresentaram já tinha sido usada pelos elementos do grupo para lecionar este tópico em anos anteriores. A tarefa mostra uma certa continuidade com as práticas de Maria antes da formação. Por exemplo, a tarefa não previa o recurso a *software* de geometria dinâmica e também não incluía, numa primeira versão, qualquer questão de extensão. Esta questão foi incluída pelo grupo, por sugestão das formadoras.

Extensão

1- Investigue se a conjetura formulada anteriormente se aplica para outras figuras geométricas construídas sobre os lados do triângulo retângulo, tais como:
- polígonos (retângulos, triângulos,...);
- semicírculos .

(Utiliza o material de desenho como meio auxiliar para a tua investigação.)

Figura 5: Questão de extensão, incluída na tarefa de Maria, Anexo 6

Ainda relativamente à formação, Maria reforçou que a frequência desta oficina lhe iria permitir entrar no novo programa com mais confiança. Contudo, a professora antecipou grandes dificuldades em implementar este programa devido ao mau comportamento dos seus alunos:

> …isto que a (…) e a (…) nos estão a fazer ver em relação ao Novo Programa acho fantástico. Acho muito bom. E eu olho para as minhas aulas com o método tradicional…mas há uns anos atrás eu ainda os conseguia pôr a discutir dois a dois e a chamarem por mim. E eu agora se tento fazer isso, depois perco o controlo da aula. Acho que os miúdos estão de tal maneira (…) Mas tem que passar por uma pessoa poder tomar atitudes em relação ao comportamento e acho que as turmas não deviam ser tão grandes. Não conseguimos trabalhar com 28 alunos…e cada vez mais os alunos estão mais desinteressados.
>
> (Entrevista, Final da Oficina de Formação, julho 2009)

4.1.4 Maria: As aulas de Geometria após a oficina de formação

Na escola onde Maria lecionava, adotou-se um manual escolar, necessariamente de acordo com o programa anterior uma vez que não existiam manuais adaptados ao PMEB em 2009/10, ano em que se iniciou o processo de generalização deste programa. Maria dedicou ao subtópico *Triângulos e*

Quadriláteros, do tema Geometria, um total de oito blocos de 90 minutos, um dos quais decorreu na aula de EA. Apesar de eu ter assistido apenas a uma aula de EA, foi notória a diferença entre a natureza das tarefas que Maria usou neste espaço e as que usou durante as aulas de Matemática observadas. Nestas prevaleceu a utilização de tarefas rotineiras, para aplicação e consolidação de conteúdos abordados; já em EA utilizou também tarefas não rotineiras. A natureza das tarefas propostas na sala de aula era um aspeto diferenciador da sua prática em Matemática e em EA, aspeto esse que se mostrou evidente nas aulas que observei após a frequência da oficina de formação.

As orientações do PMEB e da oficina de formação apenas se refletiram na preparação das aulas de Maria ao nível do trabalho dos alunos – uma vez que ela contemplou ou trabalho em pares quando a sua prática típica enfatizava o trabalho individual – na preocupação em: (1) continuar a promover a explicitação de raciocínios, uma vez que já tinha essa preocupação antes de frequentar a oficina de formação; e (2) recorrer a material de desenho e medida (por exemplo, para a construção de triângulos), o que não era habitual antes da frequência desta formação. As aulas eram preparadas habitualmente com recurso ao manual adotado. Apenas na primeira aula a que assisti (sobre ângulos internos de um triângulo), se verificou o recurso a uma tarefa disponibilizada nos materiais da DGIDC. Contudo, foi evidente, com base na reação dos alunos, que não era habitual trabalharem este tipo de tarefas pois, após a entrega da fotocópia com a tarefa, os alunos reagiram desta forma:

> Aluno: Esta ficha é para fazer antes ou depois da matéria?
>
> Maria: A matéria está aqui na ficha.
>
> (Aula de Matemática, de 04/03/2010)

Maria admitiu que apenas havia recorrido a uma tarefa disponibilizada pela DGIDC porque eu a iria observar em sala de aula: “Eu escolhi esta tarefa para ver se eles descobriam um bocado, mas também foi em função de ter vindo assistir à aula” (Entrevista pós-aula, 04/03/2010).

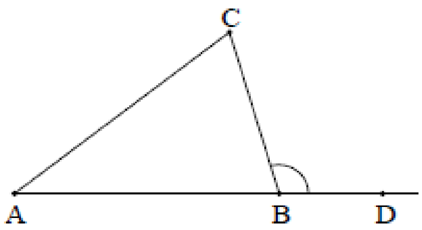
Dentre as tarefas selecionadas para a aula de Matemática, predominaram os exercícios, retirados do manual adotado ou de outras publicações do género destinadas ao professor. Apesar de o manual utilizado se referir ao programa anterior e não ao PMEB, foi a ele que Maria recorreu essencialmente, argumentando que estava de acordo com o PMEB, enquanto as tarefas disponibilizadas pela DGIDC, na sua opinião, não eram adequadas aos seus alunos. Em relação à única tarefa disponibilizada pela DGIDC que Maria propôs ao longo das aulas observadas (Figura 6), a professora referiu:

> Eu li a tarefa e a brochura e aqui os miúdos são todos muito inteligentes. Eles responderam logo ângulos alternos internos e (…) E como já disse muitas vezes eu tenho dificuldades na Geometria e então quando vi ali aquelas respostas, nos ângulos alternos internos, os meus …e nem eu estava ver aquilo bem, não tinha presente.
>
> (Entrevista pós-aula, 04/03/2010)

Na exploração desta tarefa, sobre ângulos internos de um triângulo, na sala de aula de Matemática, Maria não fez a demonstração da propriedade pedida e também não concluiu a tarefa. Das quatro questões desta tarefa, Maria não utilizou, nesta aula nem nas seguintes, as questões 3 e 4. Maria parece ter filtrado o que fazer em sala de aula, eliminando as questões em que não se sentia segura matematicamente. A atuação de Maria em sala de aula e a entrevista que se seguiu mostram que não se apropriou do potencial desta tarefa.

3. Na pergunta 1.2., depois de construir quatro triângulos diferentes e adicionar as amplitudes dos seus ângulos internos, o João formulou a seguinte conjectura: "A soma das amplitudes dos ângulos internos num triângulo é sempre igual a 179º". Mas, depois de ter resolvido a questão 2., afirmou: "O processo que seguimos em 1.2. pode conduzir a erros, mas isso não acontece com o processo usado nesta questão". Concordas com esta afirmação? Porquê?

4. Constrói uma semi-recta AB e um ponto C não pertencente à semi-recta. Depois constrói o triângulo ABC e um ponto D como mostra a figura. Dizemos que o ângulo CBD é um ângulo externo do triângulo ABC.



4.1. Mede as amplitudes dos ângulos BAC e ACB e adiciona-as. Mede a amplitude do ângulo CBD. O que concluis?

4.2. A conclusão que tiraste em 4.1. mantém-se se o ponto C estiver noutra posição? Porquê?

4.3. Depois de resolver as perguntas 4.1 e 4.2, o Francisco fez a seguinte afirmação: "Num triângulo qualquer, a amplitude do ângulo externo de um dos vértices é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos dos outros dois vértices". Esta afirmação é verdadeira ou falsa? Porquê?

Figura 6: Exercícios 3 e 4. Tarefa 1A, Triângulos e Quadriláteros (DGIDC, 2009, pp. 21-22) – Anexo 7.

Apenas na primeira aula, das oito que Maria lecionou sobre *Triângulos e Quadriláteros*, usou a Resolução de Problemas como ponto de partida para construir conhecimento. Foi ainda nesta aula que usou material de desenho e medida – o transferidor – que, contudo, a maioria dos alunos não sabia utilizar. Questionada sobre as dificuldades dos alunos durante esta aula, Maria teve dificuldade em responder, talvez por não ter presente o objetivo da tarefa selecionada da DGIDC: "Eu estava só a pensar na resolução do exercício. Na tarefa, quase nenhum sabia usar o transferidor. (…) Eu queria que eles descobrissem, que eles fizessem" (Entrevista pós aula, 04/03/2010). De um modo geral, Maria apontava as dificuldades dos alunos em justificar os seus raciocínios: "Dificuldade em justificar… Resolvem as coisas por alto. É a comunicação. Mas também pode ser porque não escrevo tudo" (Entrevista final, abril 2010).

A professora não seguiu nem as orientações gerais nem de exploração matemática que acompanham a tarefa usada (DGIDC, 2009b, pp. 24-29). De acordo com a proposta de planificação para este subtema, é sugerido dedicar um bloco de 90 minutos à exploração desta tarefa. Isto não aconteceu na aula da Maria neste tópico de Geometria, onde apenas usou as duas primeiras questões da tarefa 1A durante cerca de 30 minutos. Continuou a aula com exercícios, retirados do manual adotado na escola, onde foram utilizados os teoremas estudados na tarefa 1A, nomeadamente*: "A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º; A amplitude do ângulo externo de um dos vértices de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos dos outros dois vértices."* (DGIDC, 2009b, p. 28).

Maria referiu, na reflexão do final da aula, que os alunos não tiveram dificuldades na propriedade (soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo), mas não teve em conta que já conheciam esta propriedade do 2.º ciclo (6.º ano). Apesar de, nos materiais de apoio, se referir, a propósito da implementação desta tarefa, que o professor pode indicar problemas e exercícios nos quais sejam utilizados os teoremas como complemento da aprendizagem, muitos dos objetivos específicos para esta aula não foram conseguidos. Em particular: (1) formular, testar e demonstrar conjeturas relacionadas com os ângulos internos e externos de um triângulo; (2) deduzir o valor da soma dos ângulos internos e externos de um triângulo; e (3) identificar e usar raciocínio indutivo e dedutivo (DGIDC, 2009).

Em todas as outras aulas do tópico *Triângulos e Quadriláteros*, Maria usou o manual adotado e, paralelamente, material retirado de outras publicações destinadas ao professor. Dessas tarefas, além de alguns exercícios, constavam pela primeira vez outras, menos rotineiras, que incluíam: uma pequena demonstração e justificações de raciocínios (Figura 6). Uma destas fontes secundárias era uma publicação publicitária de uma editora que continha informação sobre conteúdos do PMEB bem como pequenas tarefas que vão um pouco mais além das tarefas rotineiras que Maria tipicamente selecionava. Além de alguns exercícios, constavam nessa publicação outras tarefas, menos rotineiras, que pediam pequenas demonstrações e justificações de raciocínios. Destaco um dos exercícios (Figura 7), retirados de uma dessas publicações, selecionado por Maria mas onde apenas se pede que os alunos utilizem uma fórmula para obter o valor da amplitude do ângulo desconhecido.

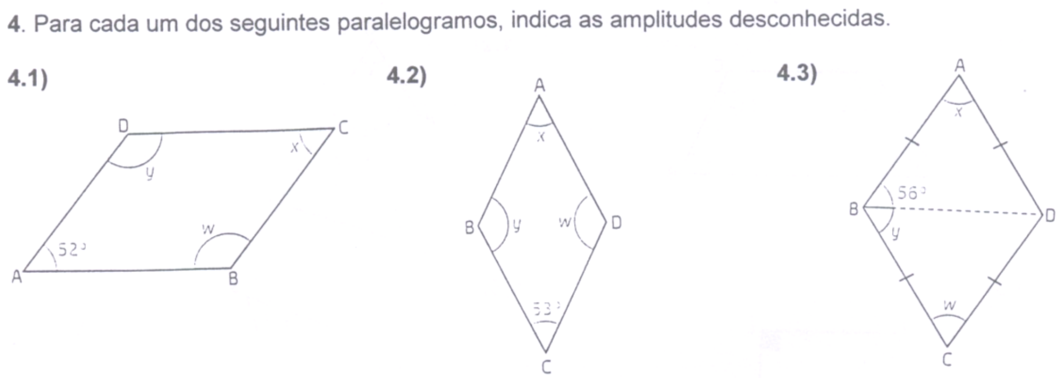


Figura 7: Exercício da ficha de trabalho utilizada na aula de EA, 12/04/2010, Anexo 8

Outro exercício selecionado por Maria (Figura 8) foi usado como mera aplicação de conhecimentos. Contudo, ele poderia ter constituído uma boa oportunidade de a professora implementar a metodologia inerente ao PMEB, se tivesse sido usado como um problema exploratório para introduzir a propriedade da desigualdade triangular.

O João disse ao António que construiu um triângulo com palhinhas de comprimentos 5 cm, 6 cm e 12 cm. O António disse-lhe que ele estava enganado. Como é que ele sabia do engano?

Figura 8: Exercício proposto por Maria na aula, 11/03/2010, Anexo 9

Foi visível, ao longo das aulas observadas, uma preocupação por parte de Maria com a comunicação matemática dos alunos, tanto em termos orais como escritos. De facto, Maria solicitava com frequência a redação de pequenos textos com justificações e também pedia a explicitação oral de raciocínios. Este aspeto e a organização do trabalho de sala de aula em pares foram os aspetos observáveis em que a prática de Maria mais se aproximou das orientações do PMEB. O diálogo seguinte, que decorreu numa aula em que se discutiram as relações entre lados e ângulos de um triângulo, ilustra os pedidos de Maria por explicitações e explicações de raciocínios:

Maria: Não se percebe nada; desenha a figura não quero nada disso, vamos desenhar o triângulo e explicar.

Aluno no lugar: Começa por descobrir a amplitude do ângulo C.

Aluno no quadro: Já tinha pensado que era 60 graus, mas na figura não me parece igual, o lado.

Maria: Mas não é o que parece é o que dá.

Aluno no quadro: 4.2

Maria: Explica lá o que estiveste a fazer

Aluno no lugar: Isto é muito fácil professora…mas o x é o ângulo? O lado, mas agora como é que sei?

Maria: Lembra-te que a ângulos iguais se opõem lados iguais, vais por aí.

Aluno no quadro: É 2cm, é fácil

(Aula, 15/03/2010)

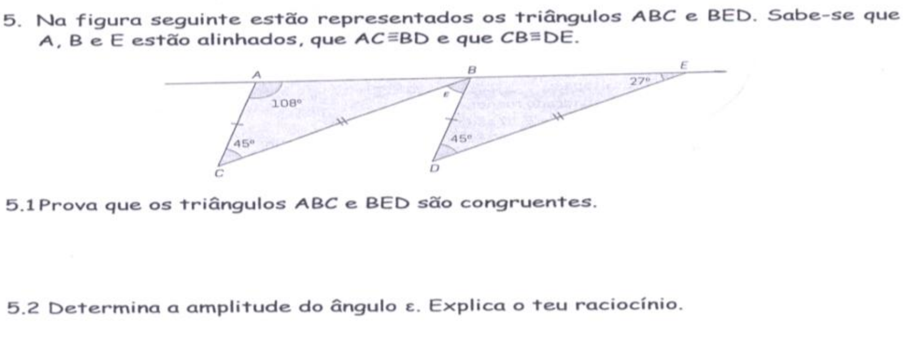
Relativamente aos momentos típicos das aulas de Maria observadas, eles seguiam a sequência seguinte: (1) apresentação/informação dos tópicos matemáticos, por vezes, passando para o quadro a informação teórica retirada do manual; e (2) momento de trabalho com os alunos (trabalho em pares ou individual) usualmente para treinar e consolidar procedimentos já apresentados e/ou exemplificados. Nesta fase da aula, os alunos apresentavam as suas propostas de resolução às tarefas no quadro. Maria intervinha sempre que essa resolução estava errada. Por vezes, mesmo quando a resolução apresentada no quadro estava correta, colocou questões dirigidas a alunos que estavam no lugar, discutindo diferentes raciocínios.

Os alunos tinham uma atitude passiva em relação à aprendizagem da Matemática, que, na minha perspetiva, era alimentada pela professora. Na maioria das aulas, como Maria não recorria a tarefas de caráter exploratório ou problemático para introdução de conceitos – preferindo expô-los, não se verificou discussão entre os alunos, nem com o grupo turma. Este facto impediu os alunos de terem uma participação mais ativa na construção do seu conhecimento.

Maria preocupou-se muito com a indisciplina na sala de aula. Movimentou-se muito bem pela sala de aula, estando atenta ao comportamento e ao envolvimento dos alunos no trabalho que propunha. Talvez porque, na sua perspetiva, os seus alunos manifestavam comportamentos menos adequados, Maria organizou o trabalho em sala de aula de forma individual, quando muito em pares.

Na última aula a que assisti, de EA, verifiquei uma organização do trabalho dos alunos diferente da que observei nas aulas de Matemática, o que pode ter-se devido ao facto de estar presente outra professora na sala de aula (uma vez que EA era lecionado em par pedagógico). Assim, após a distribuição das fichas de trabalho, os alunos desenvolveram trabalho autónomo em pequenos grupos de três ou quatro elementos, formados naturalmente entre alunos próximos e sem indicação das professoras, por cerca de 45 minutos. Durante este tempo, as professoras circularam pela sala estando atentas ao trabalho dos alunos, intervindo quando entendiam ou eram solicitadas. Na última parte da aula, aproximadamente 40 minutos, foi feita a correção no quadro por um dos alunos. Não se verificaram momentos de discussão coletiva, nem foram apresentadas (e muito menos discutidas) diferentes resoluções para a mesma tarefa; contudo, esta ausência de discussão pode ter sido devida à natureza das tarefas rotineiras constantes na ficha de trabalho.

A questão da elaboração de demonstrações não foi abordada diretamente por Maria. Apenas, e de uma forma inconsciente, se aproximou da demonstração em Geometria numa ou noutra questão e na aula de EA (como se pode observar na figura 9). O trabalho realizado com os alunos em termos da elaboração de uma demonstração (na questão apresentada na figura 6) não foi bem conseguido. A maioria dos alunos não conseguiu responder a esta questão e os que o fizeram tiveram ajuda das professoras. Os alunos entenderam esta questão como se se tratasse de uma questão com uma justificação mais elaborada. Para que fosse encarada como uma demonstração teria sido necessário que a elaboração de demonstrações fosse previamente abordada nas aulas de Matemática.


5. Na figura seguinte estão representados os triângulos ABC e BED. Sabe-se que A, B e E estão alinhados, que $AC \equiv BD$ e que $CB \equiv DE$.

5.1 Prova que os triângulos ABC e BED são congruentes.

5.2 Determina a amplitude do ângulo ε. Explica o teu raciocínio.

Figura 9: Parte da ficha de trabalho da aula de EA 19/04/2010, Anexo 9

Maria era o centro da atividade e de validação matemática na sala de aula, enquadrando-se no papel de transmissora de conhecimentos. Utilizava, em termos de recursos na sala de aula, papel e lápis, manual escolar e fotocópias, não se sentindo “à vontade para usar o computador” (Entrevista pós aula, 04/03/2010) e, por conseguinte, *software* de geometria dinâmica. Este facto foi também visível na elaboração de materiais (fichas de trabalho, folhas com informação teórica e testes), em que as figuras eram incluídas através de recortes de fotocópias das publicações de onde eram retiradas. Não tive oportunidade de consultar as planificações de aulas de Maria, nem as suas planificações a médio ou longo prazo. Em conversas informais, a maioria quando nos dirigíamos para a sala de aula, Maria informou-me que ela e os professores que estavam a lecionar o PMEB da sua escola utilizavam as planificações anual e por período de uma escola vizinha.

4.1.5 Impacto da oficina de formação nas práticas de Maria

Maria reconheceu a importância da oficina de formação nas suas práticas. Começou por lhe ter proporcionado um primeiro contacto com o PMEB, que permitiu identificar algumas mudanças importantes inerentes à implementação deste programa, como a natureza das tarefas a propor e a metodologia de sala de aula.

> A diferença na Geometria neste programa relativamente ao anterior, não está nos conteúdos, mas na forma de se dar, não é tão direta como era. É mais pô-los a descobrir (…) fazer mais demonstrações.
>
> (Entrevista final, abril 2010)

Apesar de reconhecer estas diferenças, que implicam, naturalmente, novos desafios para o professor, Maria confessou não lhe ter surgido nenhum dilema na preparação das aulas de Geometria no âmbito do PMEB.

Na verdade, nas aulas de Geometria observadas, não foi possível encontrar tarefas de natureza diversificada nem metodologias de trabalho com os alunos que implicassem uma participação mais ativa dos mesmos nas aulas. Mais ainda, mesmo tendo referido que a frequência da oficina de formação serviu para refletir sobre a sua prática de sala de aula, não verifiquei alterações nas aulas de Maria a que assisti face à prática habitual que ela própria havia descrito. Aliás, a descrição que Maria faz das suas aulas é bastante fiel ao que pude observar:

> Há aulas de dois tipos. As práticas, de resolução de exercícios onde proponho os exercícios (do livro, ou trago alguma coisa ou passo no quadro) e dou-lhes um bocadinho de tempo para pensar e podem conversar dois a dois, no máximo. Depois

> começo a corrigir no quadro, bem eu não, eles. Nas outras aulas, normalmente exponho a matéria e tento depois aplicar.
>
> (Entrevista final, abril 2010)

Se lecionasse o tópico *Triângulos e Quadriláteros* novamente, Maria não mudaria a abordagem escolhida para além de aumentar o número de aulas, por considerar ser necessário resolver mais exercícios para consolidar os conteúdos. Maria considerava que diminuir o número de alunos por turma seria a solução para ultrapassar a dificuldade que os alunos têm em justificar os seus raciocínios, comunicando matematicamente, pois o professor poderia dedicar mais tempo a cada aluno, o que também aumentaria a concentração dos alunos na sala de aula.

Um outro aspeto da oficina de formação que ficou *adormecido* nas práticas de Maria foi a Resolução de Problemas, a par com as restantes capacidades transversais do PMEB. A Resolução de Problemas nas práticas da Maria teve apenas um lugar residual no final da exposição dos conteúdos e treino de procedimentos, como forma de aplicação de conhecimentos e processos:

> Estou pouco à vontade com as capacidades transversais (…) eu não sei bem essas coisas. Valorizo os problemas de Geometria do dia a dia, altura das árvores, etc., como aplicação (…) Não utilizei muito, este ano resolução de problemas em Geometria. Tenho dificuldade em identificar as atividades do livro que são problemas.
>
> (Entrevista final, abril 2010)

Maria manteve a opinião, evidente desde o início da oficina de formação, de que o PMEB não se adapta aos seus alunos, parecendo refugiar-se no mau comportamento dos mesmos para não proceder a alterações nas suas práticas. Neste sentido, o trabalho desenvolvido no âmbito da oficina de formação não contribuiu para elevar as expectativas de Maria em relação ao desempenho dos seus alunos, reforçando as suas conceções e práticas.

Observei uma forte dependência de Maria em relação ao manual adotado pela escola que, como já referi, considerava mais adequado aos seus alunos do que as tarefas disponibilizadas pela DGIDC. Mais uma vez, esta perspetiva de Maria parecia ser devida ao mau comportamento dos seus alunos. Contudo, a professora referiu que tencionava “ir à apresentação de novos manuais para utilizar doravante, na preparação das aulas. As colegas que já foram, já estão a usá-los” (Entrevista final, abril 2010), abrindo caminho a novos recursos. De notar que a oficina de formação não parece ter constituído um veículo para alargar os horizontes de Maria em termos, por exemplo, da adequabilidade dos recursos da DGIDC para a implementação do PMEB segundo as suas orientações mais centrais.

4.1.6 Influência de outros dispositivos nas práticas de Maria

Houve outros dispositivos de apoio à concretização do PMEB, para além da oficina de formação frequentada, que tiveram influência nas práticas de sala de aula de Maria. A professora referiu, por ordem decrescente de importância, os colegas (da escola e de escolas vizinhas), a formação e os materiais da DGIDC.

Apesar de ser coordenadora do Plano da Matemática na sua escola, Maria não referiu o dispositivo de acompanhamento ao PMEB (que decorreu em simultâneo com o acompanhamento ao desenvolvimento dos projetos do Plano da Matemática) como importante: "Não trago grande coisa das reuniões de acompanhamento. É mais dos colegas de outras escolas. E depois olho para aquilo e vejo se vou dar tudo ou o que posso aproveitar". (Entrevista pós aula, 12/04/2010).

O que os professores retiram das reuniões de acompanhamento tem muito a ver com o papel do respetivo coordenador (Santos et al., 2009) e, é claro, com a qualidade do acompanhamento realizado. No caso de Maria, a sua participação nas reuniões de acompanhamento, em que se integravam o PMEB e o PM como dois meios para aumentar o sucesso escolar em Matemática, não parece ter motivado a professora para um trabalho alinhado com as orientações do PMEB. Os dados sugerem que Maria filtrava as contribuições dos colegas de escolas vizinhas nas reuniões de acompanhamento, mais do que as propostas do professor acompanhante, selecionando o que considerava adequado aos seus alunos e à sua forma de estar no ensino.

O trabalho colaborativo, dentro e fora da escola, foi o aspeto a que Maria atribuiu maior importância. Contudo, a professora deixou transparecer que este se limitava à troca de materiais, com o objetivo de uniformizar exercícios, preparar os testes e poupar tempo, dividindo trabalho. O trabalho colaborativo a que se referiu possibilitava "partilhar, não é programar juntas. Uma faz e dá…" (Entrevista pós aula, 12/04/2010). Daí que, na realidade, não parece ter existido trabalho colaborativo pois, como Maria referiu, "Nem fizemos planificação (…) a coordenadora do 3.º ciclo é que a tem, que pediu à escola…que a mandou. E depois é só mudar o nome e…” (Entrevista pós aula, 22/03/2010).

Verificou-se, pela análise das questões de um teste elaborado pelo grupo de professoras que lecionam 7.º ano da escola de Maria (Figura 10), uma prática de sala de aula orientada para a realização de exercícios que envolvem conceitos e procedimentos. Nas questões de Geometria deste teste, observaram-se itens que envolvem cálculos com a aplicação das propriedades estudadas.

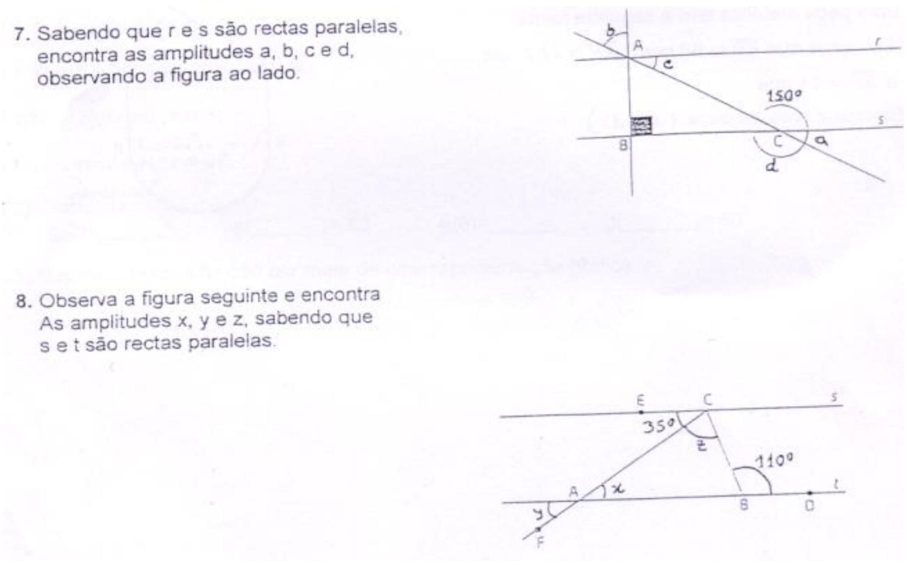


Figura 10: Questões sobre Geometria que constam do teste de Maria, de março de 2010, Anexo 10

Os materiais disponibilizados pela DGIDC constituíram ou outro dispositivo de apoio à concretização do PMEB que rapidamente foi deixado para segundo plano: “Nós, no inicio pensámos usar, mas chegámos à conclusão que: atrasa-se muito e os miúdos precisam de utilizar o livro e o programa é tão extenso…ainda é mais do que o antigo” (Entrevista pós aula, 22/03/2010). A extensão e grau de exigência do programa, apesar de serem essencialmente referidos como obstáculos para os alunos, podem também ter constituído uma dificuldade à própria Maria dada a sua insegurança em termos de conhecimento geométrico:

> …estive a ver aquelas tarefas que eles têm e são muito difíceis… há coisas lá nas brochuras que perdem aqui um bocado de tempo, por exemplo, para ver que a amplitude dos quatro ângulos é 360. E … logo a seguir põem coisas destas que nem eu sei fazer.
>
> (Entrevista pós aula, 12/04/2010)

4.2 O Caso de Catarina

Catarina pertencia à turma B da oficina de formação. A professora apenas integrou este estudo a partir de setembro de 2009, uma vez que, no final da oficina de formação, em julho de 2009, não conhecia a escola onde seria colocada no ano letivo seguinte e, consequentemente, desconhecia se iria lecionar o 7.º ano do PMEB.

4.2.1 Conceções e práticas de Catarina antes da formação

Ao tentar articular uma definição de Matemática, transpareceu em Catarina uma conceção dinâmica acerca desta ciência, uma vez que a entendia como o "estudo das regularidades, compreensão, desenvolvimento do raciocínio" (Entrevista, Final da Formação, outubro de 2009). Em termos da sua perspetiva acerca da aprendizagem da Geometria, a professora foi ao encontro do que é preconizado no PMEB, uma vez que considerava que "a Geometria está sempre ligada a uma imagem, o que a torna um bocadinho mais interessante, a aprendizagem passa sempre pela procura de regularidades e entender as regularidades, tentar explicá-las. Passa tudo por aí" (Entrevista, Final da Formação, outubro de 2009).

Catarina era de opinião que os alunos reagem bem à Geometria, fruto também do recurso ao *software* de geometria dinâmica e aos materiais manipuláveis que usualmente utilizava nas suas aulas. Contudo, reconheceu que os alunos apresentam dificuldades na elaboração de justificações e explicação de raciocínios. A professora entendia que a Resolução de Problemas está diretamente relacionada com a Geometria "porque o raciocínio, na Geometria, é também resolução de problemas. Estudar Geometria é também resolver problemas" (Entrevista, Final da Formação, outubro de 2009). Catarina mostrava-se familiarizada com o documento do PMEB, com a ênfase colocada nas capacidades transversais e, em particular, na resolução de problemas.

4.2.2 A frequência da oficina de formação

Apesar de não saber se iria lecionar no âmbito do PMEB no ano letivo seguinte ao da oficina de formação, Catarina manteve uma postura empenhada e participativa, como se estivesse disposta a implementar de imediato o programa. A tarefa que desenvolveu e apresentou com o seu grupo de trabalho na oficina de formação era uma tarefa exploratória que, com o recurso ao *Geogebra*, permitia aos alunos chegar à relação entre a razão de áreas e perímetros de figuras semelhantes (Anexo 11). Os elementos do grupo de Catarina propuseram uma metodologia coerente com a que se pretende no PMEB. Além disso, pretendiam ainda generalizar e demonstrar as relações a que os alunos chegariam no decorrer da implementação da tarefa que propuseram. Assim, elegeram estes dois momentos como os mais críticos da aula que prepararam, quer para professores, quer para alunos. O grupo ao qual pertencia Catarina utilizou a oportunidade proporcionada pela partilha da tarefa preparada para discutir com as formadoras e com os restantes formandos formas de poder ultrapassar as dificuldades que anteciparam.

Percurso da turma B

A turma B da oficina de formação era constituída por 17 professores. Era heterogénea em termos de idade, formação base, experiência de ensino, conceções sobre a Matemática e o seu ensino, e em termos de metodologias de sala de aula. De um modo geral, transparecia um conhecimento satisfatório do documento do PMEB. No entanto, as opiniões dos formandos em relação ao programa dividiam-se em dois grupos.

Um grupo de professores mostrava-se alinhado com as orientações do PMEB. Concordavam com este reajustamento ao Programa de 1991 e a maioria afirmava usar já nas suas práticas uma metodologia próxima da que é preconizada pelo PMEB. Outro grupo de professores, em menor número que o primeiro, mostrou sempre discordância com este programa em termos de metodologia de sala de aula. Estes professores confessaram grande ceticismo em relação à eficácia desta metodologia na aprendizagem dos alunos, em particular relativamente aos resultados dos alunos nos exames nacionais do final do 3.º ciclo do Ensino Básico.

Durante a primeira sessão desta oficina, o grupo em desacordo face ao documento do PMEB provocou e alimentou uma discussão muito acesa. Esta discussão teve uma segunda fase, na última sessão de formação, após a discussão final. Durante estas discussões transpareceu, por parte desses professores, uma conceção instrumentalista da Matemática. Curiosamente, durante as restantes sessões da oficina de formação, com exceção da primeira e da última, este facto não se repetiu, talvez por serem sessões de trabalho em grupo e/ou de apresentação de nova informação.

Ao longo das sessões foi possível observar uma quase total autonomia de cada um dos grupos de trabalho, na elaboração de tarefas a apresentar no final da formação, facto que não aconteceu na turma A. Foi visível o à-vontade demonstrado por todos os formandos na utilização das tecnologias, em particular do *software* de geometria dinâmica (*Geogebra*). Foi curioso verificar algum trabalho conjunto entre os formandos de diferentes grupos de trabalho na oficina de formação e mesmo de diferentes escolas (por exemplo, através de troca de impressões e material para o trabalho final). Tal sucedeu pelo facto de existirem vários professores da mesma escola ou de escolas próximas. Este comportamento poderia refletir o que estes professores fariam habitualmente nas respetivas escolas e/ou nas reuniões mensais de acompanhamento ao Plano da Matemática.

Todas as tarefas constantes nos trabalhos apresentados pelos formandos desta turma utilizaram *software* de geometria dinâmica e enquadravam-se numa metodologia de sala de aula alinhada com as orientações do PMEB. Na última sessão da oficina de formação, as formadoras promoveram uma discussão final, que sucedeu à discussão de todos os trabalhos realizados pelos diferentes grupos de formandos. As formadoras lançaram aos formandos as seguintes questões como ponto de partida para a discussão: “O que retiram do conjunto destas sessões? Qual o trabalho que se pretende com os nossos alunos? Será diferente? Ou não?” Com base nas questões formuladas apresento, de seguida, uma síntese das principais opiniões emitidas pelos diferentes formandos:

- … os tópicos são quase iguais, poderiam (os autores) ter desenvolvido mais (no documento).
- …o que muda será o reforço na atitude, nas competências do Currículo Nacional de 2001.

- As capacidades transversais são trabalhadas em paralelo, em todas as aulas, e não no final do capítulo.
- Saiu claramente a parte exclusivamente expositiva do professor transmissor, que expõe e depois se faz exercícios. Deve ser através de tarefas.
- O professor vai ter um trabalho superior, muda o papel.
- Neste programa está patente uma visão diferente da Matemática.
- Continuo cética relativamente a este programa. Tem a ver com os resultados da disciplina.

(Notas de campo, 6.ª Sessão da Oficina de Formação, julho 2009)

Verifiquei que o grupo de professores que na primeira sessão de formação se mostrou descontente com as orientações constantes do PMEB manteve a opinião inicial. Assim, na última sessão, gerou-se uma discussão semelhante à que decorreu na primeira, em que foi possível observar o reforço, nestes professores, das suas perspetivas iniciais.

O diretor do Centro de Formação esteve presente no final da última sessão desta turma. Fez uma breve intervenção que, após algumas questões burocráticas, terminou com a referência a alguns aspetos importantes, alinhados com o que preconiza o PMEB. Apresento de seguida o mote desta intervenção: “As mudanças com o PMEB devem ser um facto de sustentação contínua, para que se opere uma efetiva mudança nas práticas” (Notas de campo, 6ª Sessão da Oficina de Formação, julho 2009). Após a saída do diretor do Centro de Formação uma das formadoras encerrou a formação dizendo: “O PMEB não é um conjunto de tópicos isolados mas uma visão da Matemática. Para melhor o implementar, é importante conhecê-lo todo e partir daí para cada ciclo, ano, unidade e aula.” (Notas de campo, 6.ª Sessão da Oficina de Formação, julho 2009).

Esta turma apresentou duas características diferentes relativamente à turma A: o conhecimento do PMEB aquando do início da oficina de formação e as práticas de sala de aula dos formandos. Em relação ao primeiro aspeto, os formandos apresentaram um conhecimento satisfatório das orientações emanadas pelo PMEB, facto que não ocorreu na turma A. Transpareceu, de um modo geral, e fruto das discussões e dos trabalhos realizados pelos formandos da turma B, uma prática de sala de aula que se encontrava próxima do que é preconizado no PMEB, com recurso a tarefas que potenciam a aquisição de conhecimento com significado e onde o aluno tem um papel ativo.

4.2.3 O percurso de Catarina

A escola onde estava colocada Catarina em 2009/10 aderiu ao PM II e à primeira fase da generalização do PMEB. Era uma escola básica do 2.º e 3.º ciclos de uma cidade situada a 15 km do Porto, dentro da sua zona metropolitana. A turma do 7.º ano em que foram recolhidos dados para este estudo era constituída por 21 alunos, 12 raparigas e 9 rapazes. Catarina era a professora de Matemática, de EA e a diretora de turma. Semanalmente, os alunos tinham dois blocos de 90 minutos de Matemática (às segundas e quintas de tarde). Acrescia ainda um bloco semanal de 45 minutos de oferta de escola (à quinta de manhã) em que a turma estava dividida por turnos (usufruindo desta oferta, por conseguinte, quinzenalmente). Os alunos tinham 90 minutos semanais (à sexta ao último tempo da tarde) de EA mas apenas 45 minutos desta aula eram dedicados à Matemática. Os restantes 45 minutos eram destinados a trabalho noutras disciplinas, em particular àquelas cujos testes se realizariam na semana seguinte a essa aula. Não existiam assessorias nem na aula de Matemática nem em EA.

4.2.4 Catarina: As aulas de Geometria após a oficina de formação

Catarina dedicou nove blocos de 90 minutos da aula de Matemática e um bloco de 45 minutos de oferta de escola (para cada um dos turnos da sua turma) ao ensino dos *Triângulos e Quadriláteros*. As aulas deste tópico foram lecionadas entre 28 de janeiro e 18 de março de 2010 e durante este período nenhuma das aulas de EA foi dedicada ao estudo deste tópico.

As orientações do PMEB estiveram sempre presentes no trabalho de Catarina, tanto no trabalho prévio da professora em termos de preparação das aulas como na sua concretização em sala de aula. Os alunos eram frequentemente dispostos em grupos de quatro alunos (normalmente os grupos formavam-se por proximidade, de forma a que houvesse o mínimo possível de alterações na disposição típica dos alunos na sala de aula) para que eles se ajudassem uns aos outros e também para rentabilizar o tempo e as ajudas da professora.

Catarina fornecia um exemplar da tarefa a realizar a cada grupo, sobretudo tarefas disponibilizadas pela DGIDC e outras que encontrava nas publicações da

APM. A professora estimulava frequentemente o uso de material de desenho (régua, compasso, transferidor, etc.), bem como de materiais manipuláveis (tais como papel de revista para efetuar dobragens). A apresentação de diferentes soluções ou resoluções, pelos alunos, constituía um momento importante das aulas de Catarina, culminando na síntese das ideias principais. A Resolução de Problemas estava presente em quase todas as propostas de trabalho feitas aos alunos. De facto, relacionando as suas práticas usuais de sala de aula com as recomendações do PMEB, Catarina afirmou que

> O que mudou relativamente no ensino da geometria… A ideia principal é não impor, que exploram até chegarem…é claro que sozinhos não conseguem chegar às ideias que os matemáticos levaram anos a chegar. Mas não impor. Eu já dava a construção de triângulos… (Entrevista pós aula, 22/02/2010)

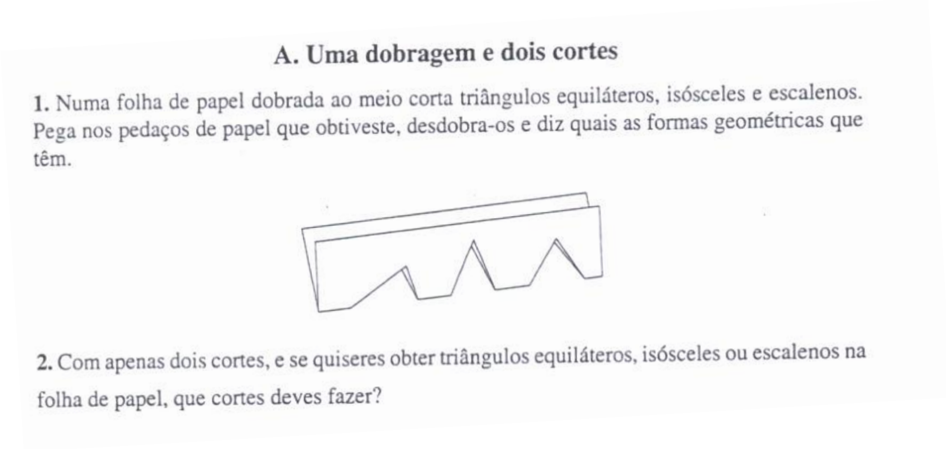
Catarina recorreu, nas suas aulas, a um conjunto diversificado de tarefas: tarefas de cunho exploratório, problemas e exercícios. Esta diversificação contribuía, na sua opinião, para motivar os alunos:

> No fundo estamos a utilizar a consolidar alguns tipos de aprendizagem das aulas anteriores e depois ver algo novo. Mas a ideia principal é trabalhar no abstrato. Mas ao mesmo tempo trabalha-se com a tecnologia e é muito mais fácil trabalhar com eles com o *Geogebra* do que com material de desenho. Mesmo nesta parte dos ângulos externos com material de desenho continuam a colocar amplitudes de 34 graus num ângulo obtuso, mas se calhar começam a ser um bocadinho mais críticos a comparar. Eles precisam de mais aulas deste tipo, mas para que não fique monótono vou quebrar com exercícios.
>
> (Entrevista pós aula, 04/02/2010)

Tal como a citação acima também ilustra, Catarina utilizou vários recursos nas suas aulas de forma, também, a motivar os alunos. Além da tecnologia, do material de desenho e de algum material manipulável, os recursos usados incluíram, por exemplo, o uso de vídeos: "Ultimamente eles têm estado um bocado apáticos; eu andei na internet à procura de outras coisas, vídeos…" (Entrevista pós aula, 22/02/2010).

Numa das aulas observadas, em que Catarina abordou a congruência de triângulos, e após ter verificado que os alunos não se recordavam da construção de triângulos, usou um vídeo sobre os diferentes processos de construção de triângulos como forma de rever os procedimentos (Anexo 13). Catarina foi fazendo pequenas pausas, ao longo da visualização do filme, para dialogar com os alunos e fazer pequenas sínteses de forma a rever o assunto em questão.

Catarina também propôs aos alunos a resolução de exercícios, pretendendo, para além da consolidação de procedimentos, recordar propriedades e conceitos anteriores e motivando os alunos para a aprendizagem. O trabalho em torno de tarefas de exploração também teve lugar nas práticas de Catarina. Na figura 11 apresento uma dessas tarefas de exploração.



A. Uma dobragem e dois cortes

1. Numa folha de papel dobrada ao meio corta triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Pega nos pedaços de papel que obtiveste, desdobra-os e diz quais as formas geométricas que têm.

2. Com apenas dois cortes, e se quiseres obter triângulos equiláteros, isósceles ou escalenos na folha de papel, que cortes deves fazer?

Figura 11: Tarefa usada na aula 8/03/2010, Anexo 12

Relativamente aos momentos de aula, Catarina seguiu várias orientações preconizadas pelo PMEB para o trabalho em torno de tarefas de caráter problemático ou exploratório. A apresentação da tarefa não era acompanhada de qualquer indicação prévia aos alunos, que rapidamente se organizavam em pequenos grupos para trabalho em conjunto por, normalmente, cerca de 30 minutos. A discussão e síntese das principais ideias eram feitas no quadro, pela professora, com a colaboração dos alunos, o que pode ilustrar, um tipo de exposição dialogante. Talvez tenha sido este aspeto final que colocava maiores dificuldades a Catarina, uma vez que a discussão e síntese se centravam ainda demasiado nela, apesar da importância das contribuições dos alunos.

Com base nas observações que realizei, verifiquei que as orientações do PMEB estão, de um modo geral, presentes no trabalho de Catarina em sala de aula. Aliás, a própria professora tinha consciência do trabalho que realizava, da forma como o realizava e dos desafios que ainda tinha pela frente. No extrato seguinte, proveniente da reflexão realizada após a primeira aula a que assisti, ilustro a forma como Catarina olhava para o trabalho realizado em sala de aula:

> *Catarina*: Quanto aos objetivos de aprendizagem que tinha para esta aula…Aquela parte da classificação de triângulos foi toda à vida. Mas era sobretudo a medição, a utilização de material de desenho e aqueles conhecimentos prévios do 2.º ciclo, os ângulos

verticalmente opostos e de lados paralelos (…) Nem todos conseguiram realizar as aprendizagens que eu pretendia. Alguns, nem todos …Tenho a noção que alguns ainda não sabem medir. Por exemplo, agora no final houve quem me chamasse novamente, para ver a medição. (…)
Investigadora: E as dificuldades nas tarefas de hoje?
Catarina: Além da medição com o uso do transferidor,…. mesmo a concentração para tentar tirar alguma conclusão ou acompanhar algo que eu digo, acho que não foi nada bom.
Investigadora: O rumo da próxima aula irá estar influenciado por aquilo que eles não conseguiram?
Catarina: Sim, eu estava a pensar por causa do problema dos computadores, metade da turma fazia a tarefa com papel e lápis e a outra metade com o *Geogebra*, isto para a dos ângulos internos. Na aula seguinte, para a dos ângulos externos, trocavam. Mas os que trabalharem com papel e lápis vão ter o mesmo problema de hoje. Além das medições erradas demora muito tempo… Eu hoje nem trouxe o transferidor para utilizar no quadro porque eles garantiram-me que, além de não tomarem atenção ao que se passa aqui (no quadro), garantiram-me que usavam o transferidor. Eu sei que pelos alunos de 8.º que apanhei este ano que não sabiam desenhar triângulos equiláteros, nem medir ângulos também, mas esses…

(Entrevista pós aula, 28/01/2010)

Nas suas aulas, Catarina utilizou diferentes recursos, tal como já referi. Os diferentes recursos foram usados pelos alunos, de forma significativa. Quando recorreu ao trabalho com computadores, Catarina, como apenas tinha três computadores na sala de aula, dividia os alunos de modo a que a tarefa fosse realizada em simultâneo com recurso a papel e lápis e a *software* de geometria dinâmica. Na tarefa seguinte em que houvesse recurso a *software* de geometria dinâmica, os alunos que tinham estado a utilizar os computadores anteriormente trocavam com aqueles que tinham usado material de desenho. Como também já indiquei, Catarina mantinha a sua preocupação em não abandonar as aulas com resolução de exercícios, intercalando este tipo de tarefas com outras de natureza exploratória.

O objetivo, nesta aula, era tentar que eles trabalhassem uns com AGD outros com o material. Tentar trabalhar um pouquinho no abstrato as demonstrações, o que é difícil. Na próxima aula vou dar alguns exercícios (…) Para consolidar e para aplicar estas matérias.

(Entrevista pós aula, 04/02/2010)

Catarina assumia, em sala de aula, um papel de potenciadora de aprendizagens. Estimulava o confronto de ideias, recordava conceitos, questionava os alunos para os ajudar a encontrar caminhos de resolução no caso de ser necessário, corrigia e elaborava demonstrações. Este protagonismo de Catarina foi consciente face à passividade dos alunos. Verifiquei, durante as aulas observadas e pelas reflexões que a professora foi fazendo após essas aulas, uma preocupação especial com a abordagem à elaboração de demonstrações:

> …era suposto já a formulação da conjetura e a demonstração. Mas eles não entendem a ideia da demonstração, talvez mais tarde, faz-lhes muita confusão (…) penso usar vários exemplos, mas o que lhes faz confusão é que para alguns é um dado adquirido que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180^0. E por exemplo a parte dos ângulos alternos internos é que é nova e faz-lhes confusão justificar algo que já está adquirido com algo novo. E ainda estão muito… Além de não perceberem a necessidade de demonstração, ainda são muito lentos. Mas notei que na medição dos ângulos estão mais rápidos.
>
> (Entrevista pós aula, 01/02/2010)

Apesar destas reservas, Catarina reconhecia a dificuldade que os alunos tinham em elaborar demonstrações. Assim, teve a preocupação de trabalhar com os alunos sobre esta questão, ao longo das aulas observadas, evoluindo no grau de rigor e formalização: "Escrever as justificações e começar a… seguir, seguir essa sequência e também deixarem de … é um pouco formalizar a demonstração. Serem mais rigorosos, deixar de pensar que 'são iguais, porque parecem iguais'" (Entrevista pós aula, 11/03/2010).

Catarina também propôs tarefas com vista ao trabalho autónomo dos alunos, em casa, e com diferentes objetivos: consolidar e recordar conhecimentos anteriores (por exemplo, fazer as construções de triângulos em casa numa folha à parte para entregar), terminar tarefas iniciadas na aula, resumir conteúdos de Geometria abordados nas primeiras três aulas do tópico *Triângulos e Quadriláteros* para preparar a quarta aula (sobre resolução de problemas em grupo) e fazer preparação para testes, etc.

> Esta tarefa envolve a construção de triângulos que eles não sabiam, andaram ali a fazer à sorte. Depois, é que começaram a pensar... 'Isto tem a ver com uma coisa que demos em Educação Visual'. Portanto tem a ver com a desigualdade triangular, tem a ver com a construção de triângulos e ainda com o facto de não ler com atenção, não saber interpretar as perguntas. Estava à espera de alguns problemas, mas não tantos. Mesmo na escolha das amplitudes dos ângulos, um falou 100, 20 e 30…
>
> (Entrevista pós aula, 22/02/2010)

4.2.5 Impacto da oficina de formação nas práticas de Catarina

Comparando o documento do PMEB com o Programa de 1991, Catarina reforçava a ideia de que os conteúdos se tinham mantido, mas eram agora distribuídos ao longo dos três anos do 3.º ciclo do Ensino Básico de forma diferente. Considerava, contudo, que existem grandes diferenças em termos de 1.º e 2.º ciclos, relativamente aos programas anteriores. A professora destacou que, ao longo de todos os ciclos do Ensino Básico, o PMEB aponta muito para o desenvolvimento e integração das capacidades transversais: "É dar ênfase às, ao desenvolvimento das capacidades transversais. A nível de conteúdos não noto grande diferença (…) Fiz a oficina, sem implementar, foi tudo teórico, portanto ainda não senti as verdadeiras dificuldades" (Entrevista, Final da Formação, 06/10/2009). Na opinião de Catarina, o documento do PMEB não é muito esclarecedor relativamente à forma de implementar e avaliar as capacidades transversais, em particular a Resolução de Problemas.

Relativamente ao processo de ensino-aprendizagem da Geometria, no âmbito do PMEB, Catarina entende que "é mais interessante pô-los [aos alunos] a pensar do que desbobinar a matéria, é mais interessante. Mas se eles não tiverem este traquejo, às vezes ficamos um bocadinho desiludidos, mas temos que ter paciência" (Entrevista pós aula, 08/03/2010). Contudo, na opinião da professora, os conteúdos do tema *Triângulos e Quadriláteros* atribuídos ao 7.º ano de escolaridade são muito ambiciosos, quer pela esta faixa etária dos alunos, quer pela ausência de desenvolvimento de pensamento abstrato nos anos de escolaridade anteriores: "…os tópicos (de Geometria) são muito ambiciosos para o 7.º ano" (Entrevista pós aula, 01/03/2010).

Catarina diversificava as metodologias usadas na sala de aula. Como já referi, privilegiava aulas em que os alunos tinham um papel ativo na construção do seu conhecimento; no entanto, também recorreu a momentos expositivos, quando pretendia transmitir rotinas e sobretudo quando pretendia consolidar conhecimentos:

> …na parte da generalização. Nas definições (…) há necessidade de formalizar um pouco ao nível deles (…) em certas conclusões eles não chegam lá e aí precisam de uma parte mais teórica. Ou mesmo numa parte de revisões. Neste caso, é suposto também que eles já saibam certas coisas.
>
> (Entrevista, Final de Formação, outubro, 2009)

As capacidades transversais e, em especial, a Resolução de Problemas, eram aspetos que Catarina habitualmente tinha em conta na sua prática de sala de aula.

> os objetivos de aprendizagem desta aula? Resolução de problemas, trabalho de grupo; às vezes não é trabalho de grupo é em grupo ou nem em grupo é, depende dos alunos…Tenho a preocupação de também variar um bocadinho, não só trabalho de pares, nem individual, nem de grupo. E aqui a resolução de problemas, como eles ainda não tinham visto nada deste género é um problema para eles …(…) A resolução de problemas nesta aula… foi a principal, acho que os raciocínios inerentes até são mais importantes do que os próprios conhecimentos em si. Não é isso que se pretende que fique. É escrever e justificar… e mobilizar os conhecimentos…é isso que se pretende que fique e não os conhecimentos em si.
>
> (Entrevista pós aula, 08/02/2010)

Verifiquei também que nos momentos formais de avaliação (testes), Catarina apresentou questões, sobre Geometria, alinhadas com aprendizagens visadas nas orientações do PMEB e coerentes com o tipo de trabalho que desenvolveu nas suas aulas. Nas figuras 12 e 13 ilustro algumas dessas questões.

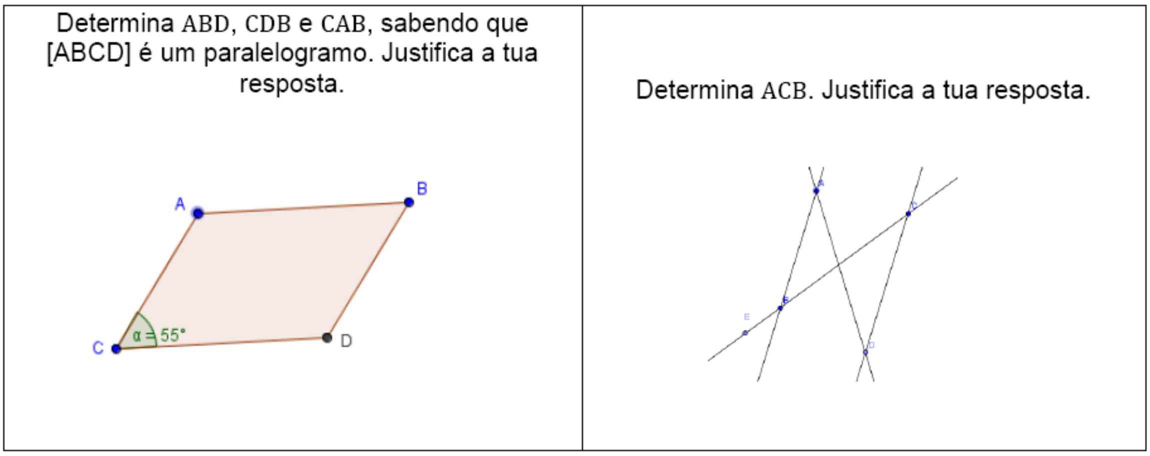


Figura 12: Questão sobre Geometria, teste de fevereiro de 2010, Anexo 14

Sabendo que as retas AB e CD são paralelas e que

BCD=37º, determina EBA.

Justifica a tua resposta.

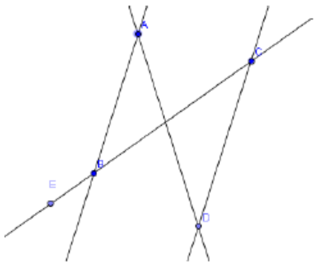


Figura 13: Questão sobre Geometria, teste de março de 2010, Anexo 15

É curioso observar que Catarina repetiu no teste de março, uma questão sobre Geometria que constava do teste de fevereiro.

A frequência da oficina de formação permitiu a Catarina aprofundar o seu conhecimento das orientações do PMEB, em particular no tema Geometria, e reforçar a metodologia que já implementava na sala de aula:

> Nós vimos na formação, ainda não comparei, uma tarefa que discutimos exatamente deste género. Era semelhante. Já na altura discutiu-se a abstração e mas que o ponto principal do programa era começar com a demonstração e não o conhecimento em si que eles já tinham. Parece-me que a importância no 7.º ano está na demonstração e não no conhecimento (…) a formação ajudou, porque mostrou algo semelhante e ajudou a refletir…sim, e eu noto que mesmos outros colegas quando veem os tópicos, leem lá a soma dos ângulos internos e dizem: eles já deram isto. E eu que tive a formação sei que não é suposto dar aquilo, mas demonstrar aquilo. A ideia é essa.
>
> (Entrevista pós aula, 01/02/2010)

Em particular, parece ter sido pertinente o trabalho realizado na oficina de formação em torno do papel da demonstração na aprendizagem da Geometria, no âmbito do PMEB.

Catarina reconheceu ainda vantagens da oficina de formação no reforço da sua confiança, na medida em que a ajudou a melhor compreender o impacto, junto dos seus alunos no ano letivo seguinte, de algumas tarefas implementadas segundo a metodologia preconizada pelo PMEB: “O aceitar que eles demorem mais tempo, também chegámos a falar do problema das medições e das conclusões quando há medições e da margem de erro também chegámos a falar sobre isso” (Entrevista pós aula, 28/01/2010). Catarina reconheceu ainda a influência que a oficina de formação teve na condução de algumas aulas do tema Geometria:

A conduzi-la…ajuda no sentido que é importante eles fazerem isto. Noutro tipo de aula poderiam ficar 6 ou 7 exercícios resolvidos no caderno, todos direitinhos, com as justificações todas direitinhas. E não só pela formação, às vezes custa-me distinguir a parte da formação, com estágio ou com outras circunstâncias. Mas o principal foi…falta-me a palavra, a sensibilização, não foi o reforço, o reforçar a sensibilização para este tipo de aulas. Embora às vezes parece, olhando para os cadernos, e é preciso ter em atenção que há quem olhe para os cadernos, não só os pais, mas às vezes explicadores, e ficaria muito mais bonito se tivessem os exercícios resolvidos todos direitinhos, muitos exercícios… O produto… Não se vê logo. Portanto a formação ajuda-me a continuar. Veio reforçar…

(Entrevista pós aula, 08/02/2010)

4.2.6 Influência de outros dispositivos nas práticas de Catarina

Catarina não considerava o material de apoio ao PMEB disponibilizado pela DGIDC como *uma novidade*, apesar de ter sido usado na maioria das aulas que observei:

E estamos com muitas expectativas, vejo isto com os colegas aqui da escola que vão às reuniões e em relação aos materiais estão desiludidos. Dá-me a impressão que muitos já estão desiludidos com as brochuras. Não trazem assim nada de novo. Utilizam alguns materiais de manuais

(Entrevista, Final da Formação, outubro 2009)

Apesar disso, a professora referiu que todos os professores da escola envolvidos no primeiro ano de generalização do PMEB tencionavam usar os materiais disponibilizados pela DGIDC.

Catarina afirmou usar nas suas aulas, com o Programa de 1991, materiais disponibilizadas pela APM. Esse hábito não se perdeu com a introdução do PMEB pois continuou a recorrer a esses materiais. A tarefa apresentada na Figura 11 (Anexo 12) é um exemplo desta prática de Catarina.

As brochuras da APM, *Matemática para Todos* eu já conheço há algum tempo e costumo usar no 8.º ano, mais para trabalhar a parte dos triângulos e rever quadriláteros. Aqui foi um bocadinho ao contrário, o objetivo era trabalhar mais os quadriláteros e avaliar um bocadinho só dos triângulos, mas achei que era útil e acho-a tão interessante que resolvi dá-la de qualquer maneira.

(Entrevista pós aula, 08/03/2010)

À terça-feira de tarde, realizavam-se reuniões semanais na escola de Catarina, com todos os professores envolvidos no Plano da Matemática II e no início da generalização do PMEB; contudo, na opinião de Catarina, estas reuniões serviam para discutir vários assuntos, não só questões relacionadas com a implementação do PMEB: "Falamos de tudo isto mas muito geral, pois nós temos mil e uma atividades, o jogo do 24, torneio dos pensadores e amanhã vamos ter novamente reunião. Bem, nós temos todas as terças, mas temos muitos assuntos" (Entrevista pós aula, 01/02/2010). De facto, e apesar de os professores envolvidos na implementação do PMEB estarem presentes nestas reuniões, parece transparecer uma certa dispersão de assuntos destas reuniões semanais, provavelmente devido a vários projetos a decorrer em simultâneo, não havendo grandes oportunidades para um trabalho mais focado nos desafios enfrentados na implementação do PMEB. Nas reuniões semanais do Plano da Matemática II e do PMEB, verificavam-se, segundo Catarina, algumas discrepâncias na preparação e na concretização das respetivas aulas:

> …não estamos todos a fazer exatamente o mesmo trabalho, apesar de trocarmos ideias. E os meus colegas falaram também da morosidade, estão aflitos com o tempo. Mas a ideia principal dá-me a ideia que se vai perder com muitos, que é tentar trabalhar com o abstrato, a demonstração. Continuam a dizer que a soma é 180 graus, portanto isto aqui não é preciso, passa para a frente. (…) E também é complicado se eu não tivesse a experiência do estágio …. e da formação … com uma aula destas perdia logo a coragem de continuar, porque esperamos demais dos alunos. Se não valorizarmos pequenas coisinhas, pequenas conquistas, nunca mais damos uma aula deste tipo. O que é que acontece é que os exemplos da DGIDC, faz-nos sentir frustradas.
>
> (Entrevista pós aula, 04/02/2010)

Na escola de Catarina havia três professores (no total) a lecionar o PMEB, cada um com a sua metodologia em sala de aula, destacando-se uma tendência para uma abordagem tradicional ao processo de ensino-aprendizagem. Estas divergências afetavam negativamente o trabalho colaborativo entre estes professores:

> …ainda agora estive a falar com uma colega antes da aula e tinha 3 fotocópias sobre exercícios de congruência, não são 500, mas perto e os meus ainda não fizeram tantos exercícios e questiono-me um bocadinho… Eu tento compensar um bocadinho, em certas alturas tento dar mais exercícios, mais expositivo em certa altura, noutras menos… sobretudo diversificar.
>
> (Entrevista pós aula, 01/03/2010)

A opinião de Catarina relativamente ao acompanhamento disponibilizado pelo ME ao desenvolvimento do Plano da Matemática II e ao início da generalização do

PMEB era um pouco cética. Para a professora, este acompanhamento não se traduzia num apoio a cada um dos professores de modo a aumentar o seu conhecimento didático e justificava a sua opinião com base em dois aspetos: (1) o facto de não poder estar presente habitualmente nas reuniões mensais de acompanhamento; e (2) o conteúdo dessas reuniões de acompanhamento. Na opinião de Catarina, este último aspeto prendia-se com as informações transmitidas pela coordenadora da sua escola, informações essas que lhe parecem orientadas para o esclarecimento de dúvidas relativamente ao Plano da Matemática II e não dirigidas ao trabalho em torno do PMEB:

> O problema é que o acompanhamento é só de longe a longe e eu só fui a uma, à que se realizou nesta escola. O que era importante é que ela (coordenadora do PM e do PMEB da escola) estivesse em contacto e colocasse essas dúvidas todas… E dá-me a impressão que nas reuniões têm ocupado bastante tempo por causa do plano e por causa de outras questões, enfim…
>
> (Entrevista pós aula, 08/03/2010).

De facto, o papel do coordenador é de extrema importância e Catarina parecia não estar a encontrar no acompanhamento a utilidade que podia devido a um desempenho menos satisfatório da respetiva coordenadora, podendo mesmo ter originado conceções erróneas em Catarina acerca do trabalho enfatizado nas próprias reuniões de acompanhamento.

CONCLUSÕES

Com este trabalho procurei compreender de que forma uma ação de formação contínua, no âmbito do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) influencia as conceções e as práticas dos professores de Matemática, especialmente no que concerne ao ensino-aprendizagem da Geometria, no 3.º ciclo do Ensino Básico, e à importância da Resolução de Problemas nesse processo. As conclusões deste estudo apresentam-se sistematizadas segundo as questões de investigação formuladas:

1. Que conceções têm os professores de Matemática do 3.º ciclo do Ensino Básico sobre:

a) o ensino da Geometria?

b) a Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria?

2. Que influência têm as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas conceções dos professores de Matemática acerca do processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico e ao papel da Resolução de Problemas nesse processo?

3. Que influência têm as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas práticas dos professores de Matemática ao nível do processo de ensino-aprendizagem da Geometria no 3.º ciclo do Ensino Básico e ao papel da Resolução de Problemas nesse processo?

4. Que fatores facilitam ou dificultam uma integração das orientações programáticas e metodológicas abordadas durante as ações de formação de Geometria, no âmbito do PMEB, nas práticas de ensino de tópicos de Geometria em contexto de sala de aula?

O estudo seguiu uma metodologia de investigação qualitativa, de caráter interpretativo, com *design* de estudo de caso (Bogdan & Biklen, 1994; Merriam, 1998; Yin, 2002). Este estudo decorreu em duas fases distintas, uma durante a realização de uma oficina de formação sobre o tema Geometria, no âmbito do plano de implementação do PMEB, e outra durante a prática letiva de duas professoras de Matemática, Maria e Catarina, que frequentaram a referida oficina de formação.

A oficina de formação enfatizou o desenvolvimento do conhecimento didático dos formandos, na aceção de Ponte (1999), sobretudo o conhecimento do processo instrucional em tópicos de Geometria. Com a modalidade em que decorreu esta formação, oficina de formação, tentou-se melhorar a ligação entre a formação contínua e as práticas de ensino, criando-se condições para os professores (formandos) integrarem visões de mudança nas usas conceções. Em particular, na oficina de formação visada por este estudo, foi reforçada a importância da Resolução de Problemas no ensino da Geometria e de uma abordagem ao ensino *através* da Resolução de Problemas (Santos-Trigo, 1996).

Segundo o modelo de Marques (2004) acerca das perspetivas de formação contínua, esta oficina de formação, na sua conceção, enquadrou-se na formação reflexiva, em que a análise da prática letiva vincula novos conhecimentos, sendo fonte de novos saberes. Contudo, devido ao *timing* em que decorreu, a oficina de formação não permitiu uma componente de reflexão sobre a prática dos formandos como seria adequado; de facto, e apesar dos esforços das formadoras para que as sessões de formação tivessem um caráter construtivista (Marques, 2004), a oficina de formação acabou por ter também algumas características de uma formação mais tradicional, que vê o professor como recetor de conhecimento que deve depois transpor para a sua prática letiva.

A recolha de dados foi realizada através: (1) da observação não participante das sessões da oficina de formação; (2) da observação não participante das aulas das professoras selecionadas durante o período do ano letivo de 2009/10 em que lecionaram o tópico *Triângulos e Quadriláteros* do tema Geometria do 7.º ano de escolaridade, no âmbito do PMEB; (3) da realização de entrevistas semiestruturadas às duas professoras selecionadas em vários momentos (após a oficina de formação, no início do ano letivo de 2009/10, e durante e após a recolha de dados de natureza observacional em contexto de sala de aula, entre outros momentos) para além de várias conversas informais; e (4) da recolha de documentos produzidos por todos os formandos da oficina de formação referida, mas com especial enfoque nos trabalhos das duas professoras que participaram neste estudo, documentos produzidos no âmbito da prática letiva das duas professoras selecionadas que foi observada (planos de aula, testes, fichas de trabalho, etc.), e documentos gerados pelas observações realizadas – notas de campo. A opção pelo tópico *Triângulos e Quadriláteros* prendeu-se apenas com o facto de as duas professoras selecionadas terem lecionado o 7.º ano de escolaridade, no âmbito do PMEB, em 2009/10, altura em que foi possível recolher dados de natureza empírica nas suas salas de aula. Devido às minhas restrições de tempo para esta recolha de dados, escolhi o tópico *Triângulos e Quadriláteros*.

1. Análise Comparativa dos Casos de Maria e Catarina

Conceções

Maria e Catarina tiveram ambas um percurso semelhante em termos da sua formação inicial em Ensino da Matemática com estágio pedagógico integrado. O ano de estágio foi destacado por ambas as professoras como um momento importante e decisivo das suas carreiras, na medida em que tiveram experiências de sala de aula que se aproximaram de uma conceção dinâmica da Matemática (Fonseca, 1995, apoiada em Lester, 1989). Enquanto Catarina manteve, após o estágio, uma conceção próxima da conceção dinâmica, Maria, mesmo tendo gostado da experiência de estágio, que lhe proporcionou essa perspetiva da Matemática, acabou por se afastar dessa conceção. Ao longo do tempo, Maria acabou por ir adotando uma abordagem de ensino *oposta* à referida, enquadrando-se numa perspetiva instrumentalista da Matemática (Fonseca, 1995, apoiada em Lester, 1989).

A forma como Maria e Catarina encaravam a Geometria e a importância que davam à Resolução de Problemas parecem resultar das diferentes conceções que ambas possuíam acerca da Matemática e do ensino-aprendizagem desta disciplina. A conceção de Maria acerca da Matemática levava-a a desvalorizar a Resolução de Problemas, focando a sua atenção na importância do desenvolvimento de conteúdos e de procedimentos de cálculo.

Catarina tinha uma conceção dinâmica da Matemática (Fonseca, 1995, referindo-se a Lester, 1989). Nesta perspetiva da Matemática como atividade, o ensino-aprendizagem é visto como uma forma de descoberta, onde os alunos são comunicadores de ideias e resolvedores de problemas confiantes e criativos. Fruto desta visão da Matemática, Catarina valorizava outros objetivos curriculares que vão para além da aquisição de conhecimentos e procedimentos de cálculo, como o desenvolvimento do raciocínio matemático e do pensamento autónomo.

A Geometria é um tema que Catarina apreciava bastante apesar de não ser o seu tema favorito. Este gosto pela Geometria vinha desde os tempos em que era aluna, mas foi nutrido devido à grande diversidade e quantidade de trabalho que possibilita em termos de construções, quer com o recurso a *software* de geometria dinâmica ou à utilização de material manipulável. Quanto a Maria, não nutria simpatia pelo tema. Confessava que, como aluna pouco aprendera sobre Geometria, e como professora de Matemática não gostava muito de lecionar os tópicos de Geometria, não a considerando tão importante como os outros temas matemáticos curriculares. Esta falta de gosto pela Geometria e esta desvalorização do tema em relação aos restantes pode dever-se à insegurança que a professora revelou em termos do conhecimento matemático geométrico, o que lhe causava desconforto em situações de ensino. Maria dava enfoque à vertente dedutiva da Geometria (Abrantes, 1999). Já Catarina considerava a Geometria uma área importante da Matemática, propícia à realização de investigações, explorações e resolução de problemas. Valorizava igualmente as duas vertentes da geometria, a dedutiva e a indutiva (Abrantes, 1999).

No que diz respeito à Resolução de Problemas, na prática de sala de aula, Maria recorria à resolução de problemas como forma de aplicação de conhecimentos e regras conhecidas. Em relação às tarefas não rotineiras, em particular aos problemas, Maria usava-os apenas nas aulas de Estudo Acompanhado, dando a entender que os considerava como algo exterior ao trabalho em sala de aula no ensino-aprendizagem da Matemática. Catarina recorria a tarefas rotineiras e não rotineiras, propondo problemas com diferentes objetivos: como forma de aplicação, exploração e desenvolvimento de conceitos, concretizando o ensino *de, através e com* problemas (Santos-Trigo, 1996), com recurso a tecnologias e materiais de desenho e manipuláveis de modo a potenciar ambientes de aprendizagem mais ricos (Candeias, 2005; Van de Walle, 2001).

Práticas de ensino

As diferentes conceções de Maria e de Catarina acerca da Matemática, Geometria e Resolução de Problemas refletiam-se, naturalmente, nas respetivas práticas de sala de aula. Maria evidenciava uma postura muito tradicional face ao ensino da Geometria e ao papel da Resolução de Problemas (apenas como aplicação esporádica de conhecimentos ou processos), ao passo que Catarina se regia por uma postura mais próxima das recomendações para o ensino da Matemática do PMEB, procurando realizar um ensino *através* da Resolução de Problemas.

Maria tinha uma prática de sala de aula onde predominava a transmissão de conhecimentos e a resolução de exercícios de aplicação e consolidação. Não diversificava praticamente nada as tarefas que propunha, destacando-se os exercícios que, na sua maioria, retirava do manual adotado. Na prática de Maria observavam-se dois tipos de aula: (1) aulas em que a professora apresentava o conteúdo novo e depois propunha exercícios de aplicação; e (2) aulas, que a professora designava por aulas práticas, em que apenas eram propostas tarefas rotineiras com o objetivo de consolidar conceitos e procedimentos, e mecanizar rotinas.

Maria recorria muito pouco a tarefas que envolvem Resolução de Problemas e, quando o fazia, era apenas como aplicação de conteúdos no final dos capítulos. O seu papel na sala de aula aproximava-se do de um instrutor, preferindo a utilização de métodos analíticos de resolução de tarefas em detrimento de métodos mais intuitivos ou informais. De facto, verificava-se a ausência da utilização de estratégias geométricas na resolução das tarefas propostas – apesar de terem sido observadas as práticas de Maria na lecionação de tópicos de Geometria – optando pelo recurso à execução de procedimentos. As práticas de Maria que foram observadas após a oficina de formação eram compatíveis com as práticas que a professora relatou antes da sua participação naquela iniciativa de desenvolvimento profissional. Apesar de reconhecer a importância da Resolução de Problemas, Maria dav prioridade ao cálculo, aplicação de fórmulas e mecanização de rotinas pois, na sua opinião, são fundamentais para a Resolução de Problemas. Associada a este aspeto, sobressai, através das suas práticas de sala de aula e das entrevistas realizadas, uma lógica de ensino de preparação para exame.

Catarina, durante as aulas de Geometria observadas, evidenciava uma abordagem exploratória e um modelo de ensino pela descoberta guiada, usando tarefas diversificadas e diferentes materiais. Catarina confessava que, lecionando no âmbito do PMEB, recorria com maior frequência à Resolução de Problemas do que relativamente ao programa anterior. Habitualmente, a Resolução de Problemas desempenhava diversos papéis nas suas aulas: como aplicação de conhecimentos já adquiridos (tanto em propostas de trabalho para a sala de aula como para trabalho de casa) mas também como forma de introdução a novos conceitos.

Catarina usava uma metodologia de trabalho em sala de aula próxima da que é recomendada no PMEB, não só em termos da natureza das tarefas que propunha, mas também em relação ao seu próprio papel como promotora da aprendizagem matemática dos alunos. Catarina recorria frequentemente ao trabalho em grupo como forma de organização dos alunos na sala de aula. Quando os alunos trabalhavam em grupo, a professora observava o seu trabalho na realização das tarefas, movimentava-se por toda a sala, colocava questões pertinentes, ajudava a desbloquear impasses, promovia a discussão de estratégias e ideias e preocupava-se com a concentração dos alunos na tarefa proposta. Além da Resolução de Problemas, Catarina recorria a outros tipos de tarefas, por exemplo exercícios e explorações, que retirava (com ou sem adaptações) dos materiais disponibilizados pela DGIDC, pela APM e pelo GAVE, para além de usar também diferentes manuais escolares.

Influência da oficina de formação nas conceções e práticas

As duas professoras, Maria e Catarina, reconheciam que a frequência da oficina de formação sobre Geometria, no âmbito do PMEB, lhes fora muito vantajosa, embora por motivos diferentes. Para Maria, a oficina possibilitou-lhe conhecer o documento do PMEB, enquanto que, para Catarina, a oficina permitiu-lhe aprofundar o conhecimento do PMEB que já possuía. De facto, em termos de conhecimento do programa em si, as duas professoras estavam em patamares diferentes quando iniciaram a oficina de formação. Apesar de faltarem apenas cerca de dois meses para lecionar o PMEB, Maria não tinha conhecimento do programa.

Por sua vez, Catarina, apesar de, à data da realização da oficina de formação, desconhecer se, no ano letivo seguinte, lecionaria o 7.º ano no âmbito daquele programa, estava familiarizada com as intenções, conteúdos e orientações do PMEB.

A oficina de formação poderá ter influenciado, ainda que levemente, as professoras relativamente às suas conceções sobre o ensino-aprendizagem da Geometria e sobre o papel da Resolução de Problemas nesse processo. Já antes da oficina de formação, Maria considerava que os temas matemáticos que constam no PMEB eram prioritários e que as capacidades transversais não ajudavam à aprendizagem desses temas. Pelo contrário, Maria era de opinião que o trabalho em torno das capacidades transversais atrasava o cumprimento do programa. Após a oficina da formação não se verificou, por parte de Maria, o reconhecimento efetivo de que as capacidades transversais se enquadram nos objetivos de aprendizagem do programa. Assim, a oficina de formação basicamente familiarizou Maria relativamente às intenções, tópicos e metodologias de sala de aula preconizadas pelo PMEB, mas não parece ter-lhe despertado a atenção para a necessidade de rever as suas conceções sobre o processo de ensino-aprendizagem da Geometria, nem sobre o papel da Resolução de Problemas no mesmo.

No que toca a Catarina, a oficina de formação veio reforçar as suas conceções dinâmicas da Matemática e seu ensino, dando-lhe mais coragem para implementar o PMEB como recomendado. O aprofundamento do conhecimento sobre o programa e o trabalho sobre tarefas concretas e respetivos modos de exploração em sala de aula, que ilustram o espírito do PMEB, vieram contribuir para que Catarina encarasse com maior segurança e entusiasmo o desafio que é implementar o PMEB da forma que é sugerida no respetivo documento. O principal impacto da oficina de formação em Catarina parece estar relacionado com a perseverança com que a professora, mais tarde, implementou o PMEB. Não desanimou, nem recuou perante as dificuldades sentidas pelos alunos quando implementou tarefas que envolveram resolução de problemas, demonstrações, capacidades de ordem superior. Procurou encontrar estratégias que, na sua opinião, fossem adequadas a ultrapassar as dificuldades enfrentadas. No entanto, Catarina reconheceu que o trabalho em sala de aula inerente à implementação do PMEB exige mais tempo, preparação e reflexão do professor relativamente ao ensino tradicional, em particular, no que toca à Resolução de Problemas em Geometria.

A frequência da oficina de formação não parece ter alterado as práticas de sala de aula de Maria pois a professora manteve, nas aulas observadas, estratégias de ensino de caráter meramente *reprodutor*. Após a frequência da oficina de formação, e quase no final do primeiro ano de implementação do PMEB, Maria considerava que muito do que é recomendado no PMEB (especialmente em termos da necessidade de diversificação de tarefas e das orientações para o trabalho em sala de aula) não se adequa aos seus alunos, por terem mau comportamento e dificuldades em realizar as tarefas que não envolvam apenas a repetição de procedimentos.

Para além do comportamento desadequado dos seus alunos, as dificuldades que Maria demonstrava em integrar as orientações do PMEB, na sua opinião, têm como fator principal a sua insegurança no domínio da Geometria, no uso de *software* de geometria dinâmica e na gestão do trabalho em sala de aula, para além da falta de apoio sentida por Maria na concretização propriamente dita do programa. Assim, Maria evidenciava um estilo *simples* de implementação do PMEB (Leikin, 2011); quando muito, com base nos dados recolhidos para este estudo, poderia haver a possibilidade de uma implementação *adaptativa*, mas, dadas as suas expectativas acerca do desempenho dos alunos, largamente associadas ao seu comportamento, a adaptação inerente a este estilo de implementação (Leikin, 2011) não iria, de certo, ao encontro das recomendações do PMEB.

A falta de confiança para tentar mudar a sua prática de sala de aula pode ter levado a frustrações e desânimos, fazendo com que Maria se refugiasse no mau comportamento dos alunos, nas suas dificuldades em realizar tarefas de grau cognitivo mais complexo que os exercícios rotineiros e na questão do cumprimento do programa para não prosseguir para um outro estilo de implementação do programa, na aceção de Leikin (2011). Estes argumentos eram já usados por Maria para, de certo modo, justificar a sua abordagem ao ensino antes da oficina de formação.

No entanto, Maria demonstrou muita preocupação em desenvolver a capacidade de comunicação matemática dos alunos ao nível da justificação dos raciocínios aquando da resolução de tarefas que envolviam a utilização de propriedades geométricas. Não se verificou, contudo, a mesma atenção relativamente às outras duas capacidades transversais, em particular, em relação à Resolução de Problemas. Talvez por considerar que as capacidades transversais não são prioritárias e por entender que dar atenção ao seu desenvolvimento contribui para um *atraso* no cumprimento do programa, Maria não as valorizava nas suas práticas.

Catarina indicou como vantagens da frequência da oficina de formação não apenas o facto de *ter estudado* e analisado o programa, mas também ter constituído um espaço de partilha de experiências e de apresentação e esclarecimento de dúvidas, o que lhe permitiu conhecer exemplos concretos de tarefas que respondem ao que é pedido no PMEB. A professora destacou, em particular, o facto de, durante a oficina de formação, se ter abordado a questão do trabalho com os alunos sobre demonstrações geométricas por considerar que é uma abordagem difícil com alunos do 7.º ano. Este aspeto foi apontado por Catarina como tendo sido uma mais-valia em relação aos colegas da escola onde leciona e que não frequentaram nenhuma ação de formação no âmbito do PMEB. Catarina pareceu considerar que a oficina de formação frequentada lhe abriu os horizontes em relação aos colegas que, perante os tópicos que envolvem demonstrações, se limitam à transmissão de processos demonstrativos e aplicação de propriedades.

A oficina de formação pareceu também ter sido um fator motivador para Catarina, no sentido de lhe ter dado mais confiança para o trabalho a realizar em sala de aula. Por exemplo, nas tarefas que envolviam construções geométricas (com recurso a material de desenho e medida) e nas tarefas de exploração, a professora aceitou melhor o facto de os alunos demorarem mais tempo do que em tarefas mais rotineiras por ter compreendido melhor a complexidade da atividade matemática dos alunos quando envolvidos em tais tarefas. Também nas tarefas que envolvem demonstrações, Catarina referiu que aprendeu a não desistir perante a apatia e dificuldades demonstradas pelos alunos. Assim, a frequência da oficina de formação reforçou as conceções de Catarina acerca da Matemática e do ensino da Geometria, aliadas a uma prática de sala de aula em que o aluno tem um papel ativo na construção do seu conhecimento e em que se evidencia um estilo *direto* de implementação do PMEB, com algumas características de um estilo de implementação *inventivo* (Leikin, 2011). No quadro seguinte (Quadro 4) resumo as características principais que distinguem as duas professoras envolvidas neste estudo, de acordo com as suas conceções sobre a Matemática, as suas práticas de sala de aula, e a influência da oficina de formação nas conceções sobre a Matemática e nas práticas letivas.

	Maria	Catarina
Conceções sobre a Matemática	Instrumentalista	Dinâmica
Práticas de sala de aula	Expõe os conteúdos para toda a turma. A aprendizagem é feita por repetição para treinar procedimentos de cálculo.	Facilitadora da aprendizagem, integrando os métodos e abordagens dos alunos na resolução e discussão das tarefas.
Influência da formação nas conceções sobre a Matemática	Fraco conhecimento do programa antes da formação. Consciencialização da necessidade e importância do papel ativo do aluno	Análise detalhada do programa. Reforço da utilização de tarefas exploratórias na sua prática de sala de aula. Alerta para a realização de demonstrações em Geometria desde o 7.º ano
Influência da formação nas práticas de sala de aula	Não foram observadas	Reforço da metodologia de sala de aula que já utilizava e insistência na utilização de tarefas diversificadas na sala de aula.

Quadro 4: Síntese comparativa das características de Maria e Catarina

Neste trabalho encontrei professores Matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico com conceções sobre o ensino da Geometria e sobre a importância da Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria muito diferentes. Atualmente, e tal como se verificou no relatório *Matemática 2001* (APM, 1998), continuam a existir professores que, tal como Maria, não dão muita importância ao tema da Geometria, sendo de opinião que este tema devia ser simplificado e alguns tópicos excluídos dos programas. Mantêm no seu ensino a metodologia tradicional, centrada na reprodução de fórmulas e na resolução de exercícios que envolvem procedimentos. Esta conceção de ensino da Geometria centra-se na sua vertente dedutiva, seguindo a sequência: apresentação da definição e respetivas propriedades, enunciado de teoremas e exercícios de aplicação, eventualmente mais complexos no final de capítulo. A Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria é, para estes professores, vista como aplicação de fórmulas e propriedades e geralmente encontrada em associação com os referidos exercícios mais complexos. Verifica-se, nesta conceção, a ausência da abordagem à vertente intuitiva da Geometria, não havendo lugar para atividades de exploração e de investigação.

Existe, contudo, outra perspetiva que sobressai neste estudo, espelhada nas conceções da Catarina. Esta perspetiva contempla a abordagem de aspetos intuitivos da Geometria, encontrando-se alinhada com as orientações para o ensino da Geometria do PMEB. Esta conceção de Geometria, apelando à intuição e à visualização, é propícia a um ensino fortemente baseado na Resolução de Problemas. Contudo, nesta conceção, não são ignorados os aspetos de natureza dedutiva – nem os aspetos formais que foram e continuam a ser um modelo de pensamento rigoroso do pensamento dedutivo; nem os aspetos algébricos, que são muito importantes para os ensinos secundário e superior. Nesta conceção de Geometria, a dedução e a intuição surgem como complementares, residindo aí a riqueza e a variedade da Geometria. Este facto constitui um argumento importante para a sua presença forte nos programas de Matemática, em particular no 3.º ciclo do Ensino Básico. A Resolução de Problemas é, nesta conceção de Geometria, uma das atividades importante no ensino da Geometria.

Em termos de conceções dos professores reconhece-se alguma influência da oficina de formação. No caso de Catarina, ela reforçou as suas conceções que já eram, de certa forma, alinhadas com as orientações do PMEB. Já no caso de Maria, a professora apresentou uma conceção da Matemática (maioritariamente centrada na transmissão e reprodução de conhecimentos) e do seu ensino distante do que se preconiza no PMEB.

Relativamente a alterações de práticas de sala de aula, não foi verificado, pelos dados que foi possível recolher, nenhum impacto da oficina de formação no caso de Maria, uma vez que não houve alteração de conceções que pudessem ser traduzidas e observadas na prática de sala de aula. Neste caso, parece ser necessária uma alteração de conceções como uma das condições para que seja possível alterar as práticas.

No caso de Catarina já foi visível a influência da oficina de formação na sua prática de sala de aula, não só no reforço da metodologia habitual que desenvolvia, mas também na integração de outros aspetos: maior diversificação da natureza das tarefas selecionadas, organização mais variada do trabalho dos alunos em sala de aula, papel diversificado do professor de acordo com a natureza das tarefas propostas em cada aula, elaboração de demonstrações formais com os alunos do 7.º ano e, sobretudo, maior confiança e segurança para implementar tarefas pouco familiares aos alunos. Em particular, no que toca ao papel da Resolução de Problemas na aprendizagem da Geometria, Catarina progressivamente tomou consciência dos papeis dos problemas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, destacando, na discussão com os alunos das abordagens por estes seguidas, a explicitação de raciocínios e as diferentes estratégias utilizadas. Estes aspetos foram largamente enfatizados e experienciados na oficina de formação no âmbito do PMEB que as duas professoras, Maria e Catarina, frequentaram.

2. Recomendações

Limitações do estudo

Um estudo com a natureza da presente investigação tem, necessariamente, limitações. Começo por destacar que não existem muitos estudos realizados em Portugal sobre o ensino-aprendizagem da Geometria, o que me causou bastantes dificuldades no processo de revisão de literatura e fundamentação teórica. Refiro a seguir algumas limitações deste estudo relativas à recolha de dados.

Foi difícil encontrar professores dispostos a participar na segunda fase deste estudo, na medida em que, dentre os professores que frequentaram as duas turmas da oficina de formação sobre a qual se desenrolou a primeira fase do estudo, poucos foram aqueles cujas escolas aderiram à primeira fase da generalização do PMEB no 7.º ano, em 2009/10. Além disso, dentro das escolas que iriam aderir a este processo de generalização antecipada, poucos professores se mostraram dispostos a participar no estudo. Pareceu existir algum ceticismo face ao sucesso da implementação das orientações do PMEB, associado a uma certa insegurança em ter alguém dentro da sala de aula como observador.

Durante o processo de recolha de dados, as professoras que constituíram os casos referiram várias vezes alguns dispositivos de apoio à preparação das aulas de

7.º ano, no âmbito do PMEB, do tema Geometria, subtópico *Triângulos e Quadriláteros*. O trabalho colaborativo entre os colegas da escola, assim como as reuniões de acompanhamento local do PM II e PMEB foram os mais referidos, contudo nem sempre de uma forma positiva. Assim, e tendo em conta a valorização que ambas as professoras participantes neste estudo deram em relação a estes dispositivos, teria sido benéfico eu ter estado presente nessas reuniões, por exemplo, como observadora não participante, pois poderia melhor compreender de que forma estes contextos de trabalho apoiaram, efetivamente, o trabalho das professoras Maria e Catarina.

Outro aspeto que limitou este estudo prende-se com o *timing* da realização da oficina de formação. Dado que decorreu de final de maio a julho de 2009, praticamente fora do calendário letivo, não foi possível aos formandos aplicar em sala de aula as tarefas construídas e propostas nas sessões presenciais. Esta componente de ligação à prática faltou e, para além de ter sido uma situação excecional, pode ter também originado certos resultados que seriam eventualmente diferentes caso a oficina de formação decorresse como previsto. Por exemplo, no caso de Maria, a componente prática da oficina de formação poderia tê-la levado a uma reflexão sobre a concretização do PMEB muito mais profunda, proporcionando-lhe uma oportunidade para diminuir a sua insegurança face às metodologias inerentes à implementação do PMEB, para repensar as suas conceções e, possivelmente, as suas práticas futuras.

Implicações do estudo

Na minha opinião, a principal implicação deste estudo é que mostrou ser possível integrar as orientações programáticas e metodológicas do PMEB, abordadas na oficina de formação, acerca da aprendizagem da Geometria e do papel da Resolução de Problemas nesse processo. Este estudo sugere como fator facilitador para essa integração, o facto de os professores terem conceções acerca da Matemática e do seu ensino alinhadas com o PMEB e a necessidade de um trabalho entre os professores da escola de gestão curricular que lhes permita ir ao encontro dessas orientações. Em particular, e de acordo com as recomendações de Leikin (2011), devem ser criados mecanismos, eventualmente através da formação, para que os professores experimentem com sucesso a Resolução de Problemas em sala de aula.

A oficina de formação (com as características da oficina que foi alvo de estudo nesta investigação) traz sempre mais-valias para os formandos (admitindo que nela participam com alguma intenção de aprender, refletir, etc.). Contudo, não produz por si só alterações na conduta em sala de aula. Será importante que cada professor construa ou se integre numa rede de apoio de modo a que se sinta apoiado na implementação das metodologias de trabalho em sala de aula (começando, por exemplo, pela seleção e exploração de tarefas) preconizadas pelo PMEB. Este apoio deve, na minha opinião, passar: (1) pela consulta, análise e discussão dos materiais de apoio à implementação do PMEB disponibilizados pela DGIDC; (2) pela leitura e discussão de textos ou artigos sobre experiências de implementação do PMEB; (3) pelo trabalho realizado nas reuniões de acompanhamento local do PM II e PMEB; (4) pelo trabalho colaborativo entre docentes da escola na preparação e reflexão sobre as aulas no âmbito do PMEB (prevendo igualmente situações de ensino em par pedagógico e todos os desafios que tal implica); etc.

Da mesma forma, a disponibilização de material de apoio, como o que tem sido tornado acessível pela DGIDC, APM e GAVE, por exemplo, também não garante a sua utilização de modo adequado (Candeias, 2005). Ou seja, mesmo com exemplos concretos de tarefas, sugestões detalhadas de exploração das mesmas em sala de aula, exemplos de produções escritas de alunos sobre essas tarefas (em particular, no caso da Geometria, com e sem recurso a ambientes de geometria dinâmica) e extratos de diálogos de sala de aula que ilustrem a sua implementação, a disponibilização de materiais curriculares de apoio à implementação do PMEB não garante um estilo de implementação inventivo, na aceção de Leikin (2011). É necessário *abanar* conceções de ensino muito enraizadas numa lógica de transmissão de conhecimentos e treino de procedimentos.

Consciente das potencialidades e limitações das iniciativas de formação como a que serviu de base a este estudo, as conclusões desta investigação e a análise das suas limitações permite, contudo, avançar com algumas recomendações para futuro. Em termos de formação contínua, parece ser importante que oficinas como a que serviu de contexto à primeira fase deste estudo continuem a existir, garantindo oportunidades de ligação entre a teoria e a prática e enfatizando a necessidade dos professores refletirem não só sobre as suas práticas mas também sobre as suas conceções. A relação dialética entre conceções e práticas (Thompson, 1992) é determinante no que se faz na sala de aula e, consequentemente, nas aprendizagens dos alunos.

Na minha opinião, a principal mudança introduzida pelo PMEB refere-se ao trabalho de sala de aula. Este estudo confirma a importância atribuída ao professor nesta mudança. Contudo, a mudança do professor ao nível das práticas de sala de aula é um processo demorado e difícil, e dependente das conceções acerca da Matemática e do seu ensino. Este estudo mostra ainda ser muito difícil a um professor mudar a sua cultura tradicional de sala de aula e passar do ensino direto para uma abordagem exploratória. Uma aula com tarefas de exploração e investigação é muito mais complexa de gerir do que uma aula com base na exposição de conceitos e na realização de exercícios, já que é impossível prever todas as sugestões e questões que os alunos possam apresentar. Além disso, os alunos não estão habituados a trabalhar com este tipo de tarefas (mais abertas e menos rotineiras) e é necessário que o professor os ajude a fazer essa aprendizagem.

É, pois, fundamental desenvolver ações de formação que levem os professores a questionar as suas conceções e práticas, percebendo as limitações de uma abordagem de ensino marcada pela exposição de conteúdos e treino de procedimentos. As iniciativas de formação devem também promover uma relação pessoal positiva dos professores com as explorações e investigações matemáticas, contribuindo para desenvolver a sua capacidade para usar tais tarefas na sua prática profissional. Um acompanhamento em sala de aula, semelhante à prática característica do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, seria um contexto privilegiado para apoiar os professores na realização de práticas de acordo com as recomendações do PMEB.

O trabalho colaborativo nas escolas e nas reuniões locais de acompanhamento, no âmbito do PM II e do PMEB, constitui-se numa forma de desenvolvimento profissional do professor. Esta prática proporciona dinâmicas de trabalho que possibilitem a integração das orientações do PMEB, isto é, que possibilitem um estilo de implementação inventivo (Leikin, 2011). Mais ainda, a seleção, preparação e discussão de tarefas de sala de aula, de natureza diversificada e recorrendo a materiais igualmente diversificados, em conjunto e num ambiente de mútuo apoio, constitui uma forma de minimizar uma certa insegurança dos professores em termos do seu conhecimento didático, em todas as suas vertentes, na aceção de Ponte (1999). Destaco, em particular, a necessidade de os professores desenvolverem mais o seu conhecimento geométrico, compreenderem melhor o papel das demonstrações no ensino-aprendizagem da Geometria, e, entre outros aspetos, perceberem o papel das capacidades transversais – sobretudo a Resolução de Problemas – na aprendizagem da Geometria.

Concluo destacando o enriquecimento que este trabalho constituiu para mim. Readquiri uma maior compreensão da importância do tema da Geometria no PMEB, redescobri a relevância da Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria, e tomei uma maior consciência sobre as minhas próprias conceções e práticas como professora de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte & P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milénio*, (pp.51-62). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.

Alarcão, I., & Roldão, M. C. (2008). *Supervisão. Um contexto de desenvolvimento profissional dos professores*. Mangualde: Edições Pedago.

Arends, R. (2008). *Aprender a ensinar.* Espanha: McGraw Hill.

APM (1988). *Renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.

APM (1997). *Histórias da aula de Matemática*. Lisboa: APM.

APM (1998). *Matemática 2001. Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática - Relatório preliminar*. Retirado em 11 de março de 2009, de: http://www.apm.pt.

Ball, D. (2009). Making Mathematics learnable in school: What is the work of teaching Mathematics? Conferência proferida no *Redesigning Pedagogy – 3rd International Conference.* National Institute of Education, Singapura, 1 de junho. Retirado em 15 de julho de 2011, de: http://www-personal.umich.edu/~dball/

Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). *A investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.

Candeias, N. (2005). *Aprendizagem em ambientes de geometria dinâmica.* Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa.

Carmo, H., & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia de investigação: Guia para a autoaprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

César, M. (2000). Interações sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: a investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Orgs.), *Educação* *matemática em Portugal, Espanha e Itália: atas da escola de verão em educação em matemática – 1999* (pp. 5-46). Lisboa: SPCE/SEM.

Chapman, O. (2011). Teacher intervention during mathematical problem-solving instruction. Comunicação apresentada no *CERME 7*, Rzeszów, Polónia, 9-13 de fevereiro de 2011.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. Retirado em 10 de julho de 2011, de: http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/

DES (1997). *Didática da Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação.

DGRHE (2006). *Formação contínua dos educadores de infância e dos professores dos ensinos básico e secundário*. Retirado em 1 de agosto de 2011, de: http://www2.eb23-tadim.rcts.pt/docs/legislacao_geral/cN72006.pdf

Dias, P. (2010). Uma tarefa de geometria do 3.º ciclo em contexto de formação contínua. In GTI (Ed.), *O professor e o programa de matemática do ensino básico*, (pp. 208-232). Lisboa: APM.

DGIDC (2009). TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS. Materiais de apoio ao professor, com tarefas para o 3.º ciclo – 7.º ano. Retirado em 1 de julho de 2011, de: http://area.dgidc.min.edu.pt/materiais_NPMEB/002_Sequencia_Geometria_TrianguloseQuadrilateros_NPMEB_3c(actual17maio2010.pdf

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching*, *15*(1), 13-33.

Ernest, P. (1992). The nature of mathematics: towards a social constructivist account. *Science and Education, 1*(1), 89-100.

Ernest, P. (2001) Forms of knowledge in mathematics and mathematics education: philosophical and rhetorical perspectives. In D. Tirosh (Ed.), *Forms of mathematical knowledge: learning and teaching with understanding*, (pp. 125-143). Dordrecht: Kluwer Publishers.

Fernandes, D. (2007). Um imperativo ético. *Educação e Matemática*, *94*, 1.

Fonseca, L. (1995). *Três futuros professores perante a resolução de problemas: conceções e processos utilizados*. Tese de Mestrado. Lisboa: APM.

GAVE (2006). *Reflexão dos docentes do 3º ciclo sobre os resultados do exame de matemática de 2005*. Ministério da Educação: Gave. Retirado em 11 de março de 2009, de: http://www.gave.min.edu.pt/np3content/?newsId=32&fileName=relatorio_da_reflexao.pdf

Gonçalves, R. (2007). *Geometria dinâmica para quê? Guia de apoio à utilização do Geogebra.* Programa de Formação Contínua de Professores do 1.º e 2.º ciclo do ensino Básico, ESE – IPP.

Hanna, G., Jahnke, H. N., & Pulte, H. (Eds.) (2010). *Explanation and proof: philosophical and educational perspectives*. Retirado em 30 de julho de 2011, de: http://educmath.inrp.fr/Educmath/dossier-parutions/explanation-and-proof-in-mathematics

Hanna, G., DeBryun, Y., Sidoli, N., & Lomas, D. (2004). Teaching proof in the context of physics: International reviews on mathematical education, *ZDM*, *36*(3), 82-90.

Lessard-Hébert, M. (1996). *Pesquisa em educação*. Lisboa: Instituto Piaget.

Leikin, R. (2011). Multiple-solution tasks: from a teacher education course to teacher practice. *ZDM, 43*(6-7), 993-1006.

Mammana, C., & Villani, V. (Eds.) (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. An ICMI Study*. Kluwer Academic Publishers.

Marques, M. (2004). *Formação contínua de professores de ciências: um contributo para uma melhor planificação e desenvolvimento.* Porto: Asa, Editores.

Matos, J. (2008). A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. *Atas do XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.141-158). Espanha: Badajoz.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education* (2nd ed.). San Francisco, CA: Jossey-Bass Publishers.

ME (1986). *Lei de Bases do Sistema Educativo*.

ME (1991). *Programa Matemática. Ensino Básico. 3.º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

ME (2001). *Currículo nacional do ensino básico: competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

ME (2006a). *Plano de Ação da Matemática*. Retirado em 24 de março de 2008, de: http://www.portugal.gov.pt/Portal/PT/Governos/Governos_Constitucionais/GC17/Ministerios/ME/Comunicacao/Outros_Documentos/20060609_ME_Doc_Sucesso_Matematica.htm

ME (2006b). *Plano de Ação da Matemática*. Retirado em 24 de março de 2008, de: http://www.min-edu.pt/outerFrame.jsp?link=http%3A//www.dgidc.min-edu.pt/

ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.

ME (2010a). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo: Sólidos geométricos*. Retirado em 20 maio de 2011, de: http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/052-sequência-Isometrias.pd

ME (2010b). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo: Isometrias* Retirado em 20 de maio de 2011, de: http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/055-cadeia_solidosgeometricos.pdf

ME (2010c). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo: Teorema de Pitágoras*. Retirado em 20 de maio de 2011, de: http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/054-cadeia_TPitagoras.pdf

Moreira, J., Lima, L., & Lopes, A. (2009). Contributos para o conhecimento da formação contínua de professores em Portugal: uma reflexão apoiada na análise de resultados. *Atas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 893-903). Braga: Universidade do Minho. Retirado em 28 de setembro de 2010, de: http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/congreso/Xcongreso/pdfs/t3/t3c61.pdf.

NCTM (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação na matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.

NCTM (1993). *Geometria a partir de múltiplas perspetivas - Normas para o Currículo e a avaliação em Matemática escolar.* Coleção de Adendas. Lisboa: APM.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática.* Lisboa: APM e IIE.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar.* Lisboa: APM.

OCDE (2003). *The Pisa 2003. Assessing framework – Mathematics, reading problem solving, knowledge and skills*. Paris: Autor.

OCDE (2006). *Assessing scientific, Reading and mathematical literacy – A framework for PISA 2006*. Paris: Autor.

Pajares, M (1992). *Teacher's beliefs and educational research: cleaning up a messy construt. Review of Educational Research, 62*(3), 307-332.

Pereira, A. (2002). *MAT450 - Seminários de Resolução de Problemas*. Retirado em 5 de maio de 2011 de: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/Resolucao %20probs/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf

Pimentel, T. (2011). Um programa de formação contínua e o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores do 1.º ciclo do ensino básico. In M. H. Martinho, R. A. T. Ferreira, I. Vale, & J. P. Ponte, (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da Álgebra: Atas do EIEM 2011* (pp. 3-26). Póvoa de Varzim, 7 e 8 de Maio.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton:Princeton Ubiversity Press.

Polya, G. (1967). *L'ènseignement mathématique*, XIII (3), 233-241.

Polya, G. (1968). *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in mathematics* (Vol. I). Princeton: University Press.

Polya, G. (1977). *A Arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Brasil: Edições Interciência.

Ponte, J. P. (1992). O estudo de caso na investigação em educação matemática. Retirado em 20 de maio de 2010 de: http://www.ufpel.edu.br/faem/agronegocios/downloads/estudo_de_caso_2.pdf

Ponte, J. P. (1993). *A Educação matemática em Portugal: os primeiros passos duma comunidade de investigação.* Lisboa: Projecto DIF – DEFCUL.

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante, 3*(1), 3-17.

Ponte, J. P. (2004). O ensino da matemática em Portugal: lições do passado, desafios do futuro. Conferência pronunciada nas *Xornadas sobre Educación Matemática, organizadas pela Consellería de Educación en Santiago.* Santiago, Espanha.

Ponte, J. P. (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. Pedro, & H. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Atas do XI EIEM* (pp, 59-72). Porto: SPCE-SEM.

Ponte, J. P. (2002). Continuidade e mudança no papel do professor. *Educação e Matemática*, *69*, 61-64.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132.

Ponte, J. P. (2008). Aprender matemática: memorizar e mecanizar versus compreender e resolver problemas. In P. Canavarro (Ed.), *20 anos de temas na Educação e Matemática,* (pp. 2-13). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em matemática: uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *UNIÓN, 21*, 13-30.

Ponte, J. P., & Oliveira, I. (2000). A investigação em educação matemática em Portugal (1998), *Atas do X Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 7-36). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. & Santos, L. (1998). Práticas letivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante, 7*(1), 3-33.

Ponte, J. P. & Santos, L. (2002). A prática letiva como atividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário. *Quadrante, 11*(2), 29-54.

Ponte, J. P., & Veloso, E. (1999). In Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P. & Abrantes, P. (Orgs.), *Ensino da Geometria no virar do milénio* (pp. 1-5). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na dala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica.

Quivy, R., & Campenhout, L. (2005). *Manual de investigação em ciências sociais* (4ª edição). Lisboa: Gradiva.

Raposo, R. P. (2011). Novas ferramentas, dentro e fora da sala de sula: Uma exploração com o Geogebra. *Educação e Matemática*, *113*, 37-42.

Ribeiro, M. J. B. (1999). *As novas tecnologias e a formação de professores de Matemática*. Tese de Mestrado, Universidade do Porto.

Roldão, M. C. (2008). Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. *Saber (e) Educar*, *13*, 171-184. Retirado em 7 de junho de 2011 de: http://repositorio.esepf.pt/bitstream/handle/10000/164/SeE_13FuncaoDocente.pdf ?sequence=1

Saraiva, M., Coelho, M., & Matos, J. (Org.) (2002). *Ensino e Aprendizagem da Geometria*. Covilhã: SPCE/SEM.

Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., & Carreira, S. (2008). *Resolução de problemas. O quê? Como? Quando? Algumas ideias*. Documento de trabalho do Acompanhamento à implementação do PMEB. Documento não publicado.

Santos, L., Brocardo, J., Pinheiro, A., Santos, E., Pires, M., Amado, N., Ferreira, R. A., & Canelas, R. (2009). *Plano da Matemática: Relatório Final 2006-2009.* Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC. Retirado em 27 de julho de 2005, de: http://www.dgidc.min-edu.pt/outrosprojetos/index.php?s=directorio&pid=104

Santos-Trigo, M. (1996). An exploration of strategies used by students to solve problems with multiple ways of solution. *Journal of Mathematical Behavior, 15*, 263-284.

Santos-Trigo, M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y prática. *Atas* *do XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.159-187). Badajoz. Espanha.

Schöenfeld, A. (1985). *Matematical problem-solving*. San Diego: Academic Press.

Schön, D. (1987). *Educating the reflective practitioner*. San Francisco: Jossey-Bass. Retirado em 7 de junho de 2011 de: www.infed.org/thinkers/et-schon.htm

Seabra, O. (2009). *Novos programas de Matemática do ensino básico : um grupo de professores em formação.* Tese de Mestrado, Universidade do Minho.

Seabra, O., & Martinho, M. H. (2009). Novos Programas de Matemática do ensino Básico. *Atas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.143-154). Viana do Castelo, 1 e 2 de Setembro.

Segurado, I., & Ponte, J. P. (1998). Conceções sobre a Matemática e trabalho investigativo. *Quadrante, 7*(2), 5-40.

Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. Em GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42).Lisboa: APM.

Shulman, J. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15(2)*, 4-14.

Silva, J. S. (1975). *Guia para a utilização do compêndio de matemática (1.º volume).* Lisboa: Edições GEP.

Silva, J. S. (1977). *Guia para a utilização do compêndio de matemática (2.º e 3.º volumes).* Lisboa: Edições GEP.

Smith, M. (1991). A view from biology. In M.U. Smith (Ed.), *Toward a unified theory of problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Tenreiro-Vieira, C. (2010). *Promover a literacia matemática dos alunos: resolver problemas e investigar desde os primeiros anos*. Vila Nova de Gaia: Educação Nacional.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York, NY: Macmillan.

Thurler, M. G. (2002). O desenvolvimento profissional dos professores: novos paradigmas, novas práticas. In P. Perrenoud, M. Thurler, L. Macedo, N. Machado, & C. Allessandrini (Orgs.), *Competências para ensinar no século XXII: a formação dos professores e o desafio da avaliação* (pp. 89 – 111). Porto Alegre, Brasil: Artmed Editora.

Vale, I. (1993). *Conceções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas*: *um estudo longitudinal de dois casos.* Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de matemática para professores do ensino básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

Van de Walle, J. A. (2001). Geometric thinking and geometric concepts. Retirado em junho 1, 2011 de: http://www.learner.org/courses/learningmath/geometry/pdfs/session9/vand.pdf

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas atuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P., & Abrantes, P. (1999). *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: DEFCUL.

Yin, R. K. (2002). *Case study research: design and methods* (3rd Edition), Applied Social Research Methods Series, Vol. 5.

Legislação Consultada

Decreto –Lei n.º249/92

Decreto –Lei n.º274/94

Decreto –Lei n.º207/96

Decreto –Lei n.º15/07

Despacho 16794/2005 de 3 de agosto

Circular n.º 7/2006 DGRHE

Regulamento para acreditação e creditação de ações de formação na modalidade Oficina de Formação.

ANEXOS

Anexo 1

Guião para a entrevista no final da formação

1.Dados pessoais

- Há quanto tempo leciona?
- Que níveis tem lecionado? Tem preferência por algum deles? Porquê?
- Que conteúdos gosta mais de lecionar? Porquê? E a geometria? Gosta de ensinar geometria? Sente algumas dificuldades ao ensinar geometria? Quais? E nos alunos: acha que eles reagem bem aos temas de geometria? Mostram dificuldades de aprendizagem? Quais? O que acha que estará por trás dessas dificuldades?

2.Que conceções têm os professores de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico sobre: geometria e importância da resolução de problemas na aprendizagem da geometria

- Qual considera ser o seu grau de familiaridade e domínio do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico,

- em particular no tema Geometria;

-e na resolução de problemas, uma das três capacidades dos transversais?

- Considera que o novo programa é suficientemente esclarecedor quanto:

i) à aprendizagem da Geometria?;

ii) aos objetivos e vantagens do uso de tarefas que envolvam a resolução de problemas?;

iii) ao seu papel da resolução de problemas no processo de avaliação?

- Na sua opinião, o que mudou do programa ainda vigor em, para o Novo PMEB? Em particular na geometria, sente que mudou alguma coisa?

- De que modo a resolução de problemas pode promover a aprendizagem da Geometria? Dê um exemplo.

- Use três palavras para definir o que é para si:

i) a matemática e a geometria

ii) ensino da matemática e o ensino da geometria

3.Utilização da resolução de problemas no ensino da geometria

- Qual a natureza das tarefas que propõe e explora na sala de aula (Exercícios, Problemas, Exposição pelo professor, Trabalho com situações da realidade, Discussão entre alunos, Atividades de exploração, História da Matemática e Trabalho de Projeto (APM, 1998, p. 33))?
- Que experiência teve, durante a sua formação inicial, na implementação de tarefas não rotineiras (resolução e formulação de problemas, desenvolvimento de modelos matemáticos, atividades de exploração, investigação e descoberta, formulação de conjeturas, discussão e comunicação, argumentação e prova, construção de conceitos) e, em particular, a resolução de problemas?

- Utiliza a resolução de problemas na aprendizagem da geometria? (ou noutro tema?)

i)Se Não, porquê?
ii)Se sim, com que frequência? Em que momentos da aula (introdução aos conceitos, no final dos "capítulos", integrada no tratamento dos conteúdos)?

- Quando implementa tarefas que envolvem a resolução de problemas, que tipo de ambiente de aprendizagem proporciona aos alunos na sala? Como gere esse ambiente de aprendizagem (propõe trabalho de grupo e circula entre os grupos, intervém nas tentativas de resolução, promove a discussão com e entre os alunos, respeita a discussão dos raciocínios dos alunos….)?
- Com que dilemas se depara quando prepara uma aula de Geometria em que preveja a utilização de tarefas que envolvem a resolução de problemas?
- Como escolhe/elabora as tarefas de Geometria em que os alunos utilizam a resolução de problemas (utiliza o manual, são da sua autoria, são as mesmas de ano para ano, são rotineiras, envolvem outras capacidades transversais: comunicação e/ou raciocínio…)?
- Que mais-valias traz a calculadora? Que mais-valias traz o *software* de geometria dinâmica?

- Como articula a utilização da resolução de problemas com os momentos de avaliação? Como avalia a capacidade de os seus alunos resolverem problemas em geometria?

4.Formação contínua – Frequência da Oficina em Geometria no âmbito dos PMEB

- O que o(a) levou a efetuar esta formação (curiosidade, obtenção de créditos, necessidade para as aulas, …)?
- Já tinha conhecimento do novo PMEB antes de frequentar esta formação?
- Descreva

- as vantagens
- desvantagens da frequência desta formação.

- Como pensa conseguir ou não integrar o que aprendeu/refletiu na oficina de formação, nas suas práticas futuras ao implementar o novo PMEB?
- Esta formação ajudou-a(o) a “entrar” no novo PMEB com mais confiança? Sim? Não? Porquê?

Anexo 2

Guião para a entrevista após cada aula observada

7º ….

Lição nº ______ Data: ___ / ___ / 2010 Matemática / Estudo Acompanhado

1. Que objetivos de aprendizagem tinha para esta aula?
2. Que critérios estiveram na base da escolha das tarefas? Onde as foi buscar?

3. Que aprendizagens acha que os alunos conseguiram realizar? Em que se baseia para dizer isso? Que dificuldades sentiram os alunos? Como pensa ajudá-los a ultrapassar essas dificuldades? Que rumo tem para a próxima aula?

4. Que papel teve a resolução de problemas nesta aula?

5. Relação das práticas com a utilidade da formação:

    - Qual é o imput da formação?

    - Em que medida ajuda a vencer os desafios inerentes à implementação do NPMEB?

    -De que modo a formação a ajudou a planear esta aula? E a conduzi-la? Em que medida?

6. Houve algum tipo de trabalho colaborativo entre os seus colegas para a preparação da aula? Ajudou? Em que medida?
7. Se tivesse de dar esta aula outra vez o que mudaria? Porquê?
8. O que acha mais e menos importante no ensino da Geometria?
9. Como está a encarar o ensino da Geometria no âmbito do NPMEB?
10. Influência de outros dispositivos além da formação: materiais de apoio da DGIDC, colegas de escola, acompanhamento, novos manuais,…

Anexo 3

Guião para a entrevista final do estudo

<u>1.Dados pessoais</u>

- Como posiciona a geometria em relação a outros temas matemáticos? E dentro da geometria, o que mais gosta? Porquê?
- Como se sentiu ao lecionar este ano o tema da Geometria, comparado com:
  - os outros temas?
  - a lecionação noutros anos, noutro programa. E nunca esquecer as justificações.

<u>2 Geometria e resolução de Problemas</u>

2.1 Conceções dos professores de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico sobre: geometria e importância da resolução de problemas na aprendizagem da geometria)

- Qual considera ser o seu grau de familiaridade e domínio do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico,
  - em particular no tema Geometria;
  - e na resolução de problemas?
- Considera que o novo programa é suficientemente esclarecedor em termos de

  i)Temas?
  ii) Metodologias de trabalho?
  iv) à aprendizagem da Geometria?;
  v) aos objetivos e vantagens do uso de tarefas que envolvam a resolução de problemas?;
  vi) ao papel da resolução de problemas no processo de avaliação?

- A resolução de problemas promoveu a aprendizagem da Geometria? Dê um exemplo. Em que se baseia para ter essa opinião? Pode dar um exemplo?

- E nos alunos: acha que eles reagem bem aos temas de geometria? Mostram dificuldades de aprendizagem? Quais? Pedir exemplo.

2.2.Utilização da resolução de problemas no ensino da geometria

- Indicar tarefas que caracterizem as suas aulas de geometria e, descrever uma aula típica. O que foi feito em sala de aula para o ensino da geometria foi diferente ou não em relação a outros tópicos já lecionados?

- Utilizou a resolução de problemas na aprendizagem da geometria? (ou noutro tema, este ano?)

i)Se Não, porquê?
ii)Se sim, com que frequência? Em que momentos da aula?

- Quando implementa tarefas que envolvem a resolução de problemas, que tipo de ambiente de aprendizagem proporciona aos alunos na sala? Como gere esse ambiente de aprendizagem (propõe trabalho de grupo e circula entre os grupos, intervém nas tentativas de resolução, promove a discussão com e entre os alunos, respeita a discussão dos raciocínios dos alunos….)?

- Com que dilemas se deparou quando preparou uma aula de Geometria em utilizou tarefas que envolveram a resolução de problemas?

- Se tivesse de dar este tema outra vez, o que mudaria? Porquê? E o que manteria? Porquê?

<u>3.Avaliação</u>

- Como foi e vai recolhendo as informações acerca das aprendizagens dos alunos em Geometria e a capacidade dos seus alunos resolverem problemas em Geometria? E no tema da avaliação pode fazer o mesmo tipo de pergunta: os instrumentos utilizados para a avaliação dos alunos mostraram-se eficazes? Porquê? Que mudaria no futuro?

4.Comparação entre o Programa anterior e o reajustamento

- Estes dois tópicos de Geometria, Triângulos e Quadriláteros, já eram lecionados antes deste reajustamento do programa. Compare, indicando os prós
 e contras da abordagem que fez este ano letivo com a que fazia habitualmente. Isto já está mais ou menos contemplado nas mudanças/sugestões que lhe fiz logo no início. Não peça logo as duas coisas (prós e contras) ao mesmo tempo. Vá por partes

5.Materiais usados

5.1 Materiais disponibilizados pela DGIDC

- Agora que já terminou o tema, qual o papel que os materiais disponibilizados pela DGIDC, tiveram no seu trabalho?

(i)Adequabilidade dos materiais

- Os materiais disponibilizados pela DGIDC, ajudaram os alunos na sua aprendizagem da Geometria?
- Que modificações faria no futuro nos materiais? Em que termos? Porquê?
- Quais as dificuldades que sentiu na gestão da tarefa na sala de aula, isto é na sua execução (momentos de discussão, síntese, organização do trabalho com os alunos…)? Como as ultrapassou?
-

5.2Manual

- Qual o papel que o teve manual adotado na sua escola? E outros manuais?
- Que papel acha que o manual virá a ter no futuro?

6. Recursos

- O PMEB, aponta claramente para o uso de recursos diversificados (materiais manipuláveis, materiais de desenho e medida, ambiente de geometria dinâmica…)

  Em particular, relativamente aos materiais de desenho e medida e ao ambiente de geometria dinâmica, o que esteve na base das decisões que tomou?

7. Trabalho na escola

- Existiu algum tipo de trabalho colaborativo entre os seus colegas para a preparação das aulas deste tema? De que tipo (elaboração, seleção e preparação de tarefas de sala de aula; divisão de aulas; elaboração de fichas de trabalho; testes…)? Ajudou? Em que medida?

- E as reuniões de acompanhamento? Em que é que a ajudaram?

8.Formação contínua – Frequência da Oficina em Geometria no âmbito do PMEB

- Olhando para o global do tema que lecionou, a formação ajudou o professor a preparar as aulas, em termos de valorizar ou desvalorizar alguns aspetos?

- Em que medida a formação a ajudou a vencer os desafios inerentes à implementação do NPMEB?

- Para além da formação qual a influência que tiveram outros dispositivos (acompanhamento, materiais DGIDC, colegas da escola, manuais, divulgação efetuada pelas editoras...) para a ajudar a vencer os desafios inerentes à implementação do NPMEB? De que modo?

Anexo 4

Guião de Observação de Aula

7º ….

Lição nº ______ Data: ___ /___/2010 Matemática / Estudo Acompanhado

Sumário:

Trabalho prévio da professora na planificação da aula (o que ela lhe enviar antes da aula):

- De que modo as orientações do NP se refletem nesta preparação?

11. Tipos de tarefas (exploratória, investigação, problema, exercício, jogo, etc.)

12. Objetivos das tarefas (consolidação de procedimentos, construção de conceitos, negociação de significados, etc.)

13. Momentos da aula (dependendo do tipo de tarefa) – apresentação da tarefa, momentos de trabalho dos alunos e respetiva organização, momentos de discussão, momentos de síntese e institucionalização do conhecimento:

14. Papel da professora (transmissora de conhecimentos, potenciadora de aprendizagens):

15. Recursos utilizados (quadro interativo, papel e lápis, materiais de desenho, materiais manipuláveis, computador, etc.) e modo como são utilizados (show-off, envolvimento dos alunos, etc.)

16. Papel do TPC e tarefas propostas.

Anexo 5

Cartas de consentimento informado

Cara colega …….

Professora na Escola ……… …………………

Sou professora de Matemática e encontro-me, de momento, a realizar um estudo de investigação em Educação Matemática no âmbito do Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática. O tema da minha dissertação de mestrado prende-se com a implementação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, focando em particular a Geometria e a Resolução de Problemas. Este estudo de investigação aborda também questões relacionadas com a oferta de formação que a DGIDC ofereceu, em particular sobre Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico, e com o seu impacto nas práticas letivas dos professores.

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, tenho necessidade de pedir a colaboração de alguns professores de Matemática que tenham frequentado uma Oficina de Formação de Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico (oferecida pela DGIDC) e que lecionem o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, ao nível do 7º ano. Em particular, essa colaboração envolve a realização de entrevistas a esses professores e a observação de algumas das suas aulas de Matemática e eventualmente de Estudo Acompanhado.
De modo a conseguir registar todos os dados que recolher para o meu estudo de investigação, tenho necessidade de gravar em áudio as aulas que observar. Essas gravações serão transcritas para poder analisar melhor os dados recolhidos e serão completamente destruídas após a conclusão deste trabalho, prevista para junho de 2010.

Neste sentido, venho solicitar a sua colaboração para a realização dos trabalhos inerentes ao estudo de investigação que descrevi. Por favor, não hesite em contactar-me (telemóvel 96 809 25 05 ou e-mail justinapaisneto@gmail.com) caso tenha qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. A minha supervisora de dissertação, Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira (Faculdade de Ciências da Universidade do Porto), está igualmente à disposição para qualquer esclarecimento que seja necessário, através do e-mail raoftf@gmail.com.

Nem a escola, nem a Professora ……nem os seus alunos serão identificados no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade. Tanto a Professora Célia Malheiro como os seus alunos podem desistir da sua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo.

Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

(Justina Maria da Rocha Pais Neto)

Eu, ____ Professora da………., autorizo Justina Maria da Rocha Pais Neto a conduzir entrevistas comigo e a observar as minhas aulas de Matemática e eventualmente de Estudo Acompanhado, no âmbito do seu Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática. Consciente de que está garantido o anonimato sobre a escola, sobre mim e sobre os meus alunos, igualmente autorizo a investigadora a gravar em áudio as entrevistas que comigo realizar.

____ ______________
Assinatura da Professora Data

Exmo Sr. Diretor da Escola………
…………

Sou professora de Matemática e encontro-me, de momento, a realizar um estudo de investigação em Educação Matemática no âmbito do Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática. O tema da minha dissertação de mestrado prende-se com a implementação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, focando em particular a Geometria e a Resolução de Problemas. Este estudo de investigação aborda também questões relacionadas com a oferta de formação que a DGIDC ofereceu, em particular sobre Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico, e com o seu impacto nas práticas letivas dos professores.

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, tenho necessidade de pedir a colaboração de alguns professores de Matemática que tenham frequentado uma Oficina de Formação de Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico (oferecida pela DGIDC) e que lecionem o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, ao nível do 7º ano. Em particular, essa colaboração envolve a realização de entrevistas a esses professores e a observação de algumas das suas aulas de Matemática e eventualmente de Estudo Acompanhado ou noutros espaços destinados ao ensino da Matemática. Entrei já em contacto com a Professora Célia Malheiro, desta escola, que se mostrou disponível para colaborar neste projeto de investigação.

De modo a conseguir registar todos os dados que recolher para o meu estudo de investigação, tenho necessidade de gravar em áudio as aulas que observar. Essas gravações serão transcritas para poder analisar melhor os dados recolhidos e serão completamente destruídas após a conclusão deste trabalho, prevista para junho de 2010.

Nem a escola, nem a Professora ……nem os seus alunos serão identificados no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade. Tanto a Professora ………como os seus alunos podem desistir da sua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo.

Neste sentido, venho solicitar a autorização da Direção desta escola para a realização dos trabalhos inerentes ao estudo de investigação que descrevi. Por favor, não hesite em contactar-me (telemóvel 96 809 25 05 ou e-mail justinapaisneto@gmail.com) caso tenha qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. A minha supervisora de dissertação, Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira (Faculdade de Ciências da Universidade do Porto), está igualmente à disposição para qualquer esclarecimento que seja necessário, através do e-mail raoftf@gmail.com.

Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

(Justina Maria da Rocha Pais Neto)

Aos alunos da turma …………da Escola …………………..

Sou professora de Matemática e estou a realizar um trabalho de investigação sobre o Novo Programa de Matemática, no âmbito do Mestrado em Supervisão Pedagógico do Ensino da Matemática.

Para poder realizar este trabalho, preciso de observar algumas das tuas aulas de Matemática e eventualmente de Estudo Acompanhado. Estas aulas têm de ser gravadas em áudio para eu não me esquecer de nada. Só eu terei acesso às gravações e tu nunca serás identificado. Além disso, o meu trabalho em nada irá interferir com as tuas aulas nem com a tua avaliação, nem em Matemática, nem em Estudo Acompanhado.

Assim, venho pedir a tua colaboração para este meu trabalho. Se tiveres alguma dúvida, por favor, não hesites em me contactar para justinapaisneto@gmail.com. Espero poder contar contigo!

____

(Justina Maria da Rocha Pais Neto)

✂ --

Eu, _______________________________ aluno/a da turma _____ da Escola __________________, concordo em participar no trabalho de investigação de Justina Maria da Rocha Pais Neto, a realizar nas instalações daquela escola, no âmbito do seu Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática.

____ _______________

Assinatura Data

Caro Encarregado de Educação

………………

Sou professora de Matemática e encontro-me, de momento, a realizar um estudo de investigação em Educação Matemática no âmbito do Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática. O tema da minha dissertação de mestrado prende-se com a implementação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, focando em particular a Geometria e a Resolução de Problemas. Este estudo de investigação aborda também questões relacionadas com a oferta de formação que a DGIDC ofereceu, em particular sobre Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico, e com o seu impacto nas práticas letivas dos professores.

De modo a poder realizar a parte empírica deste estudo de investigação, tenho necessidade de pedir a colaboração de alguns professores de Matemática que tenham frequentado uma Oficina de Formação de Geometria no 3º ciclo do Ensino Básico no contexto do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico e que lecionem atualmente este programa, ao nível do 7º ano. Em particular, essa colaboração envolve a realização de entrevistas a esses professores e a observação de algumas das suas aulas de Matemática e eventualmente de Estudo Acompanhado. Entrei já em contacto com a………., desta escola, que se mostrou disponível para colaborar neste projeto de investigação.

De modo a conseguir registar todos os dados que recolher para o meu estudo de investigação, tenho necessidade de gravar em áudio as em áudio as duas aulas que observar. Essas gravações serão transcritas para poder analisar melhor os dados recolhidos e serão completamente destruídas após a conclusão deste trabalho, prevista para junho de 2010.

Nem a escola, nem os professores, nem os alunos serão identificados no relatório escrito que resultar deste estudo de investigação, pois os nomes que nele figurarem serão fictícios para assegurar total anonimidade. Tanto os alunos como os professores podem desistir da sua colaboração neste estudo de investigação em qualquer momento sem qualquer prejuízo.

Neste sentido, e uma vez que o/a seu/sua educando/a manifestou interesse em participar neste trabalho de investigação, venho solicitar-lhe que o/a autorize a colaborar comigo. Por favor, não hesite em contactar-me (telemóvel 96 809 25 05 ou e-mail justinapaisneto@gmail.com) caso tenha qualquer questão a colocar em relação a este trabalho. A minha supervisora de dissertação, Professora Doutora Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira (Faculdade de Ciências da Universidade do Porto), está igualmente à disposição para qualquer esclarecimento que seja necessário, através do e-mail raoftf@gmail.com.

Agradecendo, desde já, toda a atenção e compreensão dispensadas, subscrevo-me, com os melhores cumprimentos,

(Justina Maria da Rocha Pais Neto)

Eu, ____ Encarregado de Educação do/a aluno/a ________________________________ da Escola ………..autorizo o/a meu/minha educando/a a participar no trabalho de investigação de Justina Maria da Rocha Pais Neto nas instalações desta escola para realizar o seu estudo de investigação durante as aulas, no âmbito do seu Mestrado em Supervisão Pedagógica do Ensino da Matemática. Estou também consciente de que está garantido o anonimato sobre a escola, sobre o/a meu/minha educando/a e sobre a sua Professora.

____ ______________

Assinatura do Encarregado de Educação Data

ANEXO 6

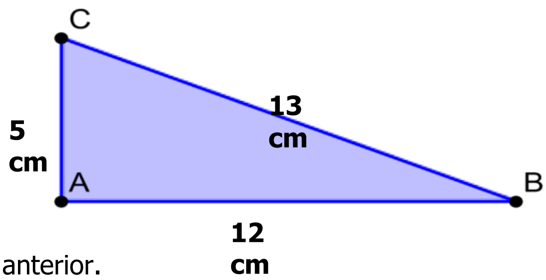
Tarefa produzida por Maria na oficina de formação

GRUPO:		**Data:**	
Nome	Nº	Ano	Turma
Nome	Nº	Ano	Turma
Nome	Nº	Ano	Turma

<u>TAREFA:</u> DEMONSTRAÇÃO **DO TEOREMA DE PITÁGORAS**

1-

1.1- Considere um triângulo ABC retângulo em A.
Construa um quadrado sobre o lado AB, um quadrado sobre o lado AC e um quadrado sobre o lado BC.



1.2- Determine as áreas dos quadrados da figura anterior.

- Repita o procedimento anterior para os seguintes triângulos:
$AB=4cm$, $AC=3cm$ e $BC=5cm$;
$AB=12cm$, $AC=9cm$ e $BC=15cm$.

- Investigue a relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados de cada triângulo.

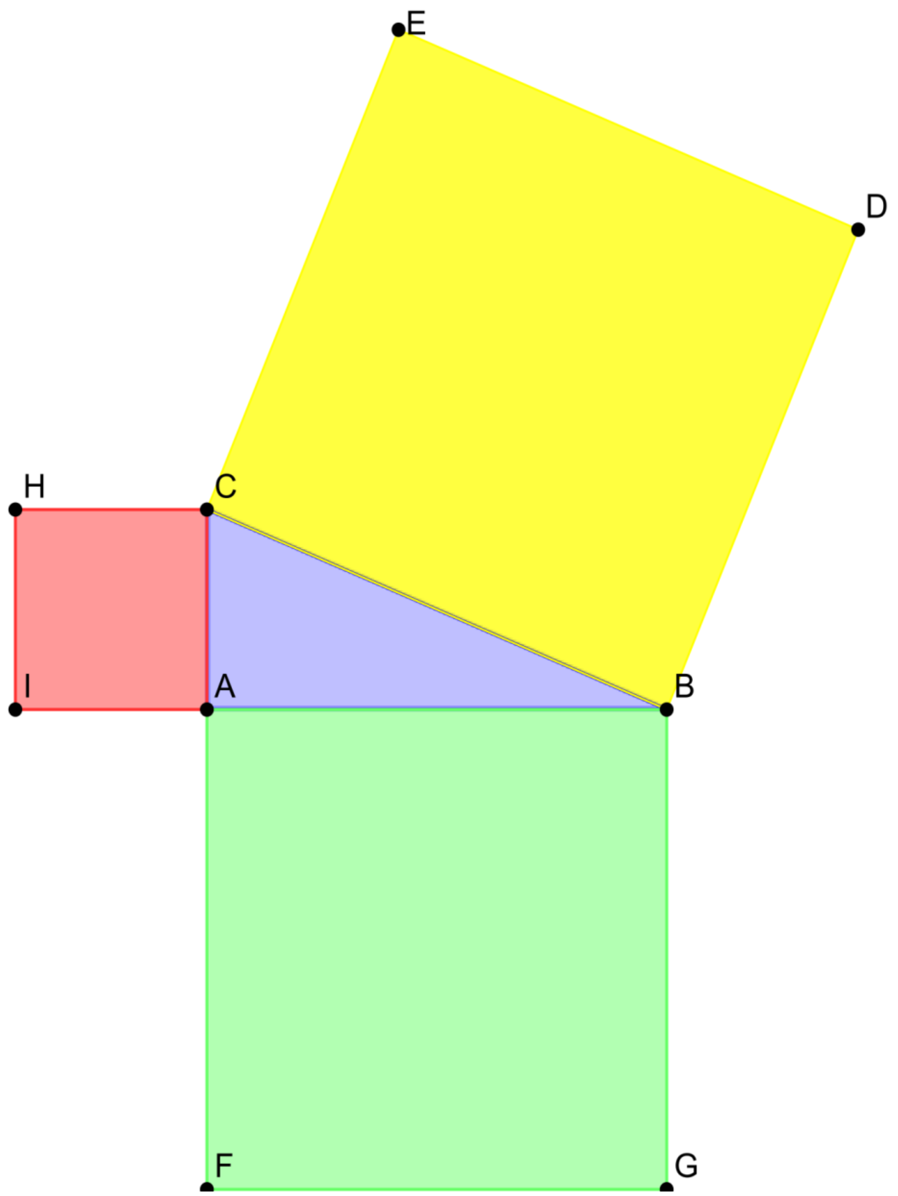
1.3- Repita este processo para um triângulo DEF não retângulo. Existe alguma relação entre as áreas dos três quadrados?

1.4- Utilize o material fornecido e demonstre geometricamente a conjetura formulada na pergunta 1.2.

1.5- Formule uma conjetura que relacione os comprimentos dos três lados do triângulo retângulo a partir das áreas dos respetivos quadrados.

Extensão

2- Investigue se a conjetura formulada anteriormente se aplica para outras figuras geométricas construídas sobre os lados do triângulo retângulo, tais como:
- polígonos (retângulos, triângulos,…);
- semicírculos.
(Utiliza o material de desenho como meio auxiliar para a tua investigação.)



Anexo 7

Tarefa usada por Maria na primeira aula observada, retirada dos materiais de apoio ao PMEB disponibilizados pela DGIDC

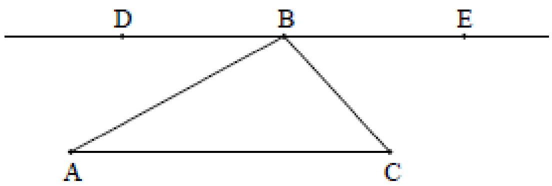
Tarefa 1A – Ângulos internos de um triângulo (PL)

1. Constrói um triângulo ABC.

1.1. Mede as amplitudes dos ângulos internos do triângulo ABC e adiciona as medidas obtidas.

1.2. Constrói outros triângulos. Para cada um deles, mede as amplitudes dos seus ângulos internos e adiciona as medidas obtidas. Formula uma conjectura sobre o valor da soma dos ângulos internos num triângulo qualquer.

2. Considera o triângulo ABC da figura e a recta DE, paralela ao lado AC do triângulo, que passa pelo vértice B.



2.1. Qual é a relação entre os ângulos ABD e BAC? Porquê?

2.2. Qual é a relação entre os ângulos CBE e ACB? Porquê?

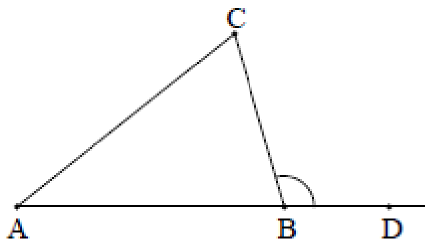
2.3. Qual é o valor da soma dos ângulos ABD, CBE e ABC? Porquê?

2.4. Qual é o valor da soma dos ângulos internos do triângulo ABC? Porquê?

2.5. A conclusão que tiraste na alínea anterior permaneceria válida se tivéssemos considerado outro triângulo? Porquê?

3. Na pergunta 1.2., depois de construir quatro triângulos diferentes e adicionar as amplitudes dos seus ângulos internos, o João formulou a seguinte conjectura: "A soma das amplitudes dos ângulos internos num triângulo é sempre igual a 179º". Mas, depois de ter resolvido a questão 2., afirmou: "O processo que seguimos em 1.2. pode conduzir a erros, mas isso não acontece com o processo usado nesta questão". Concordas com esta afirmação? Porquê?

4. Constrói uma semi-recta AB e um ponto C não pertencente à semi-recta. Depois constrói o triângulo ABC e um ponto D como mostra a figura. Dizemos que o ângulo CBD é um ângulo externo do triângulo ABC.



4.1. Mede as amplitudes dos ângulos BAC e ACB e adiciona-as. Mede a amplitude do ângulo CBD. O que concluis?

4.2. A conclusão que tiraste em 4.1. mantém-se se o ponto C estiver noutra posição? Porquê?

4.3. Depois de resolver as perguntas 4.1 e 4.2, o Francisco fez a seguinte afirmação: "Num triângulo qualquer, a amplitude do ângulo externo de um dos vértices é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos dos outros dois vértices". Esta afirmação é verdadeira ou falsa? Porquê?

Anexo 8

Exercícios propostos por Maria na aula de Estudo Acompanhado de 12/04/2010

3. Das seguintes afirmações, indica as verdadeiras e corrige as falsas.

(A) Num paralelogramo os ângulos consecutivos têm a mesma amplitude.

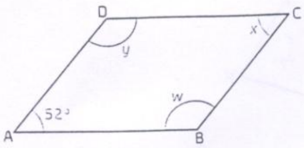
(B) Os lados opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais.

(C) A soma de dois ângulos opostos, num paralelogramo, é 180º.

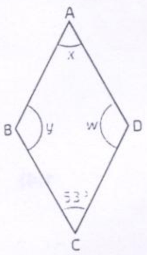
(D) As diagonais de um paralelogramo bissectam-se.

4. Para cada um dos seguintes paralelogramos, indica as amplitudes desconhecidas.

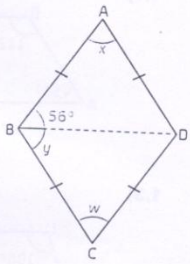
4.1)



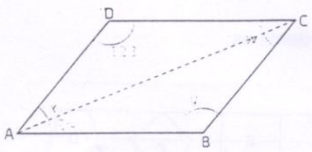
4.2)



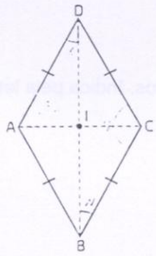
4.3)



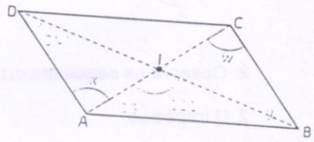
4.4)



4.5)



4.6)



5. Num triângulo $[PQR]$, a amplitude do ângulo com vértice no ponto P é 70º.
A amplitude do ângulo com vértice no ponto Q é igual à amplitude do ângulo com vértice no ponto R.
Qual é a amplitude do ângulo com vértice no ponto Q?

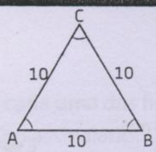
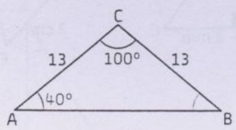
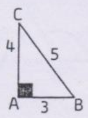
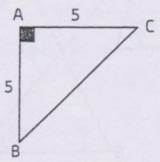
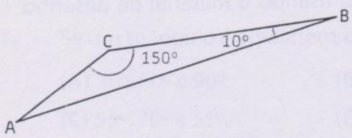
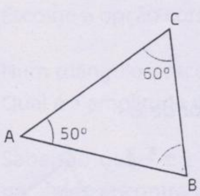
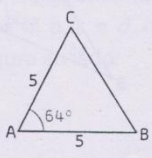
(A) 45º
(B) 50º
(C) 55º
(D) 60º

Anexo 9

Exercícios propostos por Maria na aula de Matemática de 11/03/201

1. O João disse ao António que construiu um triângulo com palhinhas de comprimentos 5 cm, 6 cm e 12 cm. O António disse-lhe que ele estava enganado. Como é que ele sabia do engano?

2. Completa adequadamente a seguinte tabela:

TRIÂNGULO	CLASSIFICAÇÃO DO TRIÂNGULO QUANTO AOS LADOS	CLASSIFICAÇÃO DO TRIÂNGULO QUANTO AOS ÂNGULOS	NÚMERO DE EIXOS DE SIMETRIA DO TRIÂNGULO
		acutângulo	
			
			0
	isósceles		
			
			
			

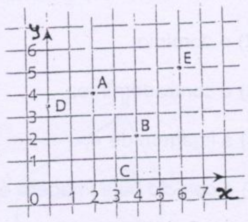
Anexo 10

Teste de avaliação utilizado por Maria, em março de 2010

Nome: ____ N.º: _____Turma: ______

Prof.:______________________Classificação:_________________Enc. Ed.:_______________

1. Observa o seguinte referencial cartesiano:



1.1) Indica as coordenadas dos pontos A, B, C, D e E.

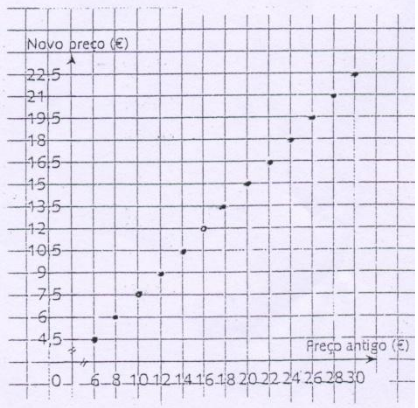
1.2) Indica as abcissas dos pontos A,B e C.

1.3) Indica as ordenadas dos pontos D e E.

1.4) Qual é o ponto que está no eixo das: 1.4.1) abcissas?

1.4.2) ordenadas?

2. Numa Feira do Livro, está afixado junto aos livros, um gráfico com os preços antigos e os preços correspondentes com desconto.



2.1) Quanto custa um livro que custava €16?

2.2) Qual era o preço de um livro que custa agora €21?

2.3) Comenta a seguinte afirmação:
" O gráfico representa uma situação de proporcionalidade directa."

2.4) Completa a relação: novo preço = ... × preço antigo.

Ano Lectivo 2009/2010 *Página 1 de 4*

3. A tabela seguinte representa as notas de alguns alunos de uma turma do 7º ano num teste de Matemática, em função do número de horas de estudo de cada aluno numa dada semana.

Horas de Estudo (x)	2	3	4	5	6	7	8
Notas de Matemática (%) (y)	35	60	52	63	70	85	90

3.1) Em relação à função $g(x)$, representada pela tabela, indica:

3.1.1) a variável independente e a variável dependente;

3.1.2) o domínio;

3.1.3) o contradomínio;

3.1.4) a imagem de 4;

3.1.5) o objecto cuja imagem é 90;

3.1.6) $g(x), sendo\ x = 3$;

3.1.7) $x, sendo\ g(x) = 52$.

3.2) Completa:

g(2)=______ g(______)= 63 g(6)=______ g(______)= 85

3.3) Representa esta função por meio de uma representação gráfica.

4. Considera a função $f(x) = 2x - 1$

4.1) Determina:

4.1.1) $f(5)$

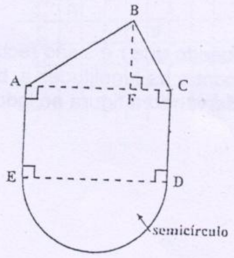
4.1.2) a imagem de -2 na função $f(x)$

4.1.3) x, de modo que $f(x) = 17$.

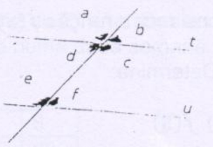
5. Uma peça metálica tem a seguinte forma:

Sabemos que $\overline{ED} = 80\ mm$; $\overline{AE} = 27{,}3\ mm$ e $\overline{BF} = 24\ mm$.

Calcula a área da peça. (1 e.d.)



6. Na figura ao lado, as rectas t e u são paralelas.



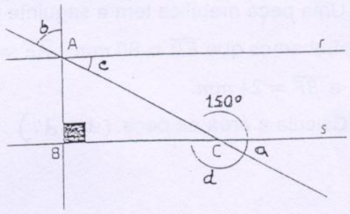
6.1) Justifica que $\hat{a} = \hat{c}$.

6.2) Indica dois ângulos suplementares do ângulo b.

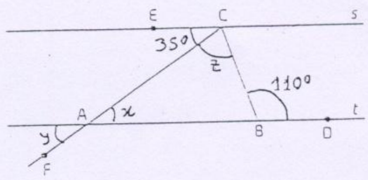
6.3) Indica dois ângulos geometricamente iguais ao ângulo b.

6.4) Se $\hat{e} = 118°$, calcula as amplitudes dos ângulos a, b, c, d, e f.

7. Sabendo que r e s são rectas paralelas, encontra as amplitudes a, b, c e d, observando a figura ao lado.



8. Observa a figura seguinte e encontra As amplitudes x, y e z, sabendo que s e t são rectas paralelas.



1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1.1	3.1.2	3.1.3	3.1.4	3.1.5	3.1.6	3.1.7	3.2	3.3	4.1.1	4.1.2	4.1.3	5.	6.1	6.2	6.3	6.4	7.	8.
5	3	2	2	2	2	4	3	4	3	3	2	2	2	2	8	6	3	3	3	10	3	2	2	5	8	6

Anexo 11

Trabalho produzido por Catarina no âmbito da oficina de formação

PLANO DE AULA

Disciplina: Matemática	
Ano de escolaridade: 8º	
Ano letivo:	
Duração da aula: 90 minutos	

SUMÁRIO
Relação entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes.

CONHECIMENTOS PRÉVIOS

- Área do triângulo, do paralelogramo e do trapézio;
- Ângulos de lados paralelos e ângulos alternos internos;
- Noção de semelhança;
- Congruência de triângulos;
- Critérios de semelhança de triângulos;
- Construção de figuras semelhantes.

TÓPICOS A TRATAR E CAPACIDADES TRANSVERSAIS A DESENVOLVER

<u>Tema</u>: **Geometria**

Tópicos a tratar:

- Construção de triângulos semelhantes;
- Relações entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes;
- Relações entre as áreas de triângulos e quadriláteros.

Capacidades transversais a desenvolver:

- resolução de problemas - compreensão do problema; - conceção , aplicação e justificação de estratégias;
- raciocínio matemático - formulação e teste de conjeturas
- comunicação matemática: interpretação, representação, expressão e discussão.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender critérios de congruência de triângulos e usá-los na construção de triângulos e na resolução de problemas;
- Compreender a noção de semelhança;
- Identificar triângulos semelhantes;
- Compreender critérios de semelhança de triângulos e usá-los na resolução de problemas;
- Relacionar perímetros e áreas de dois triângulos ou polígonos semelhantes conhecida a relação de semelhança;
- Relacionar áreas de triângulos com áreas de quadriláteros;
- Formular e testar conjeturas.

ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

- Trabalho de pares;
- Distribuir aos alunos a ficha de trabalho e o guião para a utilização do *Geogebra* com as instruções específicas para a tarefa;
- 20 minutos para a construção da figura;
- 40 minutos para a investigação e formulação de conjeturas das propriedades dos triângulos, onde os alunos trabalharão de forma autónoma;

Extensão da tarefa: Estabelece a relação entre as áreas dos triângulos que podes observar na figura e as áreas dos quadriláteros que podes formar.

- 30 minutos para a apresentação das conclusões a que os diferentes pares chegaram, discussão e sistematização da tarefa.

METODOLOGIA

A Professora apresenta a atividade, explicando o que se pretende, organiza a implementação da tarefa e faz a gestão do tempo.

Depois de ser construída a figura inicial, os alunos deverão determinar comprimentos de segmentos, amplitudes de ângulos, áreas e perímetros de triângulos e com estes dados investigar possíveis relações entre as figuras;

De seguida, os alunos devem ser capazes de justificar a semelhança de triângulos, quer recorrendo aos critérios de semelhança, quer com recurso ao *Geogebra*;

Partindo do critério dos lados correspondentes dos dois triângulos serem proporcionais, os alunos deverão chegar à razão de semelhança, e daí começar a estabelecer relações entre a razão e a razão entre os perímetros e as áreas;

Para que os alunos generalizem as relações a que chegaram deve ser proposta a construção de um novo triângulo de modo semelhante à construção do triângulo [DEF];

À medida que os alunos exploram a tarefa, a Professora fornece algumas sugestões, perante as dificuldades sentidas pelos alunos.

Se os alunos esgotarem a atividade antes do tempo previsto para a sua execução, a Professora propõe uma extensão da tarefa;

Os pares desenvolvem o seu trabalho de investigação e exploração e fazem um registo de todas as descobertas, tentando formular estratégias, ao mesmo tempo que mobilizam conhecimentos;

A Professora e os Alunos em conjunto, fazem a discussão, justificação e sistematização de todas as descobertas.

RECURSOS

- Ficha de trabalho;
- Computador;
- *Geogebra*;
- Guião para utilização do *Geogebra* com informações específicas para esta tarefa.

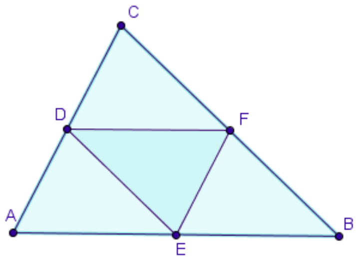
Matemática-8ºAno

Ficha de Trabalho: Relação entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes

Tarefa de Investigação

Ano letivo de…….

1. Constrói um triângulo [ABC].
2. Marca os pontos médios dos lados [AC], [AB] e [BC] respetivamente, D, E e F.
3. Une com segmentos o ponto D aos pontos E e F. Deves ter ficado com uma figura parecida com a que está representada abaixo



4. Como vês, depois destas construções ficaste com muitos segmentos, ângulos, triângulos e mesmo trapézios (um dos trapézios é [ABFD]). Recorrendo ao *Geogebra* determina comprimentos de segmentos, áreas e perímetros de triângulos e amplitudes de ângulos. Com estes dados investiga possíveis relações entre as figuras.

Sugestão: Seleciona um vértice qualquer do triângulo ABC e arrasta-o para outras posições.

5. Considera os triângulos [ABC] e [DEF].

5.1. Mostra que os triângulos são semelhantes e indica a razão de semelhança da ampliação.

5.2. Estabelece a relação existente entre a razão dos perímetros dos triângulos e a razão de semelhança. Existirá alguma relação entre a razão das áreas e a razão de semelhança?

6. Utilizando o triângulo [DEF] efetua o procedimento que realizaste na primeira construção. Será que as relações que observaste em 5.2. também são válidas para estes triângulos?

7. Formula uma conjetura quanto à razão entre as áreas de dois triângulos semelhantes de razão r.

8. Demonstra a conjetura formulada no ponto anterior.

Extensão da tarefa:

Estabelece relações entre as áreas dos triângulos que podes observar na figura e as áreas dos quadriláteros que podes formar.

Guião para a tarefa

Relação entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes

Utiliza o *software Geogebra*.

Nesta atividade vais descobrir algumas propriedades dos triângulos.

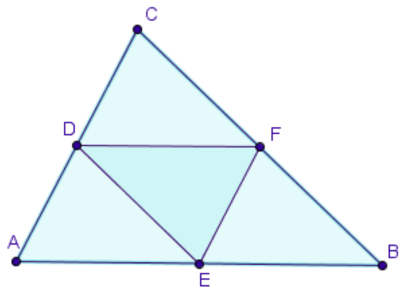
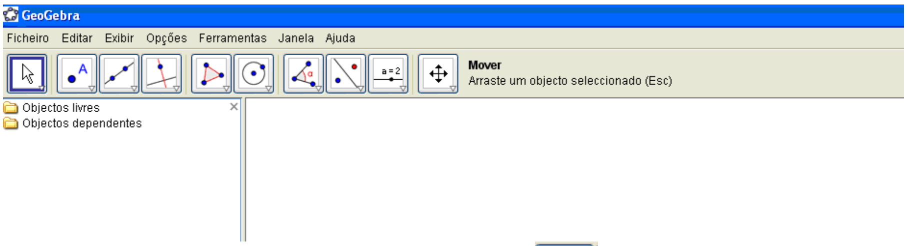
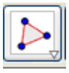


Fig. 1

1. Constrói o triângulo [ABC]. Procede do seguinte modo:



1) Abre o "menu" referente à ferramenta  *;*

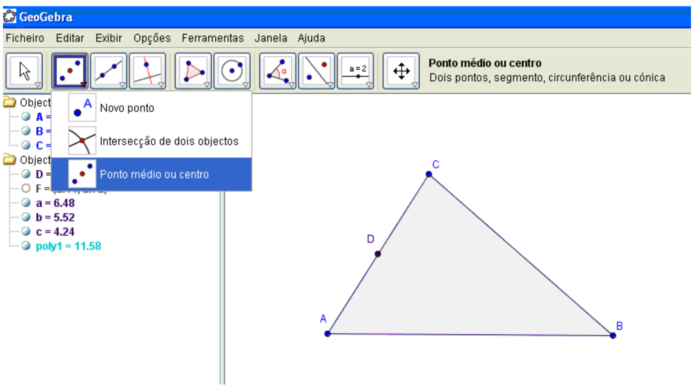
*2) Seleciona a opção **Polígono**;*

3) Dá um clique para definir o primeiro vértice do triângulo e a seguir arrasta o rato para definir o outro vértice do triângulo; finalmente dá um novo clique sobre o primeiro vértice.

2. Constrói o ponto médio D do lado [AC]. Constrói o ponto médio E do lado [AB].

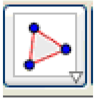
1) Seleciona a opção Ponto médio ou centro;

2) Dá um clique no segmento $[AC]$*;*



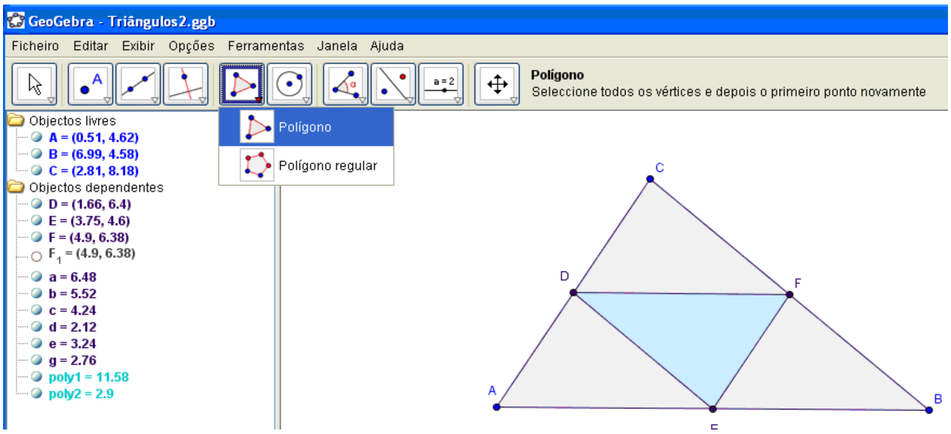
3) Repete o procedimento anterior para o lado [AB] e chama E ao ponto médio de [AB].

3. Constrói o ponto médio F do lado [BC]. Une com segmentos o ponto D aos pontos E e F. Deves ter ficado com uma figura parecida com a figura 1.

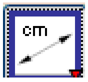
1) Abre o "menu" referente à ferramenta 

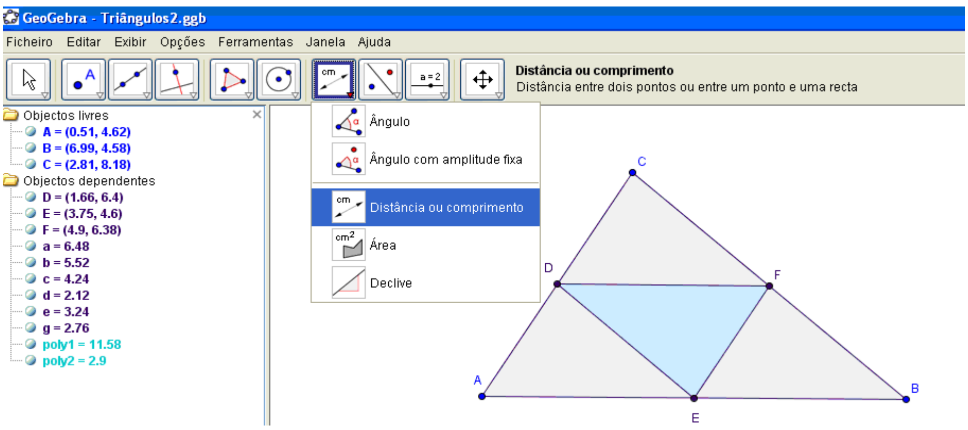
*2) Seleciona a opção **Polígono**;*

3) Dá um clique para definir o primeiro vértice do triângulo (D, E ou F) e a seguir arrasta o rato para definir o outro vértice do triângulo e finalmente dá um novo clique sobre o primeiro vértice.

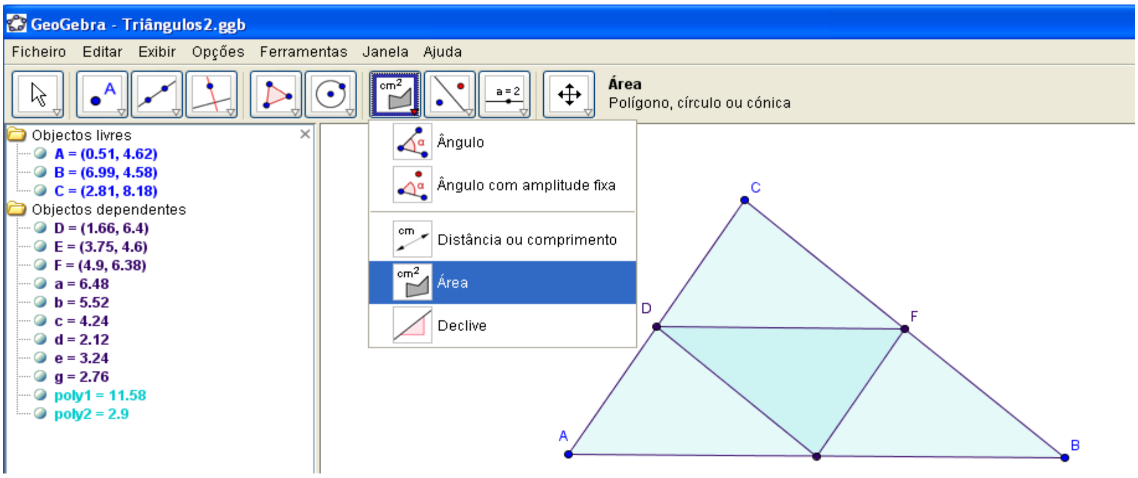


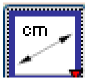
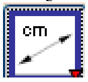
4. Como vês, depois destas construções ficaste com muitos segmentos, ângulos, triângulos e mesmo trapézios: um dos trapézios é [ABFD]. Podes pedir ao *Geogebra* comprimentos de segmentos (*1*), áreas (*2*) e perímetros de triângulos (*3*) e amplitudes de ângulos (*4*). E podes até fazer cálculos com esses valores. Depois podes arrastar um dos vértices A, B ou C e tentar descobrir propriedades, isto é, relações que se mantêm constantes enquanto outras variam durante o arrastamento. Faz esta investigação e regista todas as afirmações que te pareçam verdadeiras.

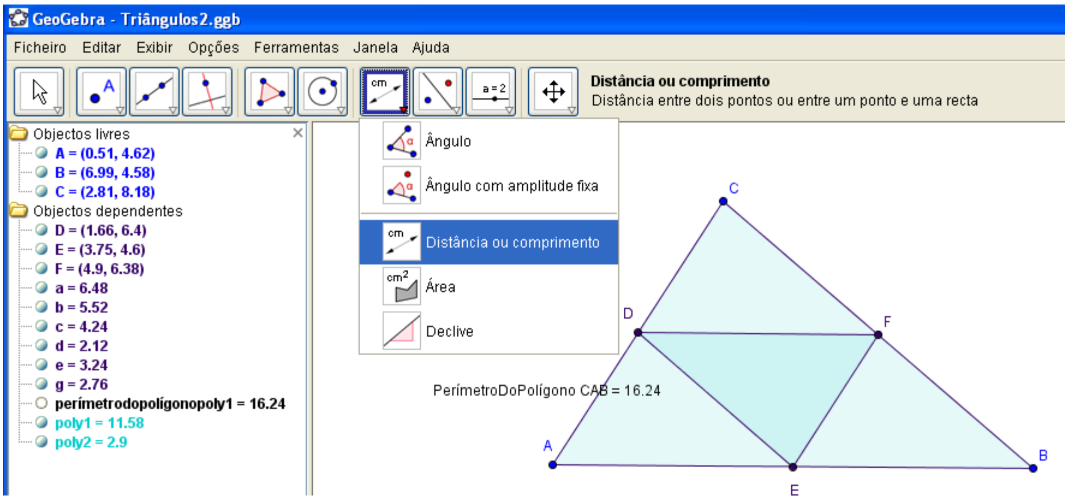
1) Para medir comprimentos basta selecionar a ferramenta  *e fazer clique sobre um segmento; podes também obter a distância entre dois pontos fazendo clique num e depois no outro. Os valores de a, b, c, d, e e f na janela de álgebra à esquerda, correspondem à medida do comprimento dos segmentos.*

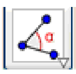


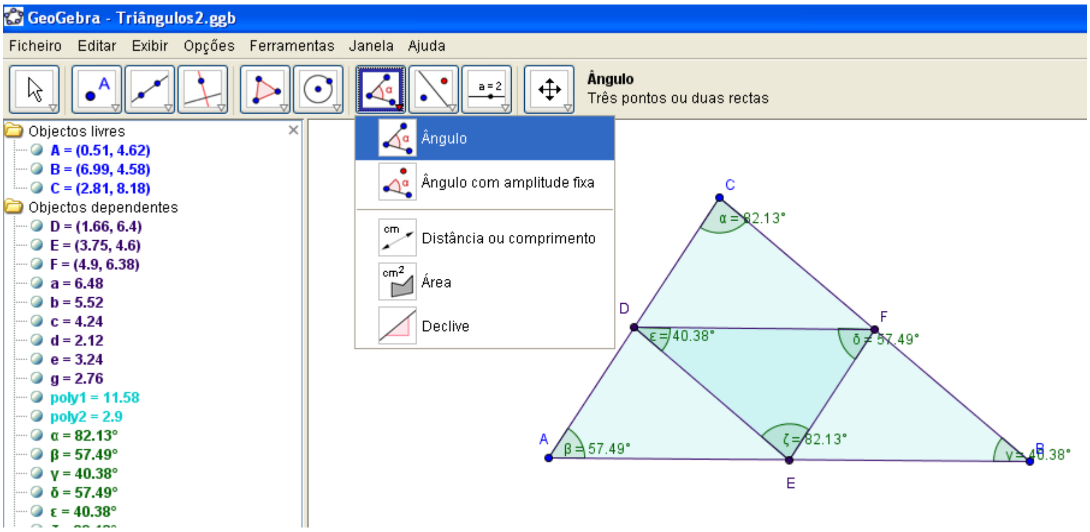
2) Para calcular áreas seleciona a ferramenta em destaque e aponta para o objeto que se quer calcular a área.

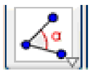


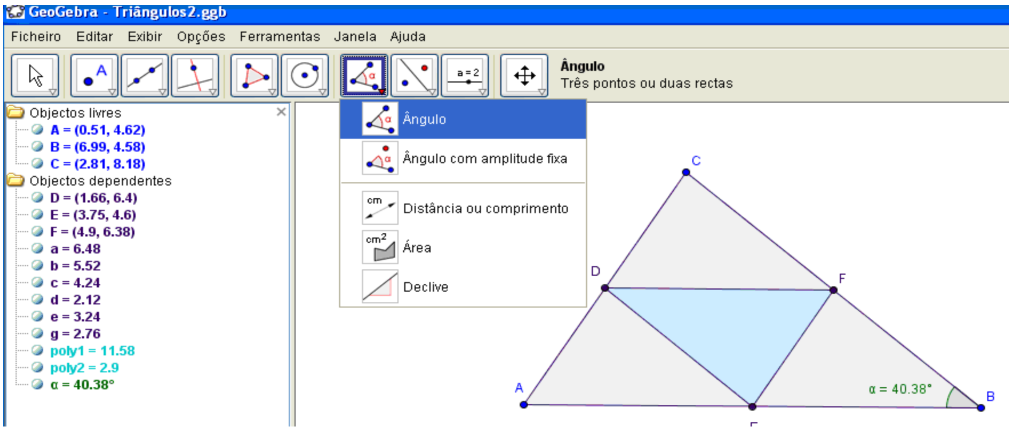
3) Na janela de álgebra, temos as variáveis poly 1 e poly 2 correspondentes às áreas dos polígonos que pedimos. Para calcular o perímetro do triângulo [ABC] basta clicar na ferramenta  *e em seguida em poly 1. De igual modo, clicar na ferramenta*  *e em seguida em poly 2, para calcular o perímetro do triângulo [DEF].*



4) Para calcular amplitudes de ângulos, selecionar a ferramenta  *e em seguida clicar em poly1 para obter as amplitudes dos ângulos internos do triângulo [ABC]. Para obter as amplitudes dos ângulos internos do triângulo [DEF], clicar em poly 2.*



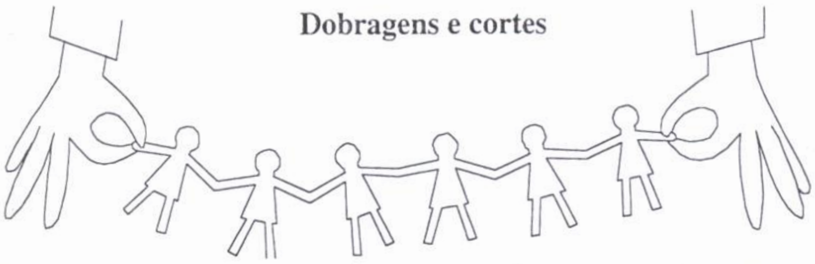
Para obter a amplitude de um ângulo interno, por exemplo ABC, selecionar a ferramenta  *e clicar nos vértices C, B e A.*



Anexo 12

Tarefa usada por Catarina na aula de Matemática de 8/03/2010

Dobragens e cortes

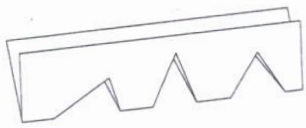


Por certo que na tua infância, na escola ou com amigos, já te entretiveste a fazer cortes em papel e a brincar com os desenhos que obtinhas.

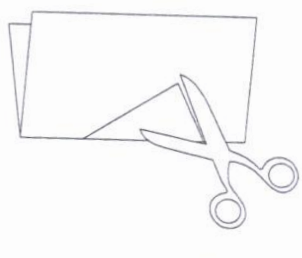
Para explorares esta actividade vais precisar de uma tesoura e de muito papel!

A. Uma dobragem e dois cortes

1. Numa folha de papel dobrada ao meio corta triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Pega nos pedaços de papel que obtiveste, desdobra-os e diz quais as formas geométricas que têm.



2. Com apenas dois cortes, e se quiseres obter triângulos equiláteros, isósceles ou escalenos na folha de papel, que cortes deves fazer?



Faz um esboço que mostre os cortes que fizeste e comenta as tuas descobertas.

Anexo 13

Informação disponibilizada, por Catarina, aos alunos para rever a construção de triângulos

CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

1 Sabendo o comprimento dos três lados

2 Sabendo o comprimento de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado.

3 Sabendo o comprimento de um lado e a amplitude dos ângulos adjacentes

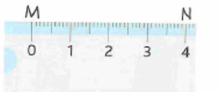
SABENDO O COMPRIMENTO DOS TRÊS LADOS

CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

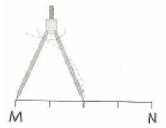
1

$\overline{MN} = 4$ cm; $\overline{MP} = 2$ cm; $\overline{NP} = 3$ cm

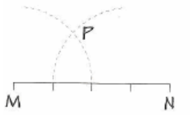
1. Com a régua, traçar o segmento de recta [MN] com 4 cm de comprimento.



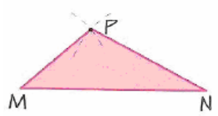
2. Fixar o compasso, com uma abertura de 2 cm, na extremidade M e traçar um arco de circunferência.

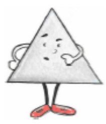


3. Fixar o compasso, com uma abertura de 3 cm, na extremidade N e traçar um novo arco de circunferência.



4. Marcar o ponto P na intersecção dos dois arcos. Unir M com P [MP] e N com P [NP].





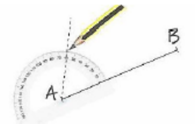
SABENDO O COMPRIMENTO DE DOIS LADOS E A AMPLITUDE DO ÂNGULO POR ELES FORMADO

CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

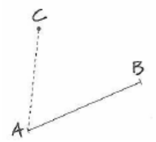
2

$\overline{AB} = 4$ cm; $\overline{AC} = 3,5$ cm; $\hat{A} = 60^{o}$

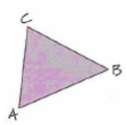
1. Traçar um segmento de recta [AB] com 4 cm de comprimento. Traçar um ângulo com vértice em A de 60º de amplitude.

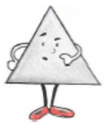


2. Sobre a semi-recta traçada com origem em A, marcar um ponto C que distancia 3,5 cm de A.



3. Unir o ponto C ao ponto B, [BC].





SABENDO O COMPRIMENTO DE UM LADO E A AMPLITUDE DOS ÂNGULOS ADJACENTES:

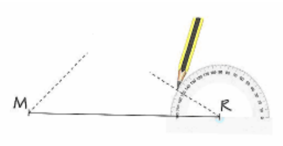
CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

3

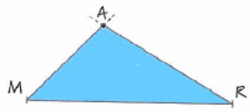
$\overline{MR} = 4,5$ cm; $\hat{M} = 45^{o}$; $\hat{R} = 30^{o}$

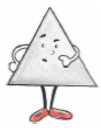
1. Traçar um segmento de recta com 4,5 cm de comprimento [MR]. Traçar um ângulo com vértice em M de 45º de amplitude.

2. Traçar um ângulo com vértice em R de 30º de amplitude.



3. Assinalar o ponto de intersecção, A. Unir os pontos M e A [MA] e R e A [RA].





Anexo 14

Teste de Avaliação, usado por Catarina, 18/02/2010

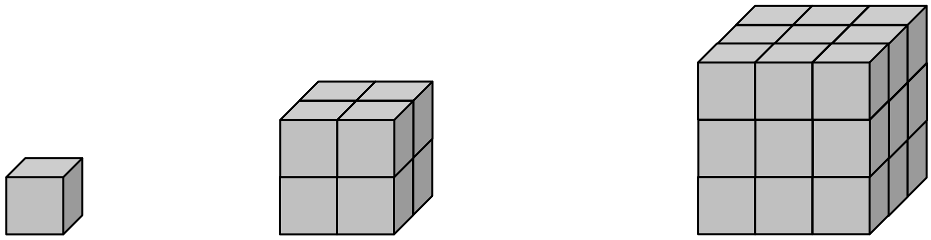
Ficha de Avaliação de Matemática – 7º …
18/2/2010

Apresenta respostas completas e todos os cálculos que efetuares.

1. Num congresso ibérico de jovens matemáticos participaram 30 portugueses e 45 espanhóis.
   Pretende-se formar grupos de discussão compostos pelo mesmo número de jovens de cada nacionalidade. Qual é o número máximo de grupos que pode ser formado e quantos jovens de cada nacionalidade terá cada grupo?

2. Um quadrado tem a mesma área que um retângulo cujas dimensões são 12cm e 3cm. Determina o perímetro do quadrado.

3. Observa a seguinte sequência de cubos, formados por cubinhos com 1 cm^3 de volume.



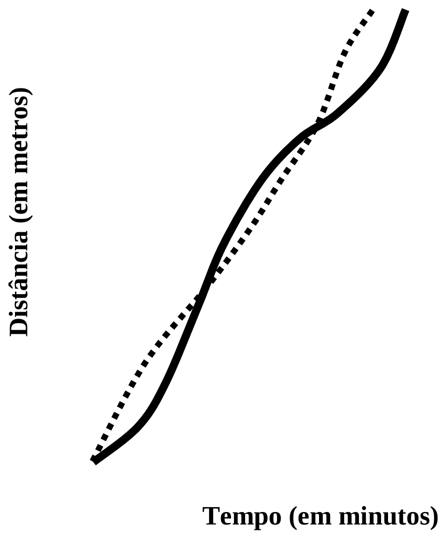
   a) Determina o número de cubinhos do 4.º cubo da sequência.
   b) Indica o termo geral da sequência do número de cubinhos.

4. Na tabela seguinte, relaciona-se o tempo gasto a despejar um tanque e o volume de água que vai ficando no tanque.

Tempo (horas)	0	1	2	3	4	5
Volume (Kl)	10	8	6	4	2	0

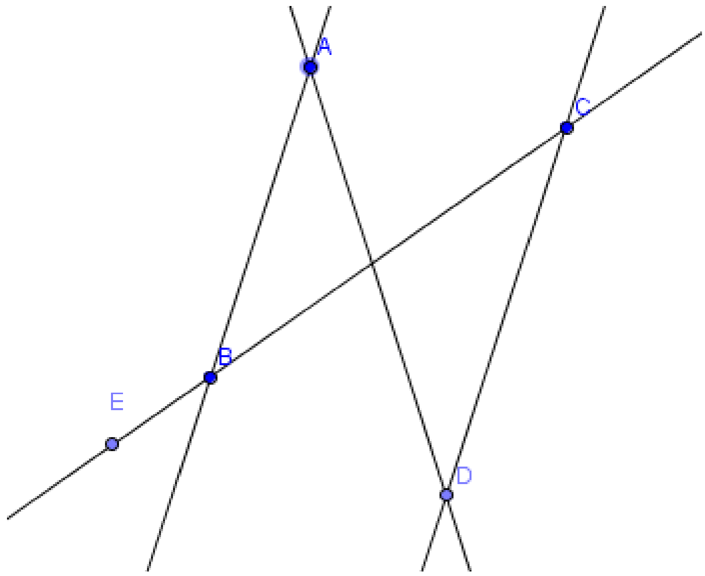
a) Desenha um referencial cartesiano e representa os pontos correspondentes a cada par de valores da tabela.
b) As duas grandezas são diretamente proporcionais? Justifica a tua resposta.

5. Dois amigos, o Carlos e o João, participaram numa corrida de 800 metros. Logo após o sinal de partida, o João estava à frente do Carlos, mas, ao fim de algum tempo, o Carlos conseguiu ultrapassá-lo. Na parte final da corrida, o João fez um *sprint*, ultrapassou o Carlos e cortou a meta em primeiro lugar.
   Os gráficos seguintes representam a relação entre o tempo e a distância percorrida, ao longo desta corrida, por cada um deles.



a) Quantos metros percorreu **o João** durante o primeiro minuto e meio da corrida?
b) Quanto tempo decorreu entre a chegada de cada um dos dois amigos à meta? Apresenta, na tua resposta, esse tempo expresso em segundos.

6. Sabendo que as retas AB e CD são paralelas e que BCD=37º, determina EBA. Justifica a tua resposta.



Anexo 15

Teste de avaliação usado por Catarina, 18/03/2010

Ficha de Avaliação de Matemática – 7º…
18/3/2010

Apresenta respostas completas e todos os cálculos que efetuares.

1. “A Raquel começou por ganhar 800 euros por mês. Todos os anos o seu ordenado mensal terá um aumento de 50 euros.”

   1.1. Qual será o seu ordenado mensal ao fim de:

   a) 1 ano? b) 2 anos)? c) 3 anos?

   1.2. Representando o seu ordenado ao fim de n anos por A, completa:

   A=…………+………..

2. Uma organização humanitária recolheu 180 sacos de arroz e 240 pacotes de leite. Pretende-se colocar os alimentos em caixas de modo que em cada uma haja o mesmo número de embalagens de cada tipo de alimento.

   Qual é o maior número possível de caixas que poderemos utilizar e quantas embalagens de cada alimento se podem colocar em cada caixa?

3. “A piscina do João tem a forma de um cubo com a capacidade de $70m^3$.”

   Indica um valor aproximado às décimas da largura da piscina.

4. Observa a seguinte tabela:

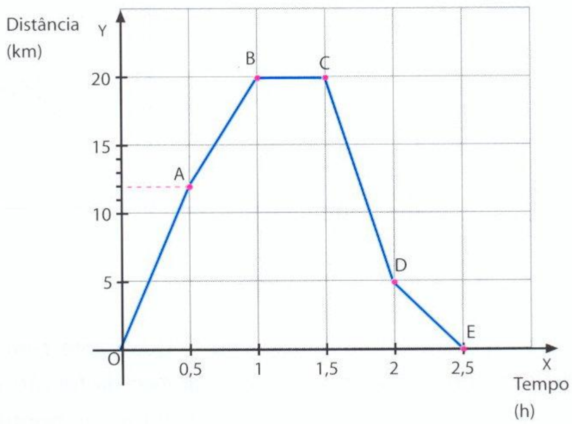
Nº de fotocópias	2	8	14
Preço (em cêntimos)	30	120	210

a) O preço é diretamente proporcional ao número de fotocópias? **Justifica.**

b) Completa:

Preço=…… x Nº de fotocópias Nº de fotocópias=…… x Preço

5. O Carlos participou num passeio organizado pelo clube de ciclismo a que pertence. Partiu da escola em direção a Norte e andou sempre em linha reta, tendo depois regressado à escola. O gráfico seguinte representa a variação da distância, ao ponto de partida, com o tempo.



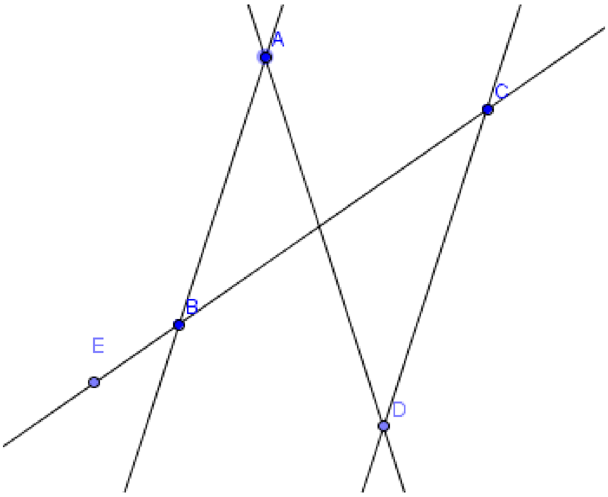
a) Que duração teve o passeio?

b) Quantos quilómetros percorreu o Carlos?

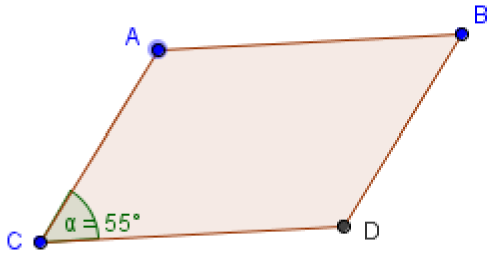
c) Como explicas o traçado do gráfico entre B e C?

d) Sabendo que a velocidade média se calcula dividindo o espaço percorrido pelo tempo gasto a percorrê-lo, qual foi a velocidade média da primeira meia hora?

6. Sabendo que as retas AB e CD são paralelas e que EBA=110^0, determina BCD. Justifica a tua resposta.



7. Determina ABD, CDB e CAB, sabendo que [ABCD] é um paralelogramo. Justifica a tua resposta.



8. Determina ACB. Justifica a tua resposta.